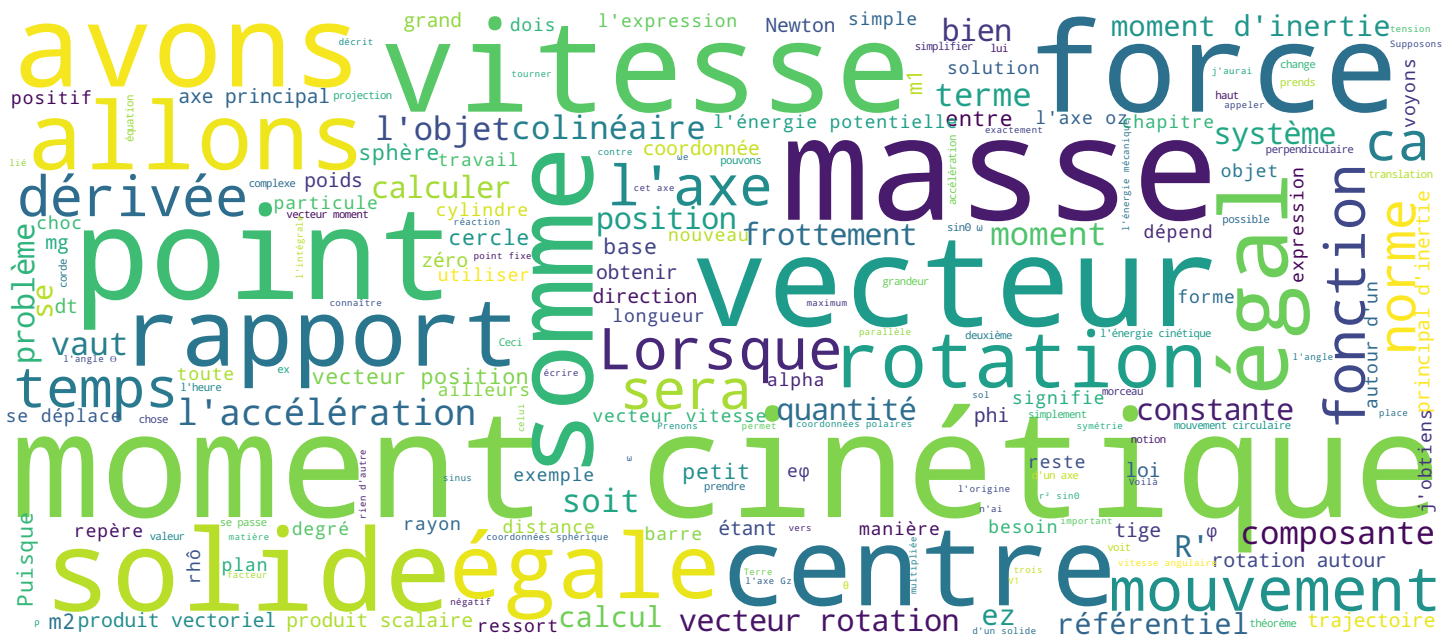


d'un solide

Partie1

Prof. Cécile Hébert



Plan du cours

- I - Cinématique
- II - Référentiel accélérés
- III - Lois de Newton
- IV - Balistique – effet d'une force constante et uniforme
- V - Forces ; application des lois de Newton
- VI - Travail, Energie, principes de conservation
- VII - Chocs, systèmes de masse variable
- VIII - Oscillateur harmonique
- IX - Moment cinétique ; Gravitation
- X - Solide indéformable
- XI - Application du solide indéformable

2

Dans cette vidéo assez dense, nous allons nous intéresser à la grandeur vectorielle qui est le moment cinétique d'un solide en rotation. Le but est : à partir de l'expression intégrale vectorielle de ce moment cinétique, de trouver des situations dans lesquelles on aura une expression relativement simple. Vous verrez que ce moment cinétique n'a une expression simple que lorsque la rotation remplit certaines conditions. Il sera donc bien important, dans les applications, de s'assurer que cette condition est remplie.

Notes

Summary



0m 05s

Table des matières

- 1 - Introduction. Du système de points au solide indéformable.
- 2 - Centre de masse et lois de Newton
- 3 - Statique
- 4 - Energie (cinétique) de rotation
- 5 - Moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe
- 6 - Moment cinétique d'un solide
- 7 - Solide qui roule
- 8 - Tenseur d'inertie (hors programme)

3

Nous sommes dans le chapitre X sur le solide indéformable et nous allons voir la notion de moment cinétique d'un solide.

Notes

Summary



0m 42s

6 - Moment cinétique d'un solide.

Rappel : quantité de mouvement et 2ème Loi de Newton pour un solide :

$$\vec{P}_{\text{tot}} = M\vec{v}_G$$

$$\sum \vec{F}^{\text{ext}} = M\vec{a}_G$$



Théorème du moment cinétique pour un solide

$$\vec{\mathcal{M}}_O^{\text{ext}} = \frac{d\vec{L}_O}{dt}$$

21

Je vous rappelle que pour un solide, nous avons vu la quantité de mouvement et la deuxième loi de Newton. La quantité de mouvement totale du solide est la masse multipliée par la vitesse du centre de masse. On pouvait appliquer la deuxième loi de Newton, somme des forces extérieures égale masse multipliée par l'accélération du centre de masse. Mais pour un solide, cela ne suffit pas pour savoir son mouvement, car en plus de la translation du centre de masse, je peux avoir une rotation du solide autour du centre de masse.

Notes

Summary



6 - Moment cinétique d'un solide.

Rappel : quantité de mouvement et 2ème Loi de Newton pour un solide :

$$\vec{P}_{\text{tot}} = M\vec{v}_G$$

$$\sum \vec{F}^{\text{ext}} = M\vec{a}_G$$

Théorème du moment cinétique pour un solide

$$\vec{\mathcal{M}}_O^{\text{ext}} = \frac{d\vec{L}_O}{dt}$$

21

Il nous a fallu ajouter le théorème du moment cinétique qui nous dit que le moment des forces externes par rapport à un point O est égal à dL_O/dt . Pour l'instant, nous nous sommes contentés d'un point fixe O, mais nous verrons comment étendre cela plus tard. En attendant, le problème est que pour utiliser ce théorème du moment cinétique, il faut calculer le moment cinétique d'un solide.

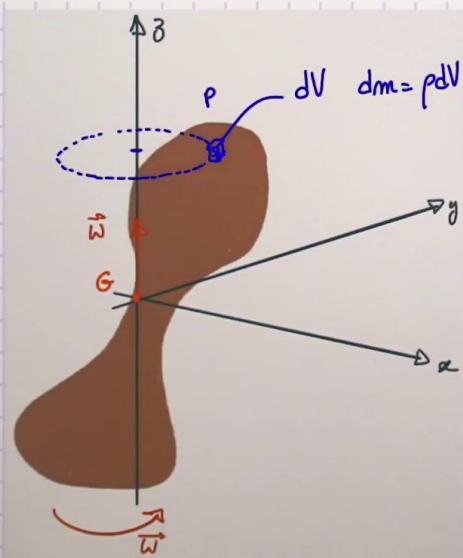
Notes

Summary



1m 24s

Soit un solide en rotation autour d'un axe passant par G . On place l'axe (Gz) de manière que ce soit l'axe de rotation. Le vecteur rotation est alors $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$



22

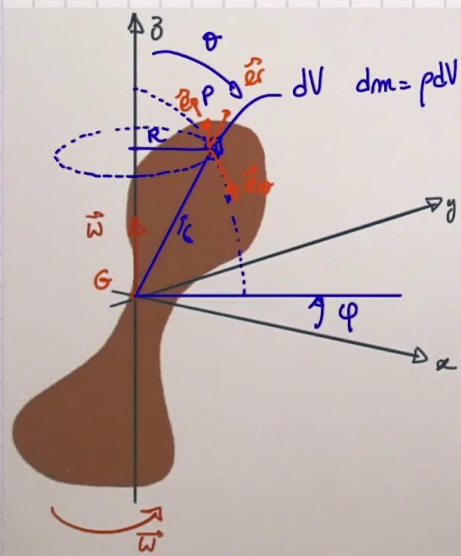
Prenons le cas suivant. Nous avons un solide en rotation autour d'un axe. Nous considérons que l'axe de rotation ne change pas. Nous allons l'appeler Gz , l'axe de rotation passe par le centre de masse. En appelant Gz l'axe de rotation, le vecteur rotation $\vec{\omega}$ est donc colinéaire à Gz . Il s'écrira $\omega \vec{e}_z$. Nous ne faisons pas d'hypothèse sur la norme de ω , mais nous supposons que l'axe de rotation ne change pas. Le but va être de calculer le moment cinétique de ce solide lié à la rotation. Nous avons vu le moment cinétique dans le cas d'un point matériel et nous avons dit que c'est en quelque sorte la quantité de mouvement pour la rotation. Nous allons donc découper notre solide en points. Prenons P , un point du solide, et un petit volume dV autour de P . Ce petit volume dV a une masse dm qui est égale à ρdV . Dans le mouvement de rotation générale du solide autour de l'axe oz , ce petit morceau de solide décrit un cercle centré sur l'axe oz . Le moment cinétique se calcule par rapport à un point. Nous allons le calculer par rapport au centre de masse G . Comme nous allons calculer le moment cinétique de ce petit morceau de matière qui a une masse infinitésimale dm , nous allons l'appeler dL_G .

Notes

Summary



Soit un solide en rotation autour d'un axe passant par G. On place l'axe (Gz) de manière que ce soit l'axe de rotation. Le vecteur rotation est alors $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$



$$d\vec{L}_G = \vec{r} \wedge d\vec{p} = \vec{r} \wedge dm \vec{v}(P)$$

Coordonnées sphériques (r, θ, φ)

$$\vec{v}(P) \parallel \vec{e}_\varphi \quad \vec{v} = R \omega \vec{e}_\varphi = r \sin \theta \vec{e}_\varphi$$

22

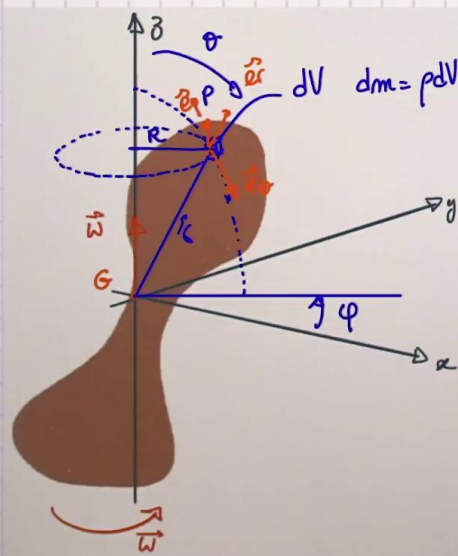
Nous avons vu la définition du moment cinétique pour un point, c'est le produit vectoriel du vecteur position par la quantité de mouvement. Ici, j'ai un morceau infinitésimal de matière, il y a donc une quantité de mouvement infinitésimale. C'est donc le produit vectoriel \vec{r} vectoriel $dm\vec{v}(P)$. J'ai donc besoin de la vitesse de mon point P pour être capable de calculer le moment cinétique de cet élément de volume. Étant donné que j'ai besoin du vecteur position \vec{r} et de la vitesse du point P et que P décrit un cercle dans un plan perpendiculaire à l'axe oz, je vais me placer en coordonnées sphériques. Avec l'angle φ , la distance GP qui vaut r avec le vecteur position \vec{r} et l'angle θ repéré entre oz et le vecteur \vec{r} . Les vecteurs de base des coordonnées sphériques sont donc \vec{e}_r , \vec{e}_θ et \vec{e}_φ qui est colinéaire au cercle. La vitesse du point P est colinéaire à \vec{e}_φ . Si j'appelle R le rayon du cercle décrit par P, la vitesse de P est égale à $R\omega\vec{e}_\varphi$. Nous avons vu pour le calcul du moment d'inertie d'un solide que R vaut $r \sin \theta$. Nous avons maintenant les éléments pour calculer ce produit vectoriel : $d\vec{L}_G$ est égal à \vec{r} vectoriel dm , $r \sin \theta$ vectoriel \vec{e}_φ .

Notes

Summary



Soit un solide en rotation autour d'un axe passant par G. On place l'axe (Gz) de manière que ce soit l'axe de rotation. Le vecteur rotation est alors $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$



$$d\vec{L}_G = \vec{r} \wedge d\vec{p} = \vec{r} \wedge dm \vec{v}(P)$$

Coordonnées sphériques (r, θ, φ)

$$\vec{v}(P) \parallel \vec{e}_\varphi \quad \vec{v} = R \omega \vec{e}_\varphi = r \sin \theta \vec{e}_\varphi$$

$$d\vec{L}_G = r \vec{e}_r \wedge dm r \sin \theta \vec{e}_\varphi = r^2 dm \sin \theta (-\vec{e}_\theta)$$

$$d\vec{L}_G = r^2 dm \sin \theta (-\vec{e}_\theta)$$

$$\vec{L}_G = \int_{\text{volume}} r^2 dm \sin \theta (-\vec{e}_\theta)$$

22

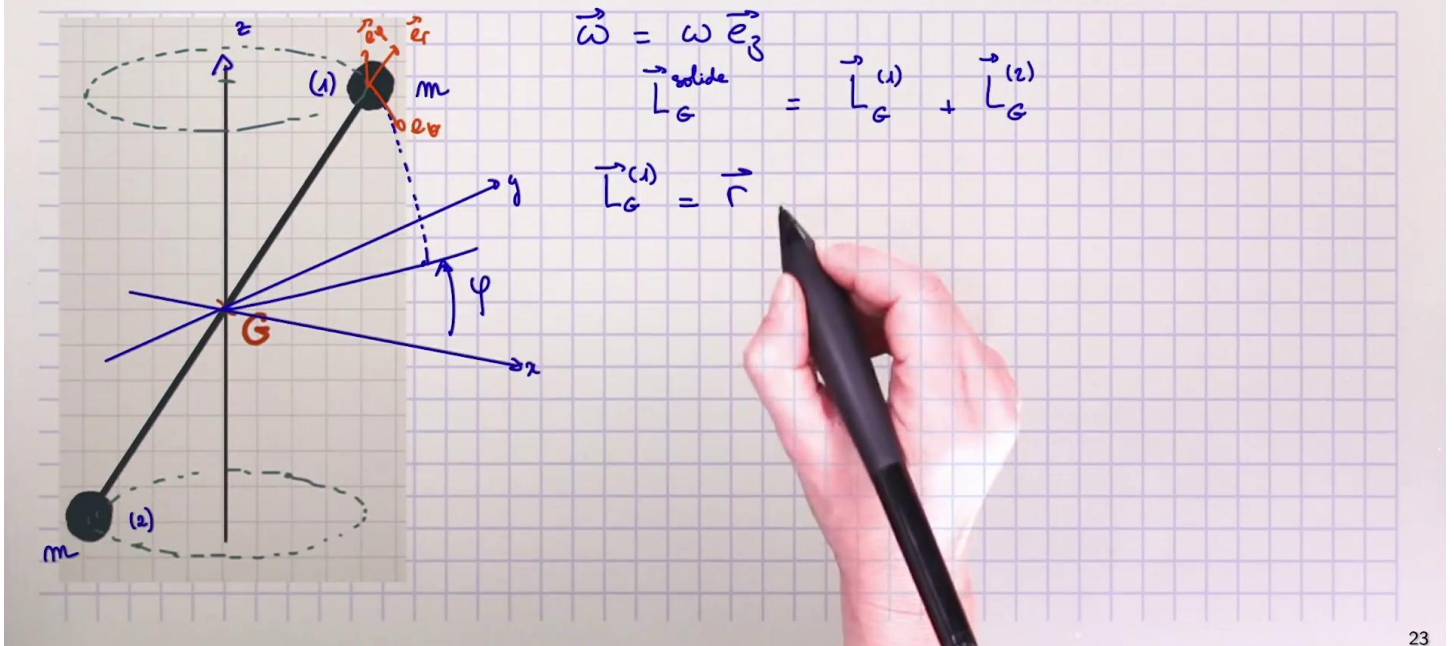
C'est donc $r^2 dm \sin \theta$, produit vectoriel \vec{e}_r , vectoriel \vec{e}_φ , c'est moins \vec{e}_θ . L'expression de l'élément de moment cinétique $d\vec{L}_G$ pour le solide est donc $r^2 dm \sin \theta (-\vec{e}_\theta)$. Afin de connaître le moment cinétique du solide complet, je dois intégrer sur l'ensemble du solide. Nous voyons poindre un problème. Cet élément de moment cinétique, pour le point P lié à \vec{e}_θ et colinéaire à $-\vec{e}_\theta$. Il va donc pointer dans ce sens-là. Si je prends un point P placé différemment et en particulier que je change θ , la direction du moment cinétique sera différente puisque \vec{e}_θ sera différent. Je vais donc devoir sommer toute une quantité de petits vecteurs qui n'ont pas tous la même direction. L'intégrale pour le calcul du moment cinétique par rapport à G sera donc l'intégrale sur le volume de $r^2 dm \sin \theta (-\vec{e}_\theta)$ avec les éléments $\vec{e}_\theta \sin \theta$ et r qui dépendent de la position. Et en plus, j'ai vraiment une intégrale vectorielle. C'est un calcul complexe et en plus, je ne peux pas prédire le résultat que je vais avoir. Nous allons donc simplifier le problème.

Notes

Summary



Cas simple : "haltère" en rotation, dont la tige a une masse négligeable.



23

Prenons le solide hyper simple, une simple haltère en rotation dont la tige a une masse négligeable que nous avons déjà vu précédemment. J'ai mon solide constitué de deux masses identiques m , reliées entre elles par une tige dont je néglige la masse. Le centre de masse est à égale distance des deux sphères et nous supposons que ce solide est en rotation autour d'un axe passant par le centre de masse. Mais cet axe de rotation est quelconque. Chaque sphère décrit donc un cercle. Comme tout à l'heure, je vais appeler Gz l'axe de rotation. Le vecteur rotation ω est donc égal à $\omega \vec{e}_z$. J'ai par ailleurs les deux axes supplémentaires Gx et Gy et je vais repérer m en coordonnées sphériques. Les vecteurs de base sont \vec{e}_r , \vec{e}_θ et \vec{e}_φ . Le but est de calculer le moment cinétique L_G du solide. Ce sera égal au moment cinétique de la sphère 1 plus le moment cinétique de la sphère 2. Commençons par le moment cinétique de la sphère 1. J'ai simplement une masse ponctuelle. Le moment cinétique est donc $\vec{r} \times m \vec{v}$ soit $\vec{r} \times m \vec{v}$ et la longueur r vecteur de base \vec{e}_r , la longueur de r vecteur de base \vec{e}_r , vecteuriel m , et comme tout à l'heure, le vecteur vitesse \vec{v} vaut $r \sin\theta \omega \vec{e}_\varphi$.

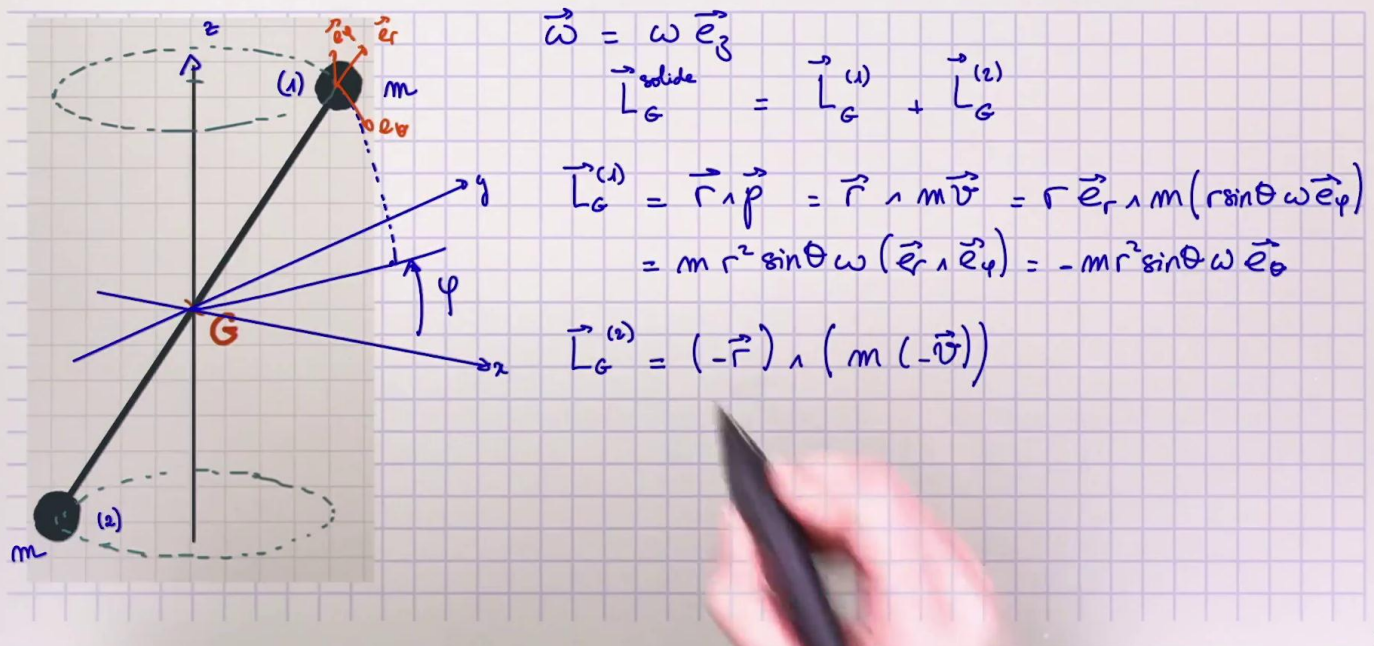
Notes

Summary



7m 34s

Cas simple : "haltère" en rotation, dont la tige a une masse négligeable.



23

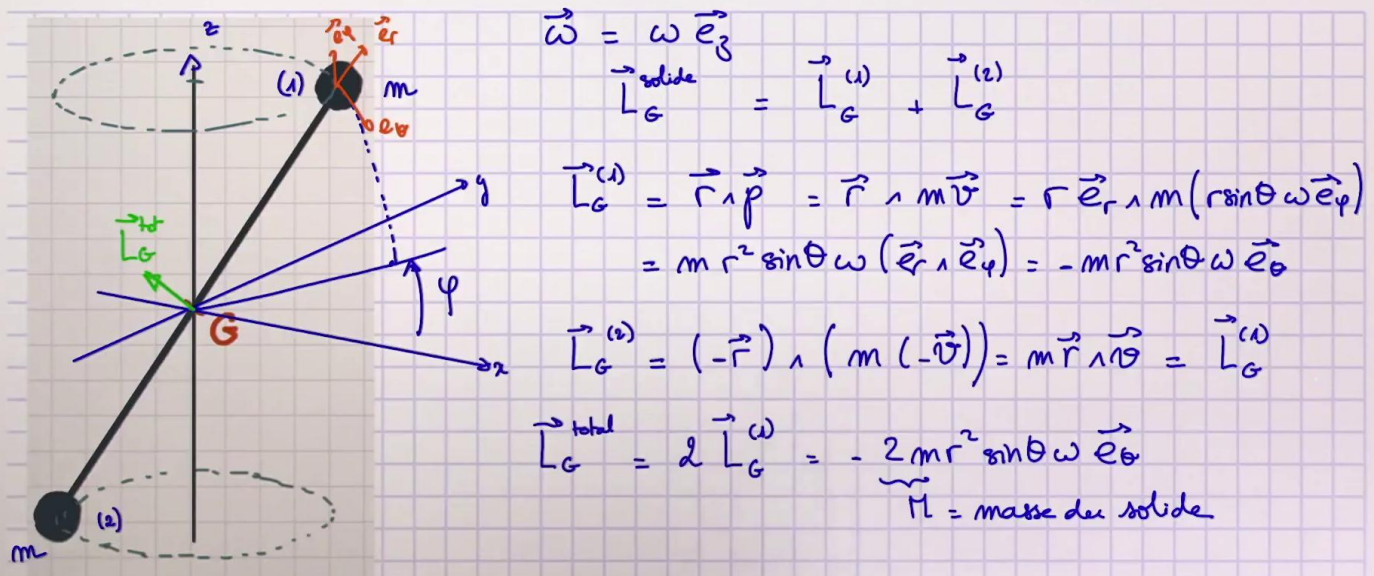
Je trouve donc pour $L_G^{(1)}$, $m r^2 \sin \theta \omega$, en vectoriel e_φ . Soit $-m r^2 \sin \theta \omega e_\theta$. Maintenant, nous devons calculer $L_G^{(2)}$ en utilisant les mêmes vecteurs de base e_r , e_θ , e_φ . Je ne peux pas changer les vecteurs de base si je veux additionner mes deux morceaux. Nous allons donc prendre un raisonnement géométrique. Lorsque la masse 1 décrit un mouvement circulaire autour de l'axe oz , si elle est à droite de l'axe, sa vitesse est dirigée vers l'arrière, elle rentre dans la feuille. Dans le même moment, la deuxième masse décrit un cercle qui a le même rayon à cause de la symétrie du problème, mais comme elle est de l'autre côté du cercle, sa vitesse sort de la feuille. La vitesse de m_2 est donc l'opposée de la vitesse de m_1 . De la même manière, le vecteur position de m_2 est l'opposé du vecteur position de m_1 . Lors du calcul du produit vectoriel, r vectoriel p , j'aurai donc $-r$. Ceci est le vecteur position de m_2 et r est le vecteur position de m_1 . Vectoriel m multipliée par $-v$. $-v$ est la vitesse de m_2 et v est la vitesse de m_1 . $-$ par $-$ faisant $+$, je vais retrouver $m r$ vectoriel v , soit très exactement la même chose que ce que j'avais tout à l'heure, le moment cinétique de m_1 .

Notes

Summary



Cas simple : "haltère" en rotation, dont la tige a une masse négligeable.



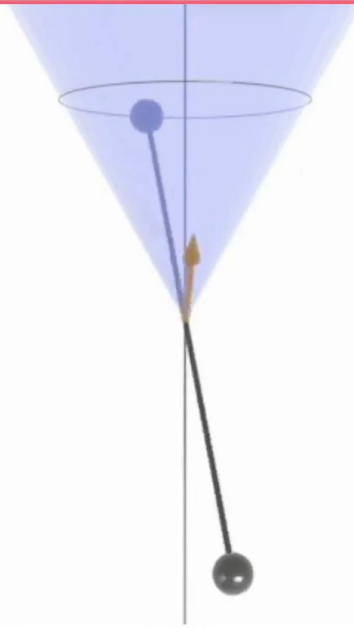
23

Donc, le moment cinétique de m_2 par rapport à cet axe est égal au moment cinétique de m_1 . Les deux contributions de ces masses situées de part et d'autre de l'axe sont identiques. Le calcul du moment cinétique total sera donc simple, ce sera deux fois le moment cinétique de 1, soit $-2 m r^2 \sin \theta \omega \vec{e}_\theta$. $2m$ n'est rien d'autre que M , la masse du solide. Je vais représenter le vecteur moment cinétique à partir de G . Le vecteur moment cinétique est colinéaire à \vec{e}_θ , mais pointe dans l'autre sens. La tige est colinéaire à \vec{e}_r . Le vecteur de base \vec{e}_θ est perpendiculaire à la tige. Le moment cinétique est donc dans ce cas perpendiculaire à la tige qui relie les deux masses. Lorsque la masse tourne, ce moment cinétique lié à la masse va lui aussi tourner. Nous allons voir ce que cela donne en mouvement avec une animation.

Notes

Summary





23

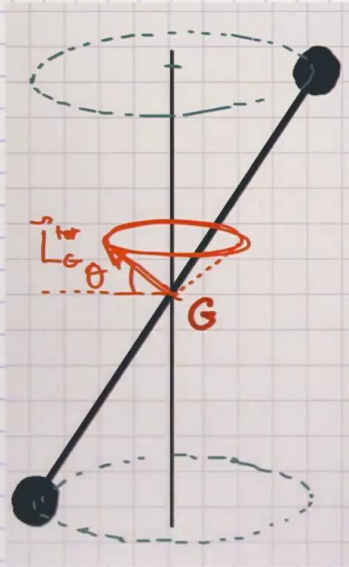
Nous reprenons l'animation de l'haltère que je vous ai déjà montrée. Nous avons donc le solide en rotation autour de son centre de masse. Lorsque je mets le solide en rotation, chacune des masses décrit un cercle autour de l'axe de rotation. Nous pouvons voir la matérialisation de ce cercle sur laquelle se déplace la masse du haut. Dans son déplacement, la tige décrit un cône. Elle balaye une surface conique. Le moment cinétique est perpendiculaire à la tige, lié à la tige. Donc, dans la rotation, ce vecteur moment cinétique va se mettre à tourner lui aussi. Nous le voyons ici, également, décrire un cercle.

Notes

Summary

13m 10s





Résumé

dors de la rotation du solide autour de (Gz)
le moment cinétique décrit un cône

la direction du vecteur \vec{L}_G change

$$\sum \vec{\mathcal{M}}_G = \frac{d\vec{L}_G}{dt} \neq \vec{0} !$$

la rotation demande d'exercer un moment
pour être maintenue !

24

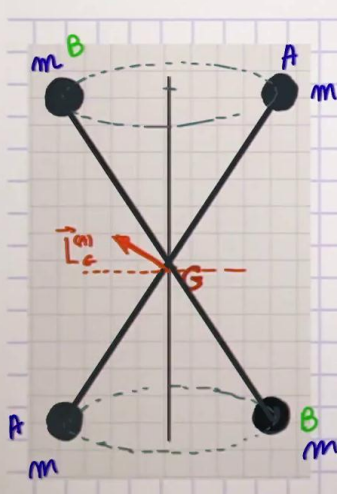
En résumé, pour le solide que j'ai décrit ici, le moment cinétique est perpendiculaire à l'axe. Lorsque le solide tourne, la tige décrit un cône et le moment cinétique décrit lui aussi un cône d'un angle différent. Le moment cinétique décrit un cône avec l'angle Θ par rapport au plan horizontal. La direction du vecteur moment cinétique change. Or, nous avons vu que la somme des moments des forces par rapport à un point fixe, ici, le centre de masse est un point fixe, je vais donc faire somme des moments des forces par rapport à G est égale à $d\vec{L}_G/dt$. Puisque le vecteur moment cinétique change, sa dérivée est non nulle. Je dois donc exercer un moment de force non nulle pour avoir cette rotation. Cela signifie que je dois fermement tenir l'axe pour obliger le solide à tourner de cette manière.

Notes

Summary



En général, le moment cinétique n'est pas parallèle à l'axe de rotation. Sauf si il y a une certaine symétrie dans la répartition de la masse :



$$\vec{L}_G^{(A)} = 2 m r^2 \sin \theta \omega (-\vec{e}_\theta)$$

$$\vec{L}_G^{\text{total}} = \vec{L}_G^{(A)} + \vec{L}_G^{(B)}$$

Dans certains cas $\vec{L}_G // \vec{\omega}$. Alors : $\vec{L}_G = I_{Gz} \vec{\omega}$

25

En général, le moment cinétique de mon solide en rotation n'est pas parallèle à l'axe de rotation. Nous allons voir que s'il y a une certaine symétrie dans la répartition de la masse, cela va simplifier les choses. Supposons maintenant que je double mon haltère avec les deux masses m et m par un deuxième solide identique placé symétriquement par rapport à l'axe de rotation. J'ai donc augmenté la symétrie de mon solide. J'ai quatre masses identiques m , m et m . Et le moment cinétique total sera la somme du moment cinétique de mon premier solide et de mon deuxième solide. Je vais appeler le solide original A et le solide rajouté B. Nous avons déjà calculé le moment cinétique par rapport à G du solide A calculé précédemment. Nous avons trouvé $2 m r^2 \sin \theta \omega - \vec{e}_\theta$. Nous allons chercher maintenant le moment cinétique, toujours par rapport au centre de masse, du solide total qui sera la somme du moment cinétique de A plus le moment cinétique de B. Afin de simplifier le calcul, nous allons faire un petit raisonnement géométrique. Le moment cinétique de A était donc un vecteur perpendiculaire à la tige et dirigé selon $-\vec{e}_\theta$. Le vecteur moment cinétique de ce morceau-là est lié à la tige et tourne avec, en décrivant, un cône d'axe Gz .

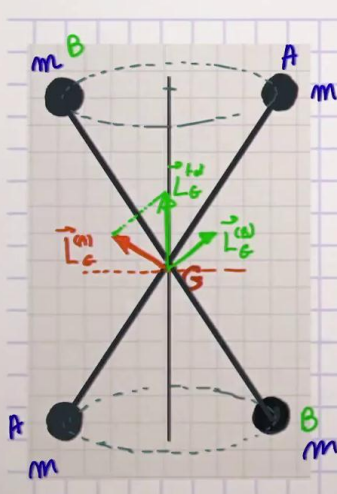
Notes

Summary



15m 35s

En général, le moment cinétique n'est pas parallèle à l'axe de rotation. Sauf si il y a une certaine symétrie dans la répartition de la masse :



$$\vec{L}_G^{(A)} = 2mr^2 \sin\theta \omega (-\vec{e}_\theta)$$

$$\underbrace{\vec{L}_G^{\text{total}}}_{\parallel \vec{e}_z} = \vec{L}_G^{(A)} + \vec{L}_G^{(B)}$$

Dans certains cas $\vec{L}_G \parallel \vec{\omega}$. Alors : $\vec{L}_G = I_{Gz} \vec{\omega}$

25

Lorsque ce morceau-là a fait un demi-tour, il est exactement identique au deuxième morceau que j'ai rajouté. Le moment cinétique du solide B sera donc le moment cinétique de A après un demi-tour. C'est donc un vecteur perpendiculaire à la deuxième tige de même norme symétrique du moment cinétique de A par rapport à l'axe Gz. L'expression du moment cinétique de A a été faite avec les vecteurs de base du repère lié à la masse du haut. L'expression du moment cinétique de B doit être faite dans le même repère pour que je puisse faire vectoriellement la somme. Or, cette expression n'est pas simple. Ce vecteur n'est pas colinéaire à aucun des vecteurs de base du repère de coordonnées sphériques lié à la masse m1. Mais par contre, je sais que j'ai un vecteur symétrique du premier par rapport à l'axe Gz. Finalement, je n'ai pas besoin de connaître ce vecteur complètement. Tout ce qui m'intéresse, c'est la somme. Lorsque je vais faire la somme de ces deux vecteurs, je vais obtenir un vecteur total qui sera forcément colinéaire à l'axe Gz. Afin de connaître la norme de ce vecteur, il me suffit de calculer la projection du vecteur LG(A) sur l'axe oz et je sais que la norme du vecteur total sera deux fois la grandeur projection de LG(A) sur oz.

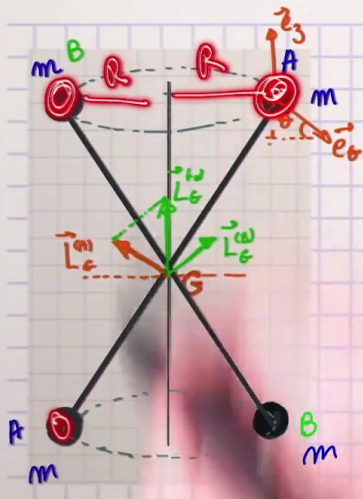
Notes

Summary



17m 35s

En général, le moment cinétique n'est pas parallèle à l'axe de rotation. Sauf si il y a une certaine symétrie dans la répartition de la masse :



$$\vec{L}_G^{(A)} = 2mr^2 \sin\theta \omega (-\vec{e}_\theta)$$

$$\vec{L}_G^{\text{total}} = \vec{L}_G^{(A)} + \vec{L}_G^{(B)} \quad // (Gz)$$

$$|\vec{L}_G^{\text{total}}| = 2 \vec{L}_G^{(A)} \cdot \vec{e}_z = 2 (2mr^2 \sin\theta \omega) (-\vec{e}_\theta) \cdot \vec{e}_z$$

$$\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_z = -\sin\theta$$

$$|\vec{L}_G^{\text{total}}| = 4mr^2 \sin\theta \omega \sin\theta = 4m\omega (\sin\theta)^2 r^2 = M\omega R^2$$

$$\vec{L}_G^{\text{total}} = MR^2 \omega \vec{e}_z = MR^2 \vec{\omega}$$

Dans certains cas $\vec{L}_G // \vec{\omega}$. Alors : $\vec{L}_G = I_{Gz} \vec{\omega}$

25

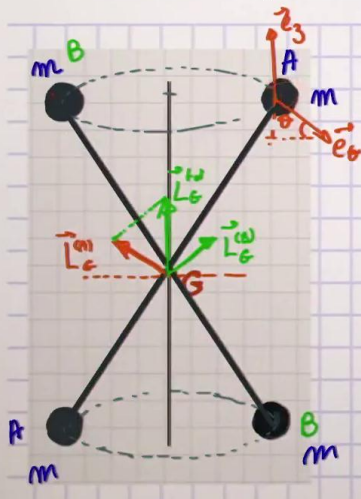
La projection du vecteur $\vec{L}_G(A)$ sur Gz s'obtient comme étant le produit scalaire $\vec{L}_G(A) \cdot \vec{e}_z$. J'obtiendrai donc la norme de mon moment cinétique total comme étant deux fois le produit scalaire de $(2mr^2 \sin\theta \omega) (-\vec{e}_\theta)$ produit scalaire avec \vec{e}_z . Je cherche donc le produit scalaire $\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_z$. Je retrouve l'angle θ à cet endroit là. L'angle $\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_z$ étant supérieur à 90 degrés, le produit scalaire sera négatif et la projection ici me donne un $\sin\theta$. Je vais donc obtenir $\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_z$ est égale à $-\sin\theta$. La norme \vec{L}_G totale vaudra donc $4mr^2 \sin\theta \omega$ - par - va faire +, encore une fois $\sin\theta$, soit $4m\omega (\sin\theta)^2 r^2$. $4m$ n'est rien d'autre que M , la masse totale. Ceci n'est rien d'autre que $(r \sin\theta)^2$. Or, $r \sin\theta$ vaut R , la distance entre la masse m et l'axe. Pour obtenir le vecteur \vec{L}_G , puisqu'il est colinéaire à \vec{e}_z , \vec{L}_G total sera égal à $M R^2 \omega \vec{e}_z$ mais $\omega \vec{e}_z$ est le vecteur rotation. C'est donc $M R^2$ vecteur $\vec{\omega}$. Mais la grandeur $M R^2 \omega$ est une grandeur particulière du solide que nous avons déjà calculé. Pour ce solide qui a une symétrie particulière, chacune des masses est à la distance R de l'axe. Lorsque je calcule le moment d'inertie de ce solide par rapport à l'axe, je trouve $M R^2$.

Notes

Summary



En général, le moment cinétique n'est pas parallèle à l'axe de rotation. Sauf si il y a une certaine symétrie dans la répartition de la masse :



$$\vec{L}_G^{(A)} = 2mr^2 \sin\theta \omega (-\vec{e}_\theta)$$

$$\vec{L}_G^{\text{total}} = \vec{L}_G^{(A)} + \vec{L}_G^{(B)} \quad // (\vec{e}_3)$$

$$|\vec{L}_G^{\text{total}}| = 2 \vec{L}_G^{(A)} \cdot \vec{e}_3 = 2 (2mr^2 \sin\theta \omega) (-\vec{e}_\theta) \cdot \vec{e}_3$$

$$\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_3 = -\sin\theta$$

$$|\vec{L}_G^{\text{total}}| = 4mr^2 \sin\theta \omega \sin\theta = 4m\omega (\sin\theta)^2 r^2 = I_G \omega^2$$

$$\vec{L}_G^{\text{total}} = I_G \omega^2 \vec{e}_3 = I_G \omega \vec{\omega} = I_G \vec{\omega}$$

Dans certains cas $\vec{L}_G // \vec{\omega}$. Alors : $\vec{L}_G = I_G \vec{\omega}$

25

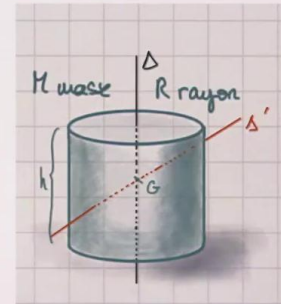
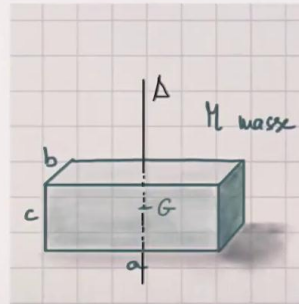
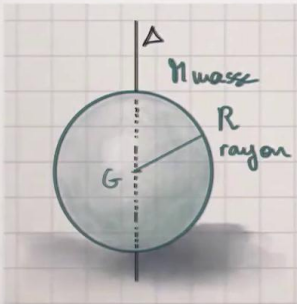
Au final, mon moment cinétique sera donc égal au moment d'inertie par rapport à Gz , multiplié par le vecteur rotation ω . Donc, dans le cas de mon solide symétrisé par rapport à l'axe de rotation, j'ai pu trouver que le moment cinétique est parallèle à l'axe de rotation, donc parallèle au vecteur rotation, et qu'il se calcule de manière simple, c'est le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation, multiplié par le vecteur rotation. Ça, c'était pour un solide quand même très simple.

Notes

Summary



Exemples de cas symétriques :



26

Que se passe-t-il dans le cas de solides un peu plus complexes ? Nous allons prendre nos trois solides usuels : la sphère, le parallélépipède rectangle et le cylindre. Dans le calcul de mon moment cinétique, je peux imaginer de découper ma sphère en petits sous-ensemble. Puisqu'elle est symétrique, en fait, elle est constituée de quatre parties identiques qui sont quatre quarts de sphère. Je coupe dans un plan horizontal, puis avec un plan vertical. Chacun de ces quatre quarts de sphère a son pendant dans l'autre quart. Je peux donc reconstituer ma sphère à l'aide de petits solides comme celui que j'ai vu tout à l'heure. Pour chacun de ces petits solides en forme d'haltère double, le moment cinétique pour une rotation autour de l'axe Gz , axe Δ ici, sera colinéaire à Δ . Puisque ça marche pour chacun des petits morceaux, quand je fais toute la somme, le moment cinétique sera colinéaire à cet axe. Et puis, si je peux prendre n'importe quel axe passant par le centre de la sphère, on voit bien que ça marchera aussi. Si je prends mon parallélépipède rectangle, même chose, je peux le couper en quatre morceaux et chacun de ces morceaux peut être séparé en petites haltères doubles.

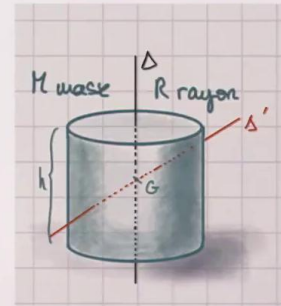
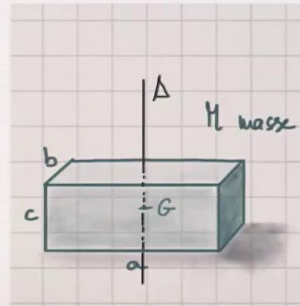
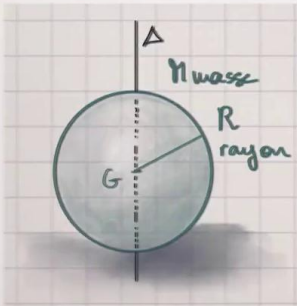
Notes

Summary



22m 44s

Exemples de cas symétriques :



Pour ces solides il existe des axes de symétrie tels que pour une rotation autour de cet axe $\vec{L}_G = I_{G\Delta} \vec{\omega}$ **Axe principal d'inertie**

Tout solide admet au moins 3 axes principaux d'inertie

Pour une rotation autour d'un axe principal d'inertie, $\vec{L}_G = I_{G\Delta} \vec{\omega}$

26

L'axe Δ me permettra aussi d'avoir le moment cinétique colinéaire à Δ pour une rotation autour de Δ . Et finalement, pour mon cylindre, c'est à nouveau la même chose. Nous voyons donc que pour ces solides, il existe des axes de symétrie tels que si j'ai une rotation autour de cet axe, le moment cinétique par rapport à l'axe de rotation est égal au moment d'inertie du solide multiplié par le vecteur rotation. Un tel axe s'appelle un axe principal d'inertie. Il est possible de montrer que tout solide admet au moins trois axes principaux d'inertie. Et pour une rotation autour d'un axe principal d'inertie, le moment cinétique se calcule comme le produit du moment d'inertie par le vecteur rotation. Dans le cas de notre sphère, tout axe passant par le centre de masse sera un axe principal d'inertie. Pour notre parallélépipède rectangle, tout axe colinéaire à une arête et passant par le centre de masse sera un axe principal d'inertie. Pour notre cylindre, l'axe du cylindre est un axe principal d'inertie, mais un axe perpendiculaire à l'axe du cylindre et passant par le centre de masse est aussi un axe principal d'inertie. J'ai donc là une infinité d'axes principaux d'inertie. Là, j'en ai une infinité un peu moins grande, mais quand même une infinité. Mais il est important de retenir que cette relation n'est valable que si la rotation se fait autour d'un axe principal d'inertie.

Notes

Summary





Voilà, nous venons de voir que si la rotation du solide se fait autour d'un axe particulier appelé axe principal d'inertie, alors le moment cinétique a une expression simple qui est le produit du moment d'inertie par le vecteur rotation. C'est cette expression qui nous permettra de faire des calculs prédictifs sur le comportement des solides.

Notes

Summary

26m 00s

