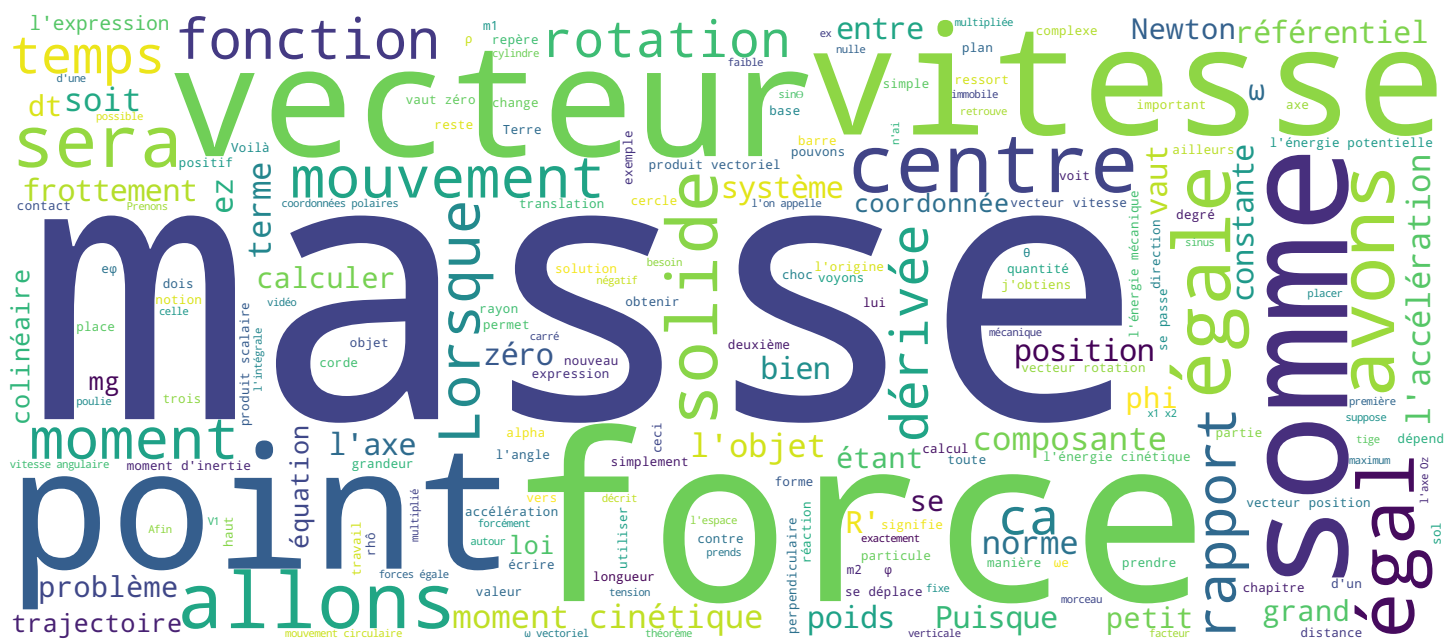


Statique

Prof. Cécile Hébert



Plan du cours

- I - Cinématique
- II - Référentiel accélérés
- III - Lois de Newton
- IV - Balistique – effet d'une force constante et uniforme
- V - Forces ; application des lois de Newton
- VI - Travail, Energie, principes de conservation
- VII - Chocs, systèmes de masse variable
- VIII - Oscillateur harmonique
- IX - Moment cinétique ; Gravitation
- X - Solide indéformable
- XI - Application du solide indéformable

2

Dans cette vidéo, nous allons aborder un cas particulier des problèmes liés aux solides. Nous avons un solide immobile et nous cherchons les conditions pour qu'il le reste. C'est ce que l'on appelle la statique.

Notes

Summary



0m 04s

Table des matières

- 1 - Introduction. Du système de points au solide indéformable.
- 2 - Centre de masse et lois de Newton
- 3 - Statique
- 4 - Energie (cinétique) de rotation
- 5 - Moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe
- 6 - Moment cinétique d'un solide
- 7 - Solide qui roule
- 8 - Tenseur d'inertie (hors programme)

3

Nous sommes dans le chapitre 10 sur le solide indéformable et nous allons voir la notion de statique.

Notes

Summary



0m 17s

3 - Statique

conditions pour qu'il reste immobile

Les conditions sont alors :

$$\vec{F}^{\text{ext}} = \vec{0} \quad \vec{M}_O^{\text{ext}} = \vec{0}$$

Exemple : poutre (non homogène !) de masse m sur 2 supports. Déterminer les forces F_A en A et F_B en B exercées par les supports



11

Nous allons maintenant voir une application particulière. Cette application est ce que l'on appelle la statique. On suppose que le solide est immobile au début et on cherche les conditions pour qu'il le reste.

Notes

Summary

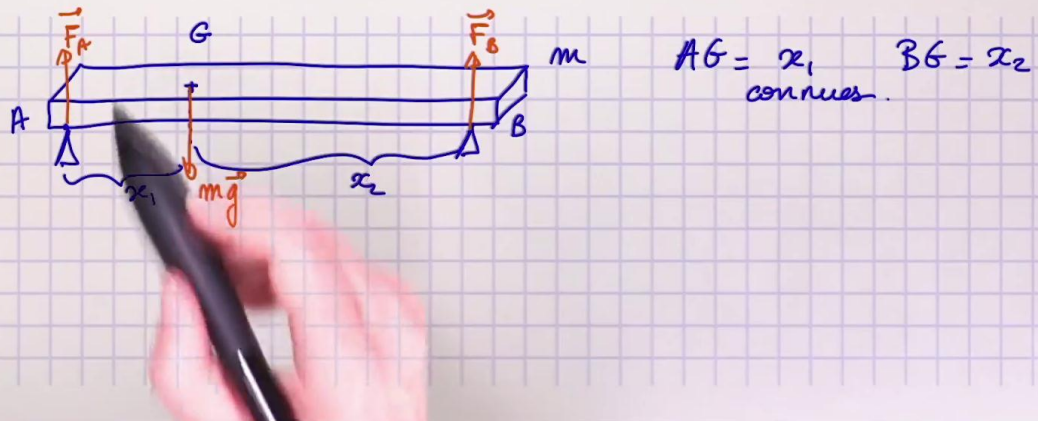


3 - Statique

Les conditions sont alors :

$$\vec{F}^{\text{ext}} = \vec{0} \quad \vec{M}_O^{\text{ext}} = \vec{0}$$

Exemple : poutre (non homogène !) de masse m sur 2 supports. Déterminer les forces F_A en A et F_B en B exercées par les supports



11

Puisque le solide est immobile, la vitesse de son centre de masse est nulle et elle doit rester nulle. L'accélération du centre de masse doit donc être zéro, donc la somme des forces extérieures doit être nulle. Par ailleurs, le solide ne doit pas se mettre en rotation. Donc la somme des moments des forces extérieures doit aussi être nulle. Prenons l'exemple suivant, une poutre non homogène de masse m , posée sur deux supports. Puisque la poutre n'est pas forcément homogène, son centre de masse n'est pas forcément au centre, mais je suppose que je connais sa position. L'objet est posé sur un premier support au point A, et un deuxième support au point B. Je suppose que je connais la distance AG que je vais appeler x_1 et la distance BG que je vais appeler x_2 . Les forces exercées sur cet objet sont le poids mg qui s'exerce au centre de masse et les forces de soutien des deux supports F_A et F_B qui s'exercent au point de contact. En mécanique du solide, il est particulièrement important de faire attention au point d'application des forces. Je ne peux pas les mettre n'importe où. Ce point d'application n'est pas important pour vérifier que la somme des forces vaut zéro.

Notes

Summary

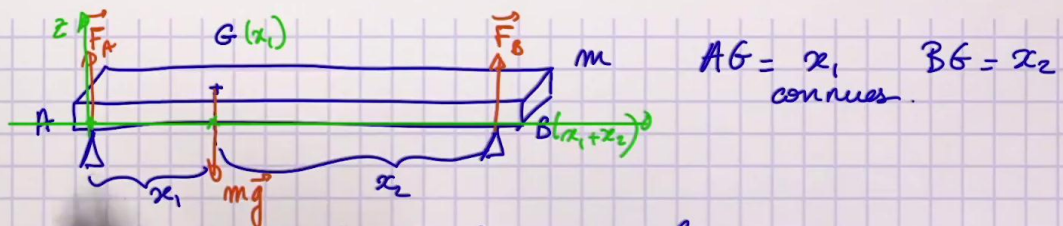


3 - Statique

Les conditions sont alors :

$$\vec{F}^{\text{ext}} = \vec{0} \quad \vec{M}_O^{\text{ext}} = \vec{0}$$

Exemple : poutre (non homogène !) de masse m sur 2 supports. Déterminer les forces F_A en A et F_B en B exercées par les supports



Attention aux points d'application des forces

$$\sum \vec{F} = \vec{0} = \vec{F}_A + \vec{F}_B + m\vec{g} = \vec{0} \Rightarrow F_A + F_B - mg = 0$$

11

Par contre, pour vérifier que la somme des moments des forces reste nulle, je dois bien savoir où s'appliquent ces forces. D'une façon générale, les forces de soutien s'appliquent aux points de contact. Je vais utiliser comme repère un axe Ox, tel que le point A soit à l'origine, le centre de masse soit en x_1 et le point B en $x_1 + x_2$. J'aurai besoin aussi d'un axe perpendiculaire que je vais appeler Az. Lorsque je vais appliquer somme des forces égale zéro. Je vais donc me retrouver avec $F_A + F_B + mg = 0$. Ces trois forces sont colinéaires à l'axe Oz, mg vers le bas, FA et FB vers le haut. Donc FA et FB sur les z positifs, mg sur les z négatifs. Projetés sur Oz, cela va donc me donner $F_A + F_B - mg = 0$. Je cherche FA et FB. J'ai une équation, deux inconnues. Il me faudra bien une autre équation. Je vais la trouver grâce à somme des moments des forces égale zéro. La question est, par rapport à quel point est-ce que je vais me placer ? J'ai le choix, je peux prendre n'importe quel point fixe de mon référentiel. Mais je vais choisir soit A, soit G, soit B, qui sont trois points particuliers où s'appliquent des forces. Lorsque je vais calculer les moments des forces, si je me place en A, je n'aurais pas de moment pour FA.

Notes

Summary

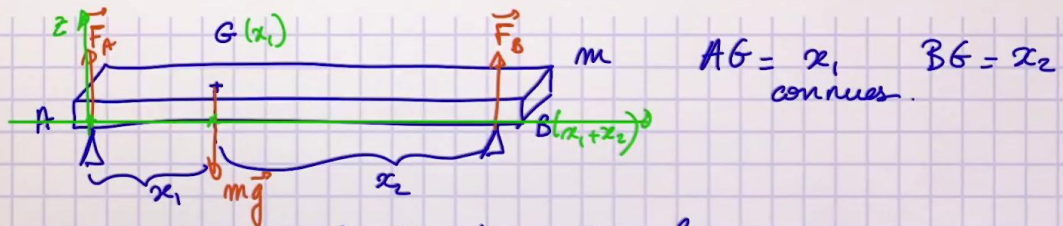


3 - Statique

Les conditions sont alors :

$$\vec{F}^{\text{ext}} = \vec{0} \quad \vec{M}_O^{\text{ext}} = \vec{0}$$

Exemple : poutre (non homogène !) de masse m sur 2 supports. Déterminer les forces F_A en A et F_B en B exercées par les supports



Attention aux points d'application des forces

$$\sum \vec{F} = \vec{0} = \vec{F}_A + \vec{F}_B + m\vec{g} = \vec{0} \Rightarrow F_A + F_B - mg = 0$$

11

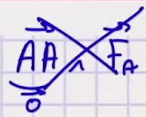
Si je me place au centre de masse, c'est le moment du poids qui disparaîtra. Et si je me place en B, c'est le moment de F_B qui disparaîtra. Je vais donc choisir de me placer soit en A, soit en B afin de n'avoir qu'une des deux inconnues dans mon équation.

Notes

Summary



$$\sum \vec{J}_A = \vec{0}$$



$$\vec{AA} \wedge \vec{F}_A + \vec{AG} \wedge m\vec{g} + \vec{AB} \wedge \vec{F}_B = \vec{0}$$

$$x_1 \vec{e}_x \wedge (-mg \vec{e}_z) + (x_1 + x_2) \vec{e}_x \wedge F_B \vec{e}_z = \vec{0}$$

$$mgx_1 \vec{e}_y - (x_1 + x_2) F_B \vec{e}_y = \vec{0}$$

$$mgx_1 = F_B (x_1 + x_2) \Rightarrow F_B = mg \frac{x_1}{x_1 + x_2} \quad F_A + F_B - mg = 0$$

$$F_A = mg \frac{x_2}{x_1 + x_2}$$

$$F_B = mg \frac{x_1}{x_1 + x_2}$$

12

Le choix que je fais est de me placer en A. Somme des moments des forces par rapport à A est égale à zéro. J'ai donc, pour la force A le vecteur AA vectoriel FA, pour le poids, le vecteur AG vectoriel mg, et pour la force en B, le vecteur AB vectoriel FB. Cette somme doit être égale à zéro. La première disparaît car le vecteur AA est le vecteur nul dans le repère choisi, AG vaut $x_1 \vec{e}_x$ et mg , $-mg \vec{e}_z$. AB vaut $(x_1 + x_2) \vec{e}_x$ vectoriel $F_B \vec{e}_z$. Cette somme doit être égale à zéro. Comme j'ai un moins ici et que moins par moins fait plus, je vais trouver $mgx_1 \vec{e}_y$. Pour le deuxième produit vectoriel, j'ai aussi \vec{e}_x vectoriel \vec{e}_z donc je vais avoir le $-(x_1 + x_2) F_B \vec{e}_y$ et ceci doit être égal au vecteur nul. Projeté sur y, cela me donne donc $mgx_1 = F_B(x_1 + x_2)$. soit $F_B = mgx_1 / (x_1 + x_2)$. Par la somme des forces, j'avais trouvé $F_A + F_B - mg = \text{zéro}$. En mettant l'expression de F_B là-dedans, cela va me permettre d'obtenir F_A . Je vous laisse finir ce calcul. Au final, on obtient deux expressions symétriques pour F_A et F_B proportionnelles au poids et dépendant de la distance entre le centre de masse et les supports. L'intensité des deux forces n'est pas égale. Dans le dessin que j'avais fait, le centre de masse était plus proche du point A que du point B.

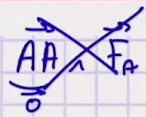
Notes

Summary



4m 41s

$$\sum \vec{J}_A = \vec{0}$$



$$\vec{AG} \wedge m\vec{g} + \vec{AB} \wedge \vec{F}_B = \vec{0}$$

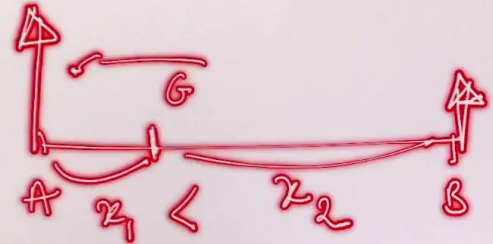
$$x_1 \vec{e}_x \wedge (-mg \vec{e}_z) + (x_1 + x_2) \vec{e}_x \wedge F_B \vec{e}_z = \vec{0}$$

$$mgx_1 \vec{e}_y - (x_1 + x_2) F_B \vec{e}_y = \vec{0}$$

$$mgx_1 = F_B (x_1 + x_2) \Rightarrow F_B = mg \frac{x_1}{x_1 + x_2} \quad F_A + F_B - mg = 0$$

$$F_A = mg \frac{x_2}{x_1 + x_2}$$

$$F_B = mg \frac{x_1}{x_1 + x_2}$$



12

x_1 est inférieure à x_2 , F_A est donc plus grand que F_B . C'est logique, la force de soutien en A est supérieure à la force de soutien en B puisque le centre de masse est plus proche de A.

Notes

Summary





Voilà, nous avons commencé par étudier le cas d'un solide statique.
Dans la suite, nous allons nous intéresser aux solides en mouvement.

Notes

Summary



7m 36s