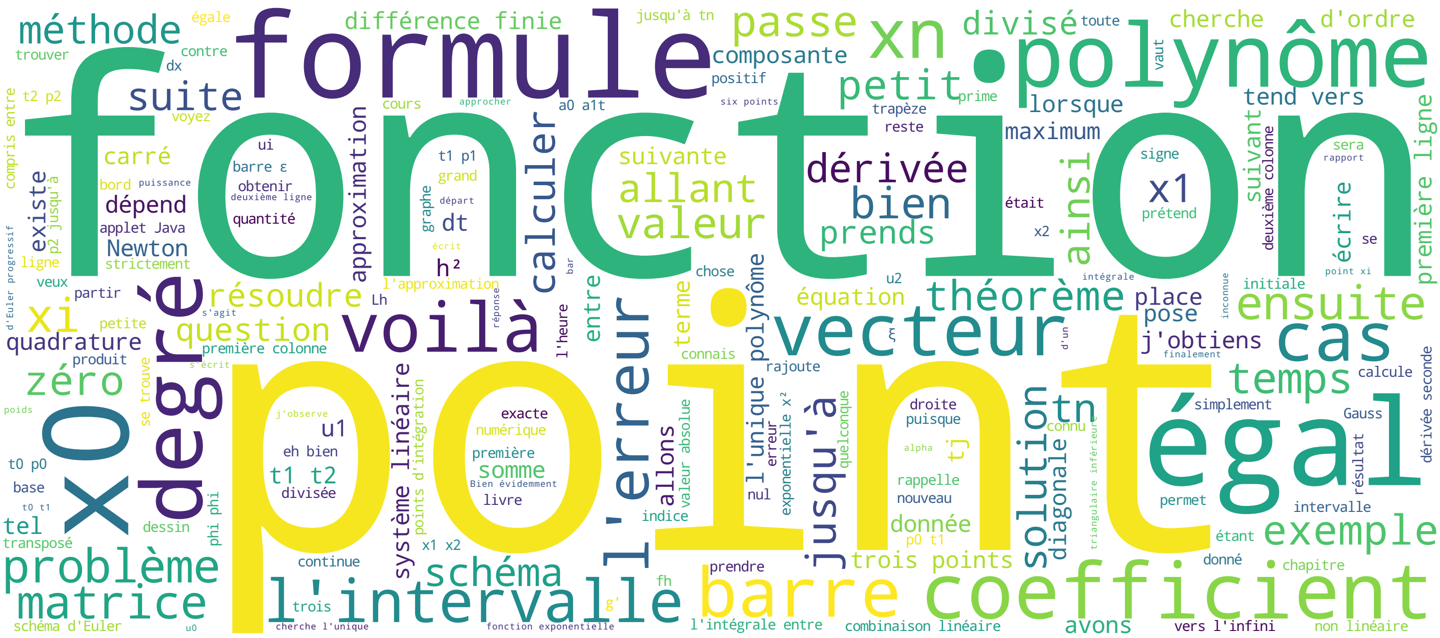
Position du problème

Introduction à l'analyse numérique

Prof. Marco Picasso



Search MOOC

Video

EPFL

Pbm: données n entier pos.

$n+1$ valeurs $t_0\ t_1\ t_2 \dots t_n$ distinctes

$n+1$ valeurs $p_0\ p_1\ p_2 \dots p_n$

cherché $p \in \mathbb{P}_n$ tq $p(t_j) = p_j \quad j = 0, 1, 2, \dots, n$

Bonjour, bienvenue à ce chapitre 1 : Interpolation Le problème que je veux résoudre est le suivant : les données sont n, un entier positif destiné à devenir grand. Je me donne ensuite n + une valeur que je note t0, t1, t2... jusqu'à tn Il est important que ces valeurs soient distinctes 2 à 2, donc t0 différent de t1, différent de t2 et ainsi de suite. Je me donne ensuite n + une valeur que je note p0, p1, p2... jusqu'à pn Ces valeurs, si vous le souhaitez, peuvent être toutes égales et je cherche p, le polynôme de degré n qui passe par les points t0, p0, t1, p1, t2, p2 jusqu'à tn, pn Donc je vais écrire que je cherche p appartenant (∈) à grand Pn Pn est ici l'ensemble des polynômes de degré inférieur ou égal à n tel que p en tj soit égal à pj pour tous les indices j allant de 0,1,2...

Notes

Summary

0m 04s

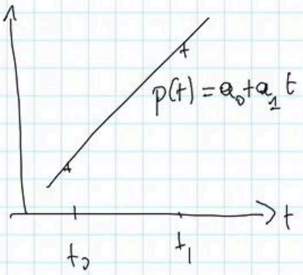
Pbm: données n entier pos.

$n+1$ valeurs $t_0\ t_1\ t_2 \dots t_n$ distinctes

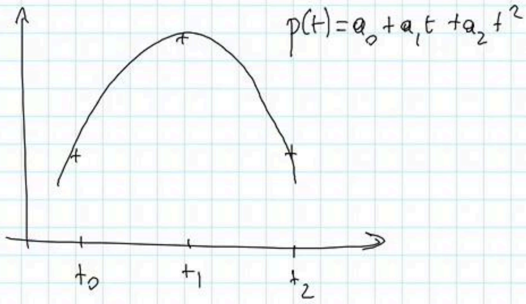
$n+1$ valeurs $p_0\ p_1\ p_2 \dots p_n$

cherché $p \in \mathbb{P}_n$ tq $p(t_j) = p_j \quad j=0,1,2,\dots,n$

$n = 1$



$n = 2$

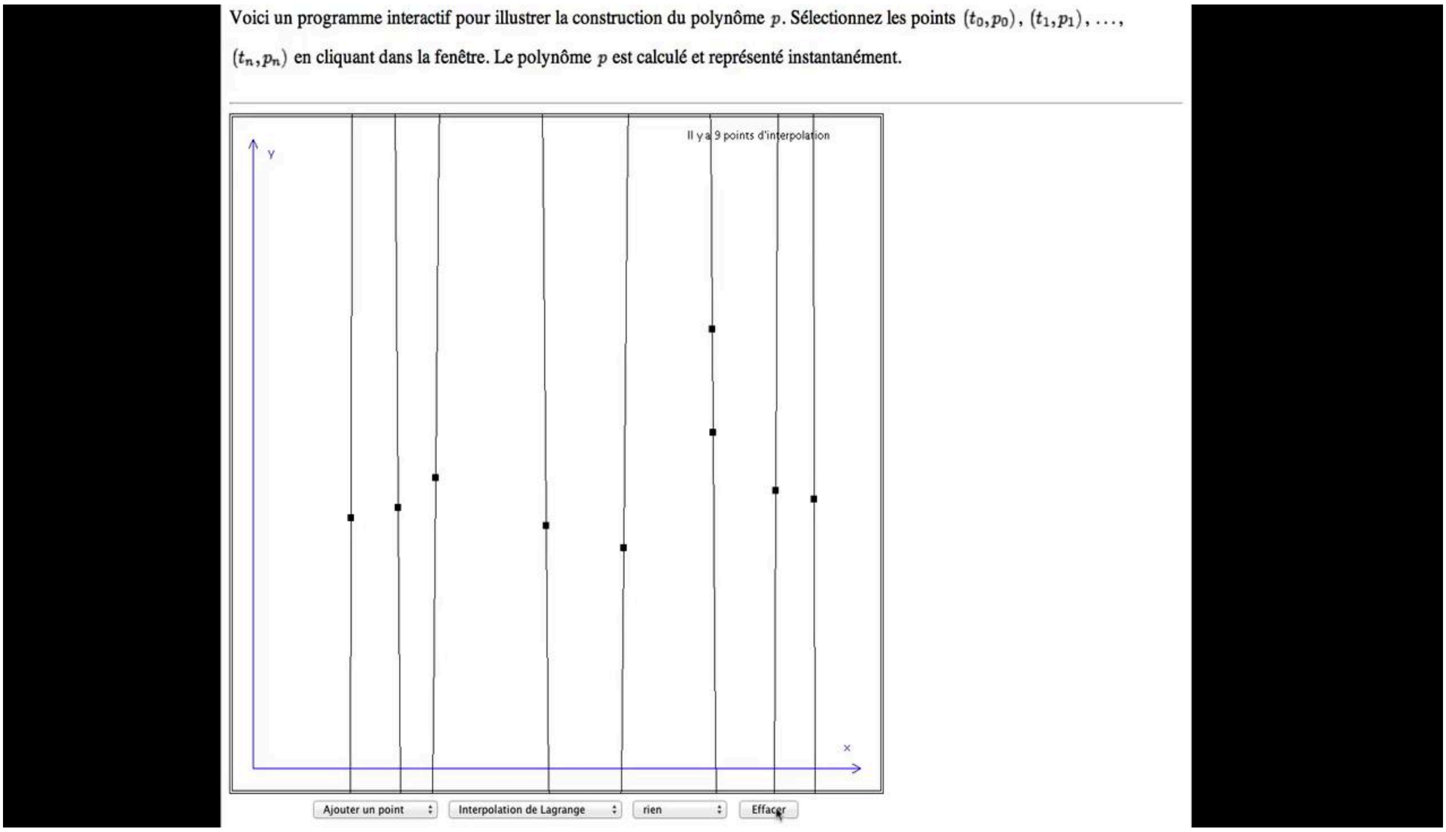


jusqu'à n Bien évidemment, je peux faire un dessin avec n = 1 Dans ce cas-là, je me donne deux points relatés : voilà t0 la valeur p0, t1 la valeur p1 correspondante et je cherche l'unique polynôme de degré 1 qui passe par ces deux points que je peux décrire sous la forme a0 + a1t Dans le cas n = 2, cette fois-ci j'ai trois points : voilà le point t0 p0, le point t1 p1 et le point t2 p2 et je cherche l'unique polynôme de degré 2 qui passe par ces trois points que je peux écrire p(t)=a0 + a1t + a2t² Donc maintenant nous avons une petite applet Java qui nous permet de continuer avec n = 3, 4, 5 J'ai maintenant à ma disposition une applet Java qui me permet de faire des expériences.

Notes

Summary

1m 15s

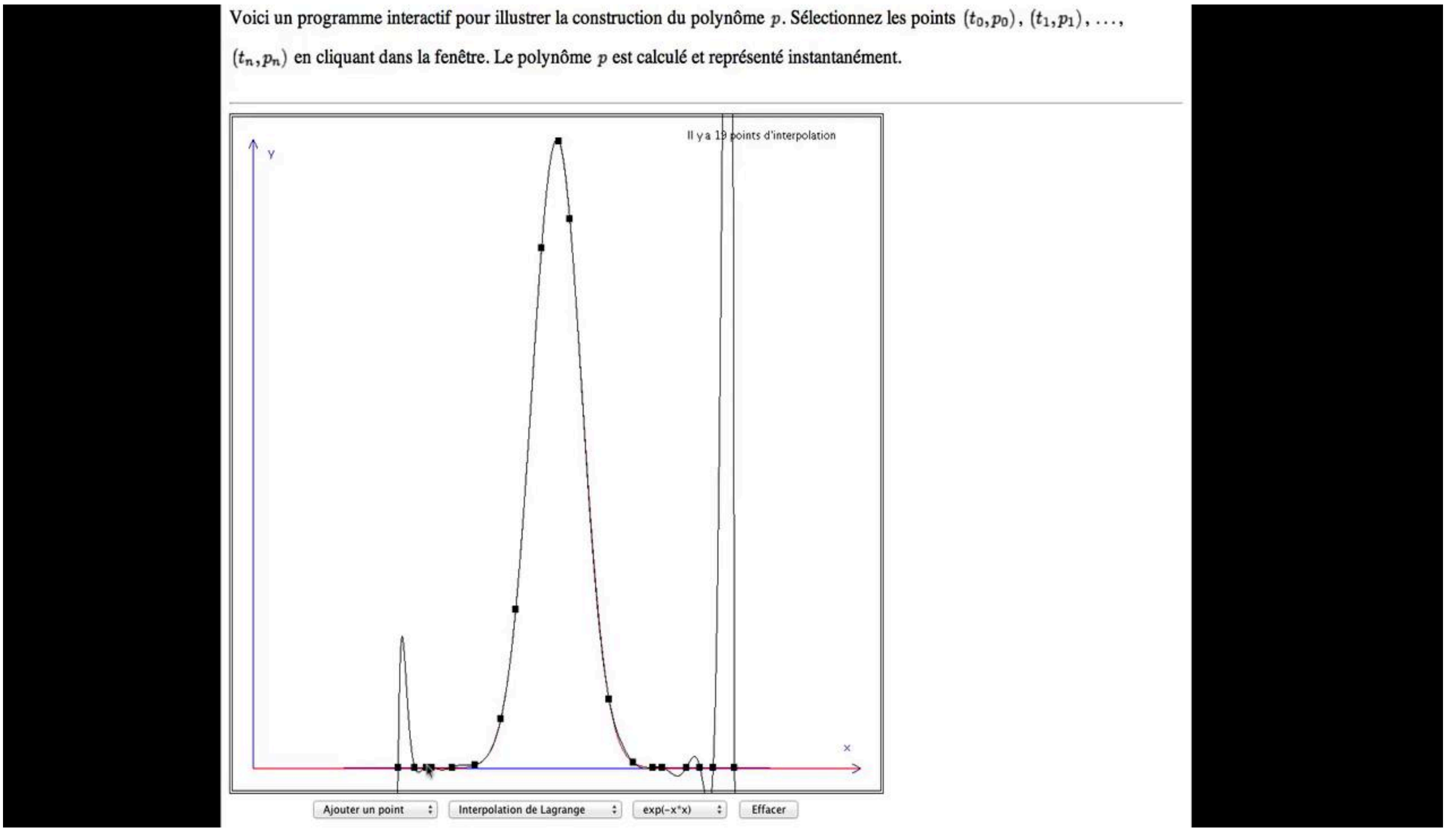


Je place deux points ici, voilà l'unique polynôme de degré 1 qui passe par ces deux points. Je rajoute un troisième point, voici l'unique polynôme de degré 2 qui passe par des trois points. Je rajoute un quatrième point et j'observe que la concavité de la fonction change de signe une fois et ainsi de suite... Je rajoute autant de points qu'il me plaît et j'ai ici, par exemple, six points l'interpolation est le polynôme de degré 5, l'unique polynôme de degré 5 qui passe par ces six points. Je peux rajouter des points si je veux, voilà. Maintenant, je me pose une question : que se passe-t-il si je mets un point sous un point déjà existant ? Ce qui va se passer, c'est que je vais effectivement construire le polynôme ici de degré 8 qui passe par ces neuf points mais le prix à payer c'est que ce polynôme oscille de plus en plus.

Notes

Summary

2m 17s



J'efface l'écran, je fais maintenant une autre exéprience : je prends la fonction exponentielle $-x^2$ et cette fois-ci, chaque fois que je place un point, il se trouve sur le graphe de cette fonction. Donc, j'essaye d'approcher une fonction qui est exponentielle $-x^2$ par un polynôme. Donc ici j'ai placé trois points, ici quatre points, cinq points et la question que je me pose est : si je rajoute beaucoup de points, est-ce que mon polynôme approche correctement la fonction ? Alors la réponse est : cela dépend du placement des points. Par exemple ici j'ai mis des points alors vous observez que si je place encore un point ici qu'au centre les choses se passent plutôt bien mais assez mal plutôt sur les bords de l'intervalle. Donc je rajoute des points sur les bords de l'intervalle et cette fois-ci j'ai un polynôme ici, de degré élevé puisque j'ai quinze points d'interpolation j'ai un polynôme de degré 14 qui approche raisonnablement bien cette fonction exponentielle $-x^2$

Notes

Summary

3m 12s