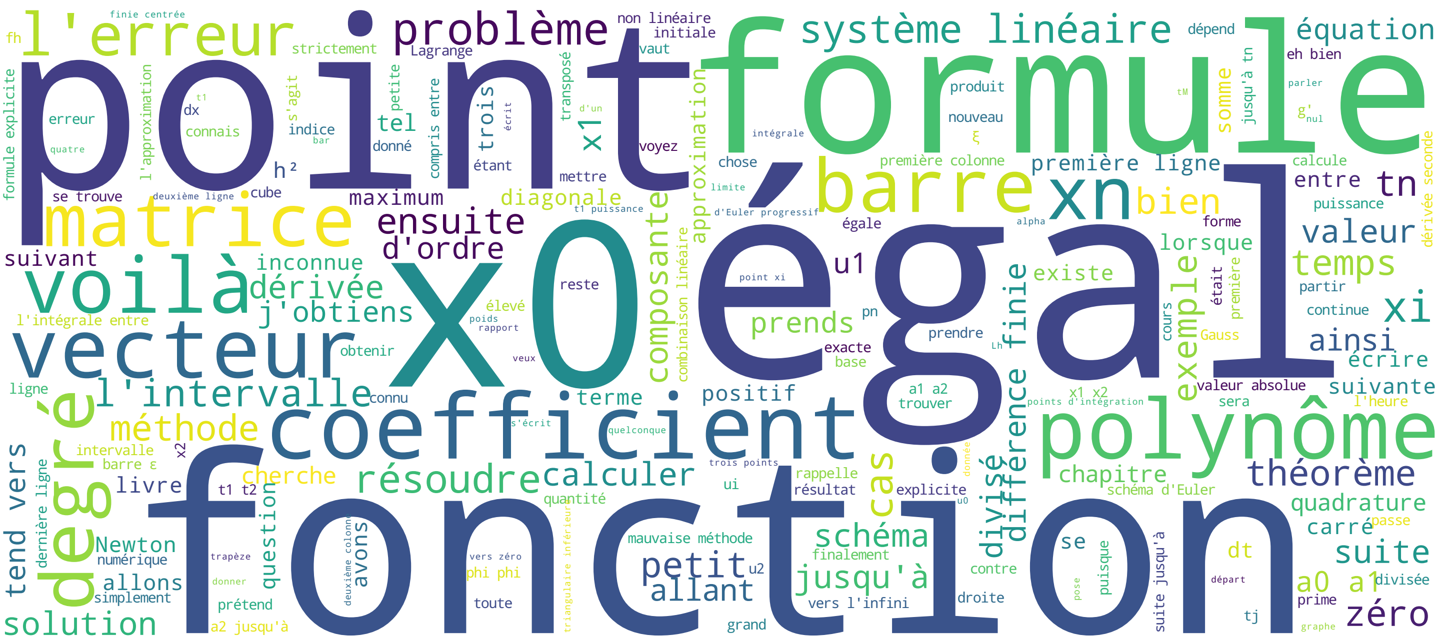
La mauvaise méthode

Introduction à l'analyse numérique

Prof. Marco Picasso



Search MOOC

Video

EPFL

Mauvaise méthode : $p \in \mathbb{P}_n$: $p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \cdots + a_n t^n$

n+1 inconnues $a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad \ldots \quad a_n$

n+1 équations $p(t_0) = p_0 = a_0 + a_1 t_0 + a_2 t_0^2 + \cdots + a_n t_0^n$

$p(t_1) = p_1 = a_0 + a_1 t_1 + a_2 t_1^2 + \cdots + a_n t_1^n$

$\vdots$

$p(t_n) = p_n$

$$\underset{T}{\begin{pmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & \cdots & t_0^n \\ 1 & t_1 & t_1^2 & \cdots & t_1^n \\ & & & & \end{pmatrix}} \underset{\vec{a}}{\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}} = \underset{\vec{p}}{\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix}}$$

Donc la mauvaise méthode pour résoudre le problème est la suivante Mauvaise méthode Puisque je cherche p, un polynôme de degré n je peux l'écrire sous la forme p(t) = a0 + a1t + a2t² +... jusqu'à an t puissance n J'ai donc n+inconnue qui sont les coefficients a0 a1 a2... jusqu'à an, donc les coefficients du polynôme dans la base canonique 1tt² jusqu'à tn Et puis j'ai à disposition n+1 équations qui sont que p(t0)=p0 la première équation donc, a0+a1*t0 +a2*t0²+... ant0 puissance n doit être égal à p0 de même p en t1 doit être égal à p1 Et ceci doit être égal à a0+a1 t1 + a2t1² +... jusqu'à an t1 puissance n et ainsi de suite, jusqu'à p en tn qui doit être égal à pn Donc je peux mettre n+1 relation sous forme de système linéaire puisque les inconnues a0, a1, a2 interviennent de manière linéaire Donc les inconnues du système linéaire seront a0, a1, a2,... jusqu'à an Ceux-ci, ces ai sont les composantes du vecteur a A droite de l'égalité, vous aurez les valeurs données p0, p1, p2... jusqu'à pn, les composantes du vecteur p et je dois écrire maintenant les coefficients de la matrice t, ta=p Donc, la première ligne, c'est une fois a0+t0 fois a1+t0² fois a2 jusqu'à t0 puissance n fois an=ab0 Donc sur la 2e ligne vous aurez 1, t1, t1²...

Notes

Summary

0m 03s

Mauvaise méthode : $p \in \mathbb{P}_n$: $p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \cdots + a_n t^n$

$n+1$ inconnues $a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad \ldots \quad a_n$

$n+1$ équations
$$p(t_0) = p_0 = a_0 + a_1 t_0 + a_2 t_0^2 + \cdots + a_n t_0^n$$
$$p(t_1) = p_1 = a_0 + a_1 t_1 + a_2 t_1^2 + \cdots + a_n t_1^n$$
$$\vdots$$
$$p(t_n) = p_n$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & \cdots & t_0^n \\ 1 & t_1 & t_1^2 & \cdots & t_1^n \\ \vdots & & & & \vdots \\ 1 & t_n & t_n^2 & \cdots & t_n^n \end{pmatrix}}_{T} \underbrace{\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}}_{\vec{a}} = \underbrace{\begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix}}_{\vec{p}}$$

nbre d'opération : $O(n^3)$

formule explicite : interpolation de Lagrange

jusqu'à t1 puissance n Et puis, finalement sur la dernière ligne, vous aurez 1tn tn² jusqu'à tn élevé à la puissance n Voilà, il s'agit donc de résoudre un système linéaire Cette méthode est une mauvaise méthode, car le nombre d'opérations pour résoudre un système linéaire est élevé On verra dans le chapitre 4 du livre qu'il est d'ordre n au cube, n^3 Et, d'autre part, on a une autre méthode, qui va nous donner une formule explicite pour le polynôme p2t, ici la formule n'est pas explicite car je dois résoudre un système linéaire pour avoir les coefficients, par contre dans la suite du cours, on aura une formule explicite et on va parler maintenant de l'interpolation de Lagrange

Notes

Summary

2m 30s