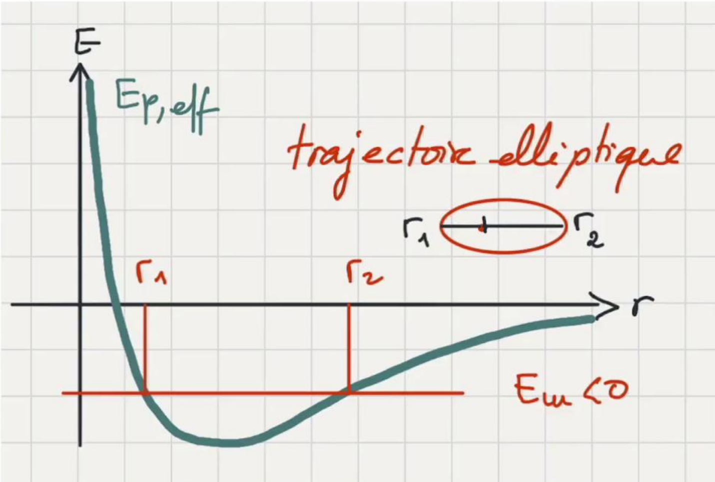
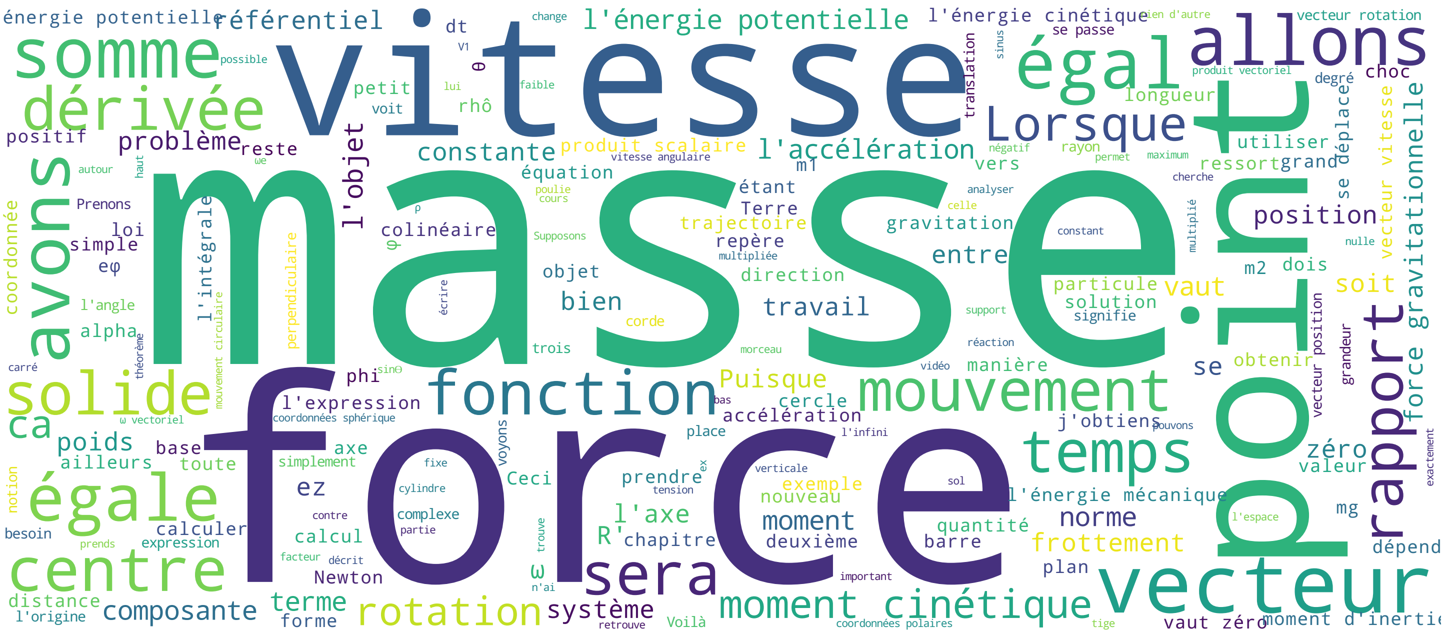


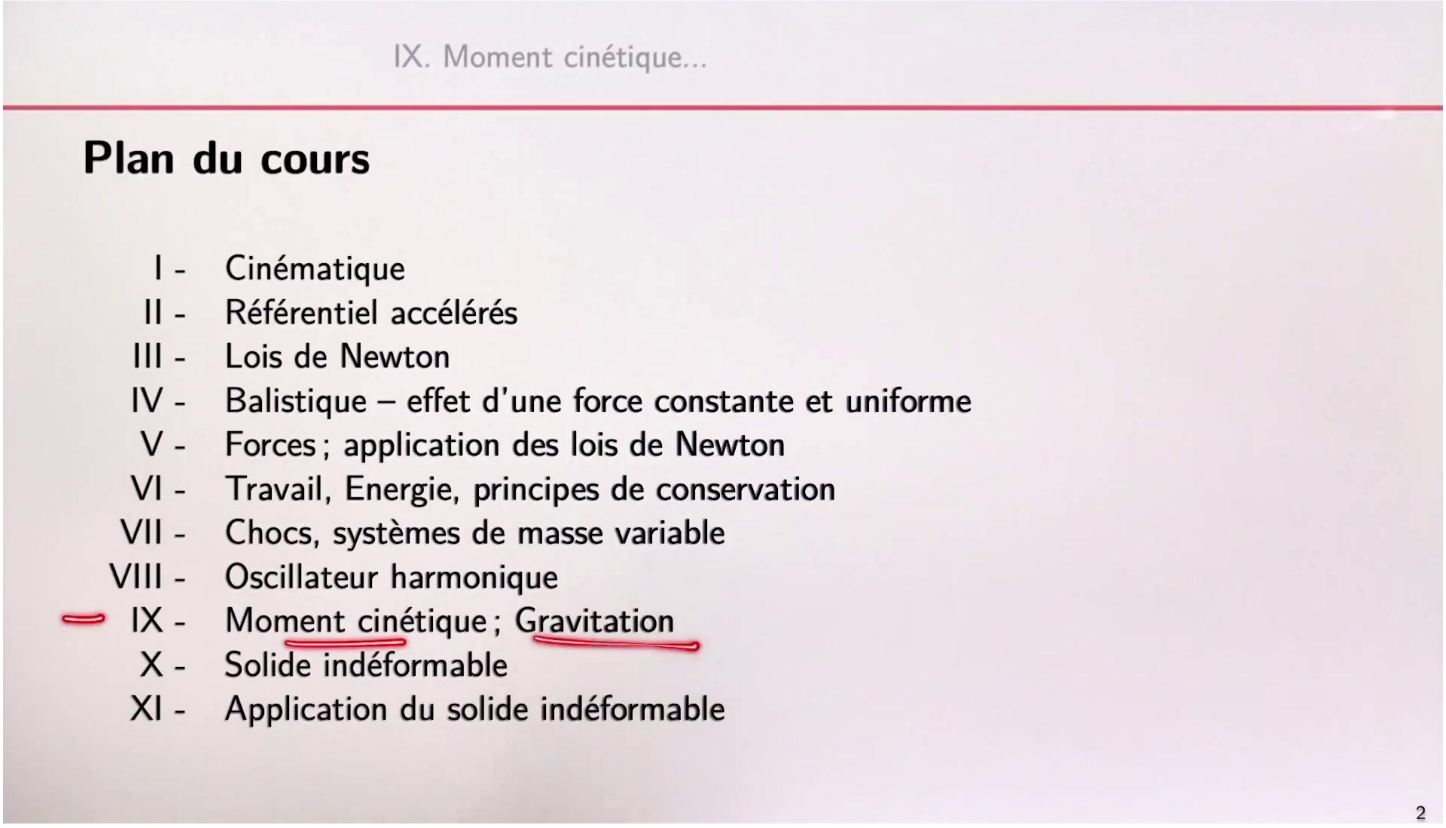
Gravitation et énergie

Partie 1

Prof. Cécile Hébert



Video

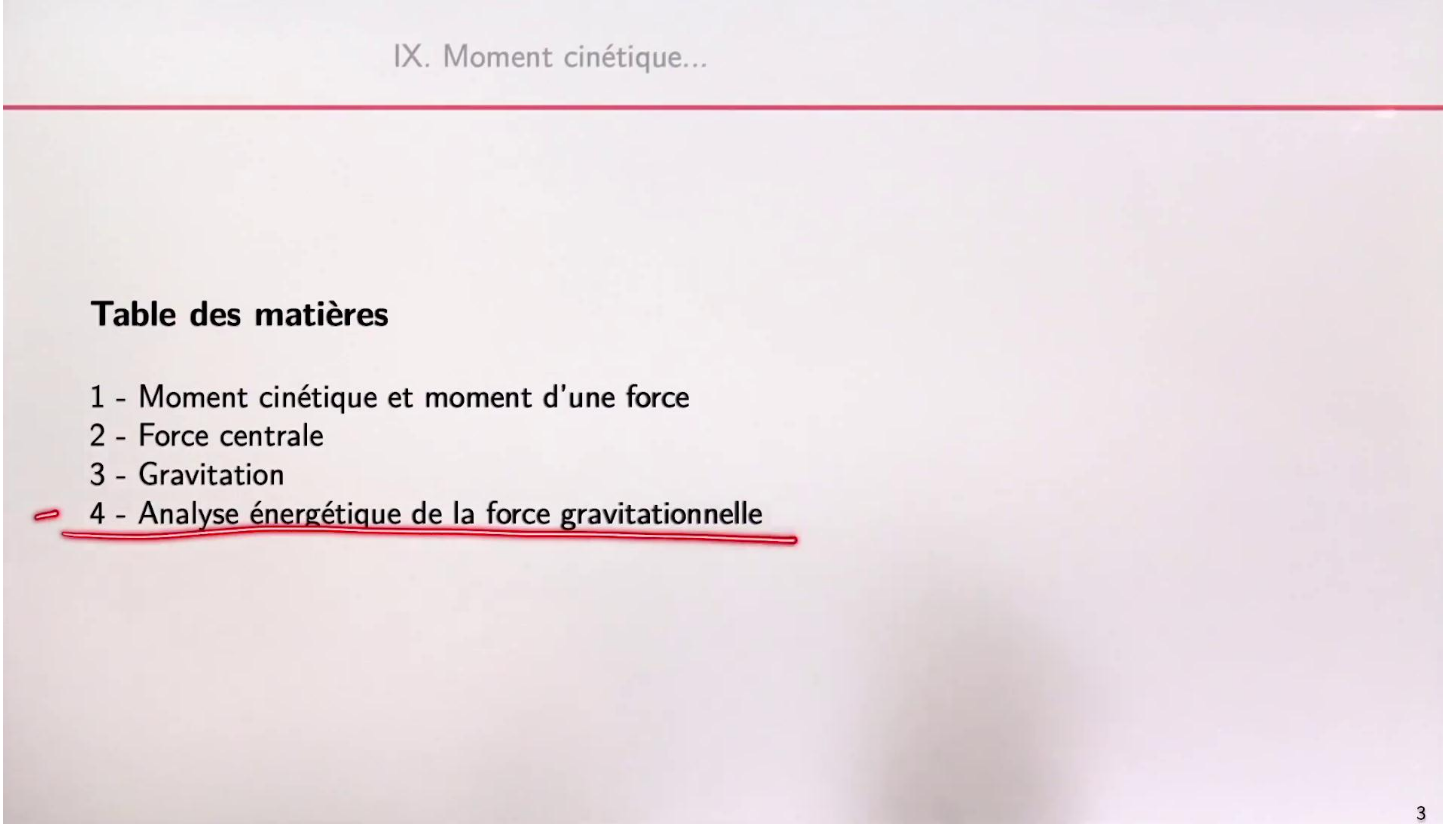


Bonjour. Dans cette vidéo, nous allons continuer à analyser la force gravitationnelle, mais cette fois sous le point de vue de l'énergie. Nous allons voir que c'est une force qui dépend d'un potentiel et nous allons trouver l'énergie potentielle gravitationnelle.

Notes

Summary

0m 05s

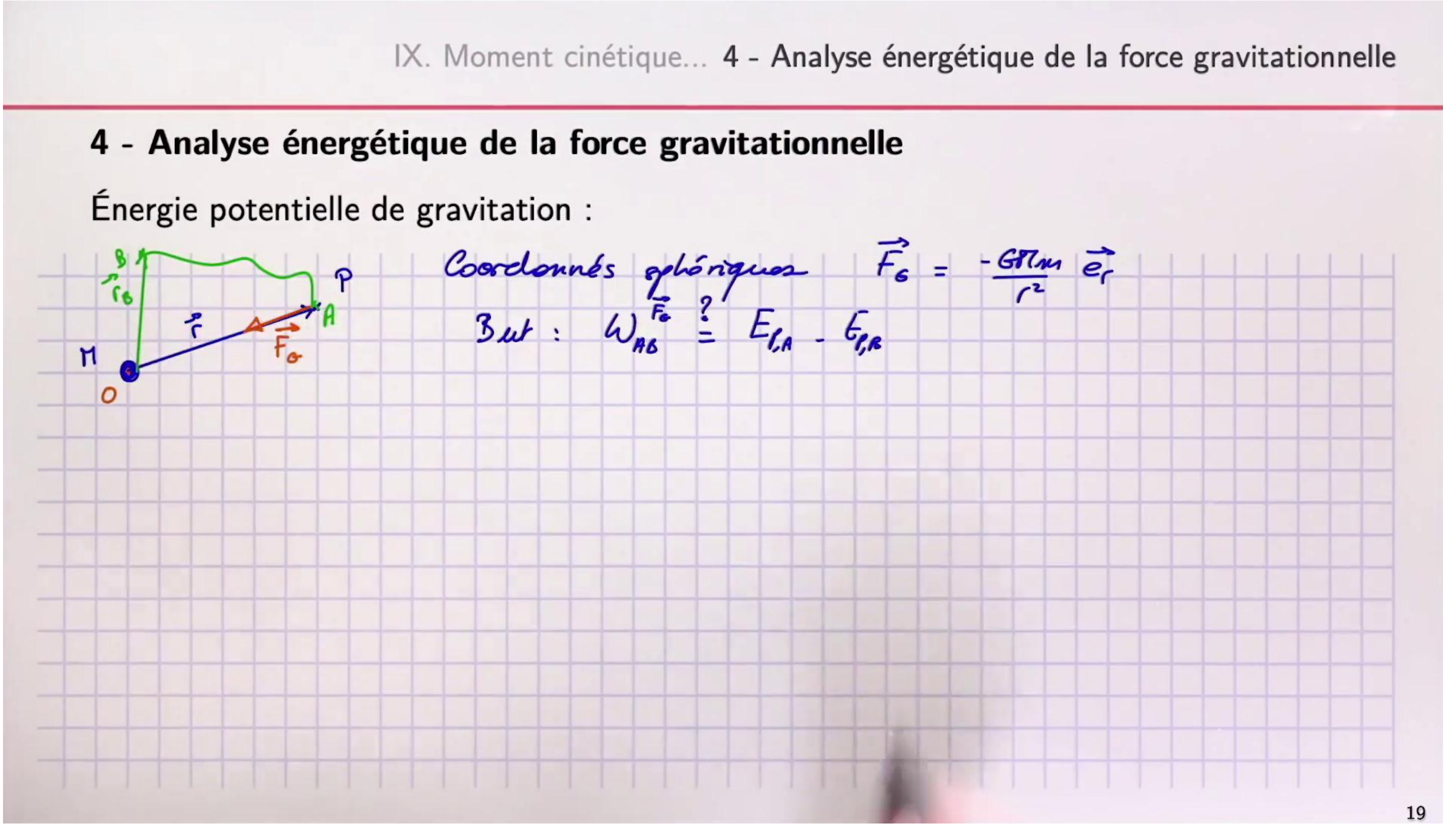


Nous sommes dans le chapitre IX : Moment cinétique, gravitation et nous allons voir la quatrième partie : l'analyse énergétique de la force gravitationnelle.

Notes

Summary

0m 21s

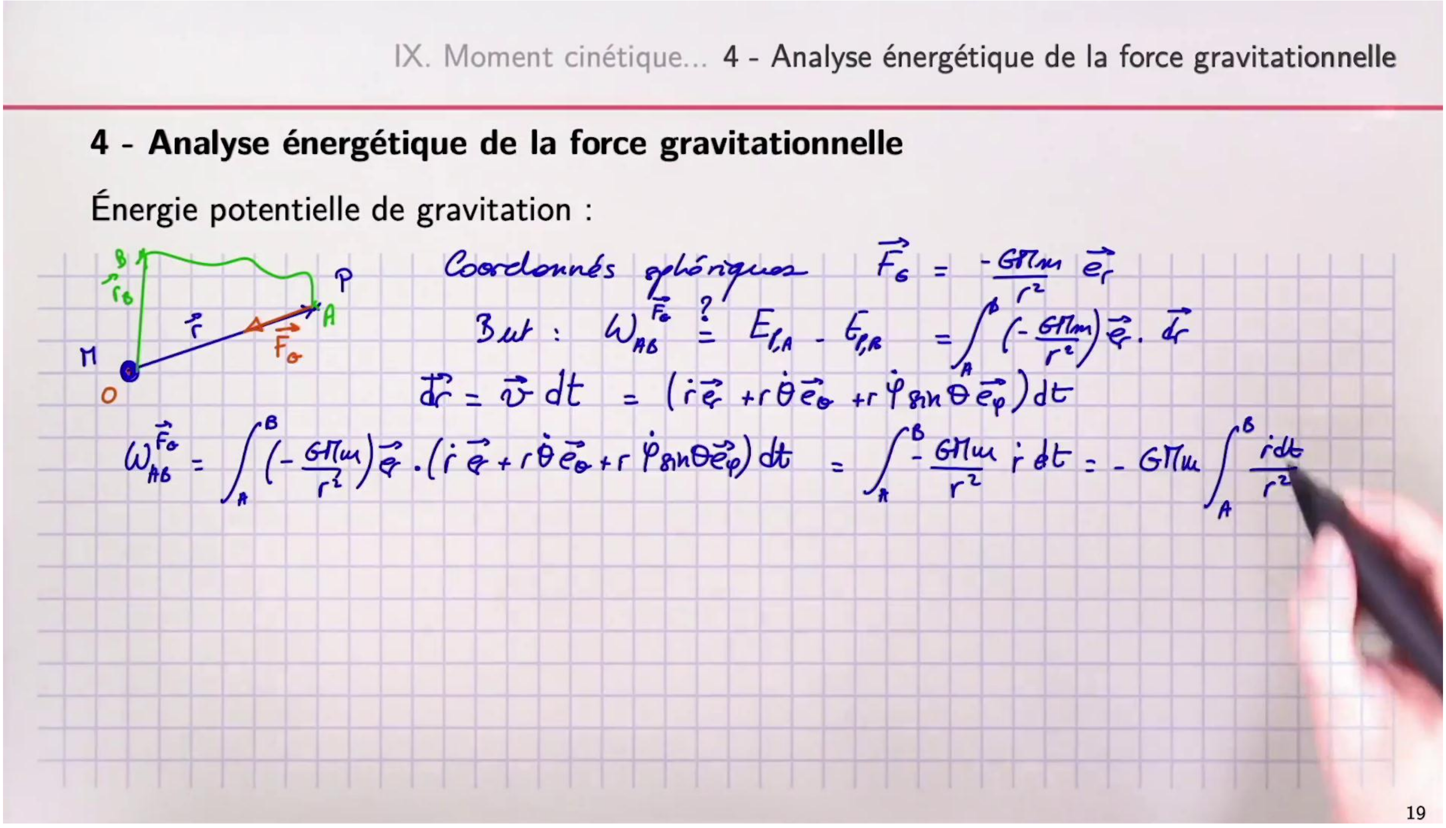


En termes d'énergie, nous avons vu que le poids est une force qui dérive d'un potentiel. Or, le poids n'est qu'une manifestation locale de la force gravitationnelle. On se doute donc qu'il sera possible de trouver aussi une énergie potentielle pour la gravitation. Nous allons considérer un cas assez général. Plaçons une masse M à l'origine O du référentiel, un point P. Et située à la distance r, le vecteur OP est le vecteur r. La force gravitationnelle est une force centrale. Elle est dirigée de P vers M, donc colinéaire à r. Étant donné la symétrie de la force gravitationnelle, nous allons nous placer en coordonnées sphériques. Dans ces coordonnées, la force gravitationnelle va s'écrire -GMm sur r² vecteur de base e_r. Le but va être de calculer le travail de A à B de la force gravitationnelle et de voir si on peut l'exprimer sous la forme d'une énergie potentielle en A moins une énergie potentielle en B. Ceci pour un trajet allant de A à B. Donc, supposons que P se déplace sur un trajet quelconque de A jusqu'à B. À ce moment-là, le travail de A à B de la force gravitationnelle est l'intégrale de A à B de la force gravitationnelle $(-GMm/r^2)e_r$ vecteur déplacement dr.

Notes

Summary

0m 31s

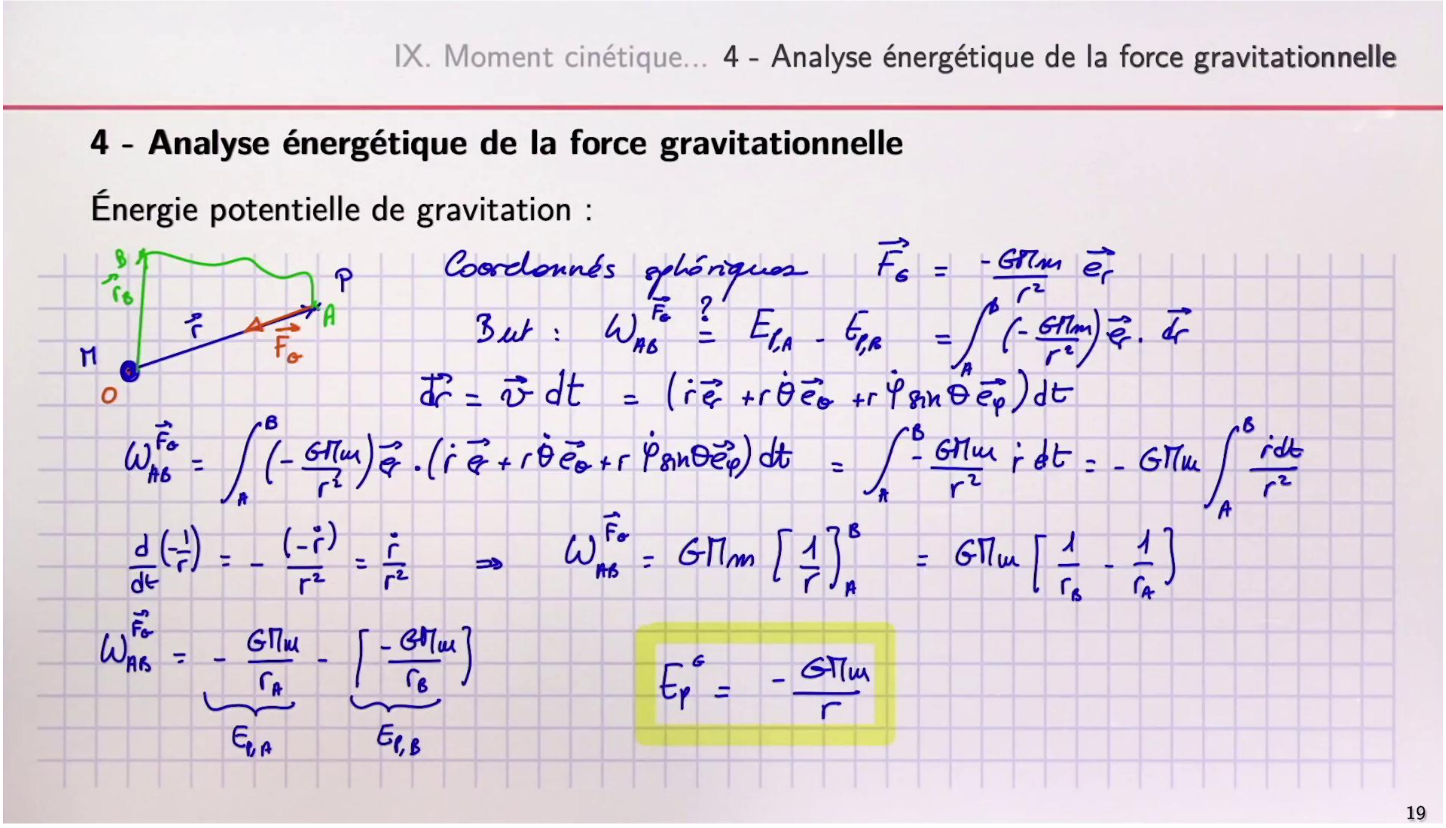


Puisque le problème est à symétrie sphérique, que FG s'exprime extrêmement facilement sur e_r, nous allons chercher à exprimer dr en coordonnées sphériques. dr n'est rien d'autre que le vecteur déplacement avec la vitesse v pendant le temps dt, vdt. Nous allons utiliser l'expression de la vitesse en coordonnées sphériques. vdt= (r point er+rθ point eθ +rφ point sinθeφ) dt. Vous remarquerez que je n'ai pas encore placé sur le dessin comment mesurer l'angle θ et l'angle φ. Mais en fait, cela n'est pas important car nous allons faire le produit scalaire dr avec F et comme F est colinéaire à e_r, le terme sur eφ et le terme sur eθ disparaîtra. Il ne me restera que le terme sur e_r. Allons-y. Le travail de A à B de la force gravitationnelle est égal à l'intégrale de A à B de FG (-GMm/r²)e_r produit scalaire vdt. Le produit scalaire er eθ va disparaître. Le produit scalaire e_r, eφ va disparaître. Il ne me restera donc que le produit scalaire e_r, e_r, qui vaudra 1. Je trouve intégrale de A à B (-GMm/r²) r point dt. -GMn est constant dans cette intégrale, je peux le sortir de l'intégrale. R point/r² n'est rien d'autre que la dérivée de -1/r.

Notes

Summary

2m 27s

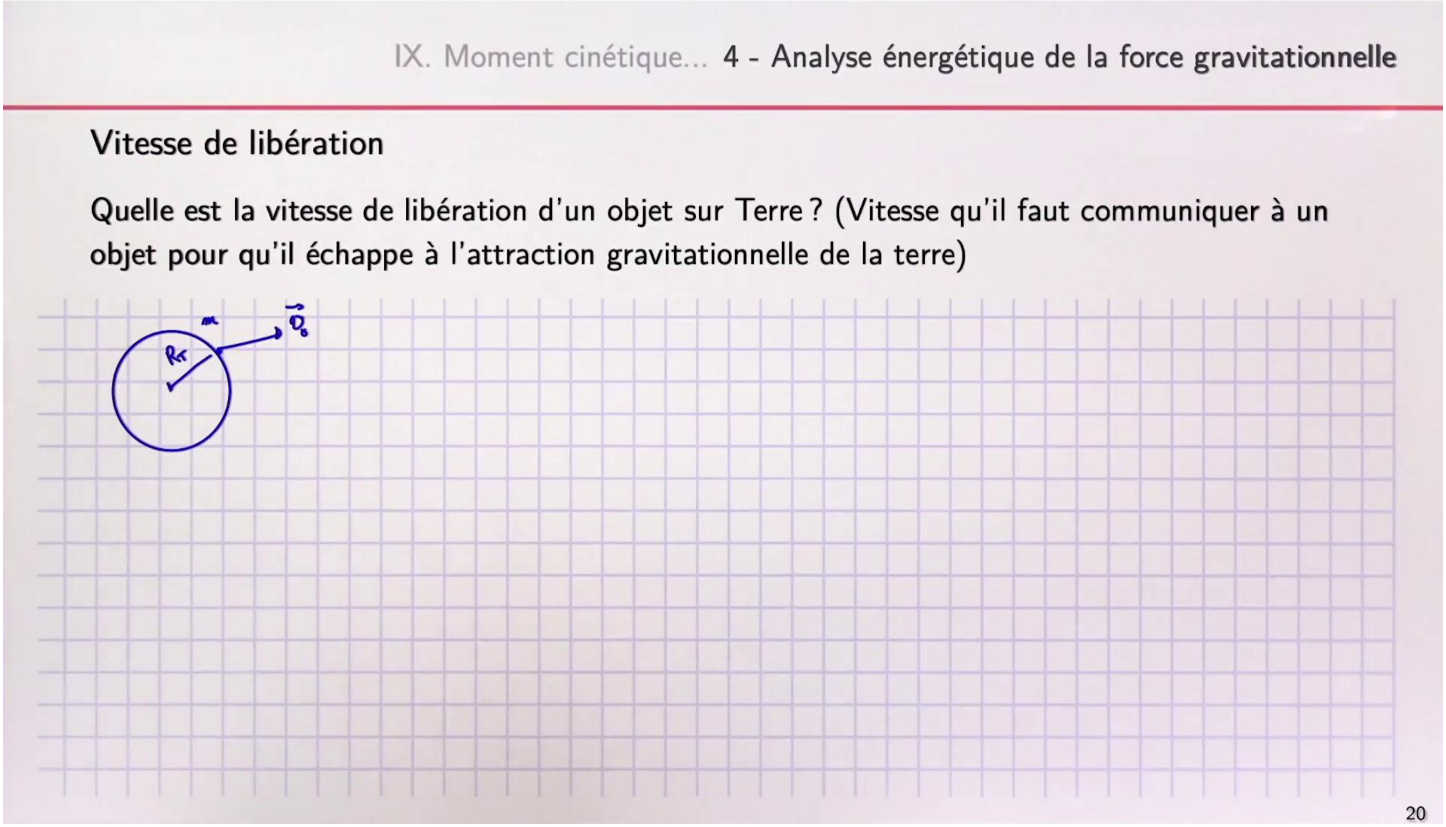


En effet, si je calcule la dérivée par rapport au temps de -1/r, je trouve : -(-r point/r²) qui vaut r point sur r². Le travail de A à B de FG. est donc égal à GMm [1/r] pris entre A et B. C'est donc égal à : GMm [1/r_β - 1/r_a]. r_β étant la distance O-B et r_a étant la distance O-A. Pour l'expression de l'énergie potentielle, je dois d'abord avoir le point en A. Je peux donc réécrire le travail de A à B de la force gravitationnelle comme étant : -GMm/r_a - GMm/r_β. Ceci est l'énergie potentielle en A moins l'énergie potentielle en B. J'ai bien donc trouvé une fonction des coordonnées d'espace, en fait seulement ou en fonction de la distance O-P. Tel que le travail de A à B de la force gravitationnelle soit égale à cette fonction énergie potentielle en A moins la même fonction en B. Cette fonction énergie potentielle de gravitation que je vais appeler Ep^g est donc égal à : -GMm/r. C'est l'expression de cette énergie potentielle que nous pourrons utiliser dans la suite et dans les exercices.

Notes

Summary

4m 22s

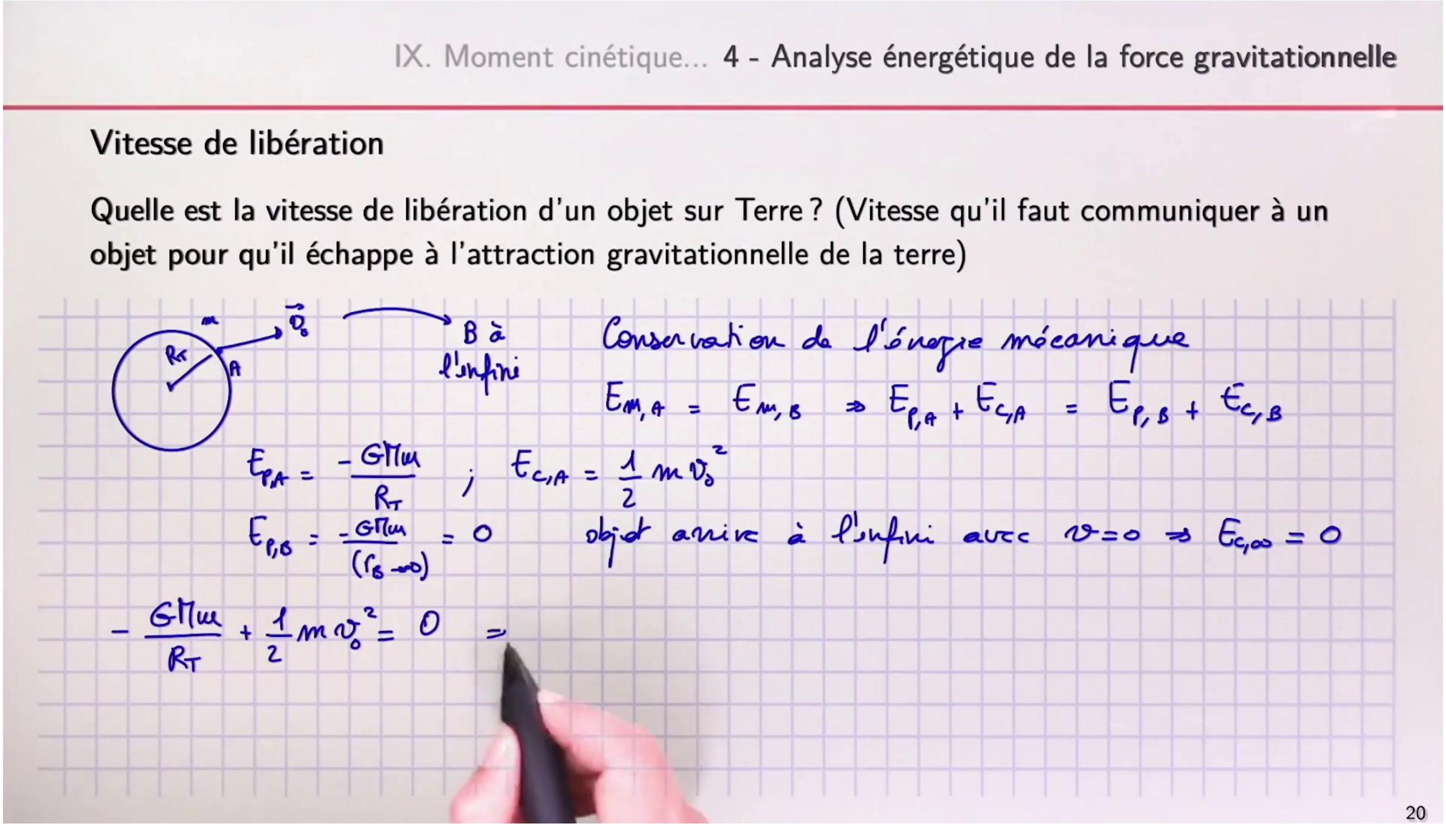


Nous allons voir maintenant un exemple de l'utilisation pour le calcul de ce qu'on appelle la vitesse de libération. La vitesse de libération, c'est la vitesse qu'on doit communiquer à un objet sur Terre pour qu'il échappe à l'attraction gravitationnelle de la Terre. C'est-à-dire que je prends la Terre dans son ensemble. À la surface, je place un objet de masse m. Je vais lui donner une vitesse v zéro. Et ce que je souhaite, c'est que cette vitesse soit suffisante pour que l'objet soit capable d'aller jusqu'à l'infini. Mais... Au fur et à mesure qu'il s'éloigne de la terre, il va ralentir. Le cas limite sera observé lorsqu'il arrive à l'infini, mais vraiment tout juste, tout juste, donc avec une vitesse nulle. Je vais donc avoir r qui se trouve à l'infini, mais la vitesse à l'infini qui vaut zéro. Et ce que je cherche, c'est la valeur de la norme de v zéro. La seule force est la force d'attraction gravitationnelle qui s'exerce sur m. Puisqu'il est parti de la surface de la Terre, il est parti d'une distance R qui vaut le rayon terrestre R_t. Le point de départ va être le point d'où je lance l'objet sur terre, A et le point d'arrivée, B, va être l'infini.

Notes

Summary

6m 20s



Puisque la seule force s'exerçant sur l'objet est la force de gravitation qui est une force conservative. Nous avons trouvé l'énergie potentielle de gravitation. Je peux utiliser la conservation de l'énergie mécanique. L'énergie mécanique A sera égale à l'énergie mécanique en B. Cette énergie mécanique est la somme de l'énergie potentielle, plus l'énergie cinétique. L'énergie potentielle en A, plus l'énergie cinétique en A sera égale à l'énergie potentielle en B, plus l'énergie cinétique en B. L'énergie potentielle en A. Et l'énergie potentielle de gravitation pour une distance R_t, c'est : $-GMm/R_t$. L'énergie cinétique en A, c'est l'énergie cinétique communiquée à l'objet en lui donnant v0 : $1/2m\ v_0^2$. L'énergie potentielle en B. S'écrie : $-GMm/R_\beta$. Or R_β tend vers l'infini. Cette énergie potentielle vaut donc zéro. C'est l'énergie potentielle à l'infini. Nous avons dit que l'objet arrive à l'infini avec v égale zéro. L'énergie cinétique à l'infini vaut donc zéro. Lorsque j'utilise cette conservation de l'énergie mécanique, j'ai donc : $E_{p,a} + E_{c,a}$. $-GMm/R_t + 1/2mv_0^2$. Qui est égal à $E_{p,\beta}$ qui vaut zéro plus $E_{c,\beta}$ qui vaut zéro. Donc zéro. Cela va me donner après simplification par m : $v_0^2 = 2GM/Rt$, soit $v_0 = \sqrt{2GM/R_t}$.

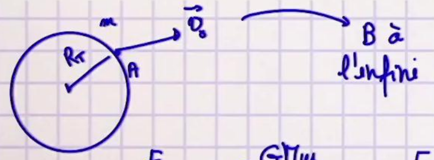
Notes

Summary

7m 53s

Vitesse de libération

Quelle est la vitesse de libération d'un objet sur Terre ? (Vitesse qu'il faut communiquer à un objet pour qu'il échappe à l'attraction gravitationnelle de la terre)



Conservation de l'énergie mécanique

$$E_{M,A} = E_{M,B} \Rightarrow E_{P,A} + E_{C,A} = E_{P,B} + E_{C,B}$$

$$E_{P,A} = -\frac{GMm}{R_T} \; ; \; E_{C,A} = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$E_{P,B} = \frac{-GMm}{(r_B \to \infty)} = 0$$

objet arrive à l'infini avec $v = 0 \Rightarrow E_{C,\infty} = 0$

$$-\frac{GM\cancel{m}}{R_T} + \frac{1}{2}\cancel{m} v_0^2 = 0 \Rightarrow v_0^2 = \frac{2GM}{R_T} \qquad v_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R_T}} \qquad 11 \text{ km/s}$$

En utilisant les valeurs pour la Terre. On trouve comme application numérique 11 kilomètres par seconde. C'est-à-dire que si je communique à un objet sur terre, une vitesse de 11 kilomètres par seconde, il va s'éloigner de la terre jusqu'à l'infini. Bien entendu, on a négligé l'effet des autres planètes, là, c'est pour la terre isolée. On remarque au passage que la norme de v_0 est la seule grandeur utile. On n'a pas besoin de connaître la direction. Quelle que soit la direction que je communique à l'objet. Le résultat sera le même.

Notes

Summary

10m 00s

Voilà, nous avons pu montrer que la force gravitationnelle dépend d'un potentiel. C'est une force qui dérive d'un potentiel et trouver l'expression de l'énergie potentielle de gravitation. Nous l'avons ensuite utilisé dans un cas concret.

Notes

Summary

10m 41s