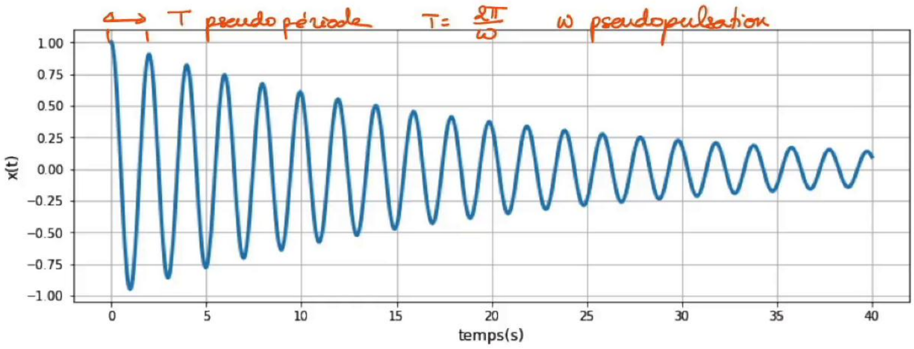
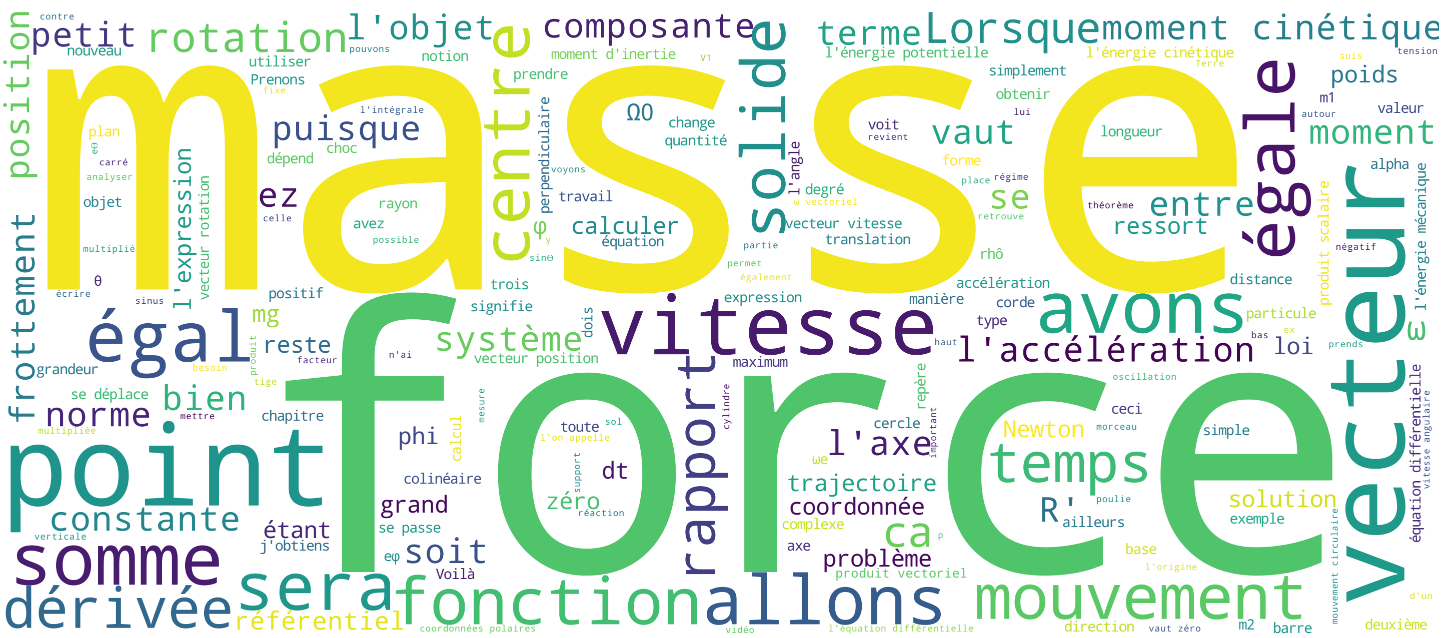
Oscillations amorties

Partie 2



Prof. Cécile Hébert



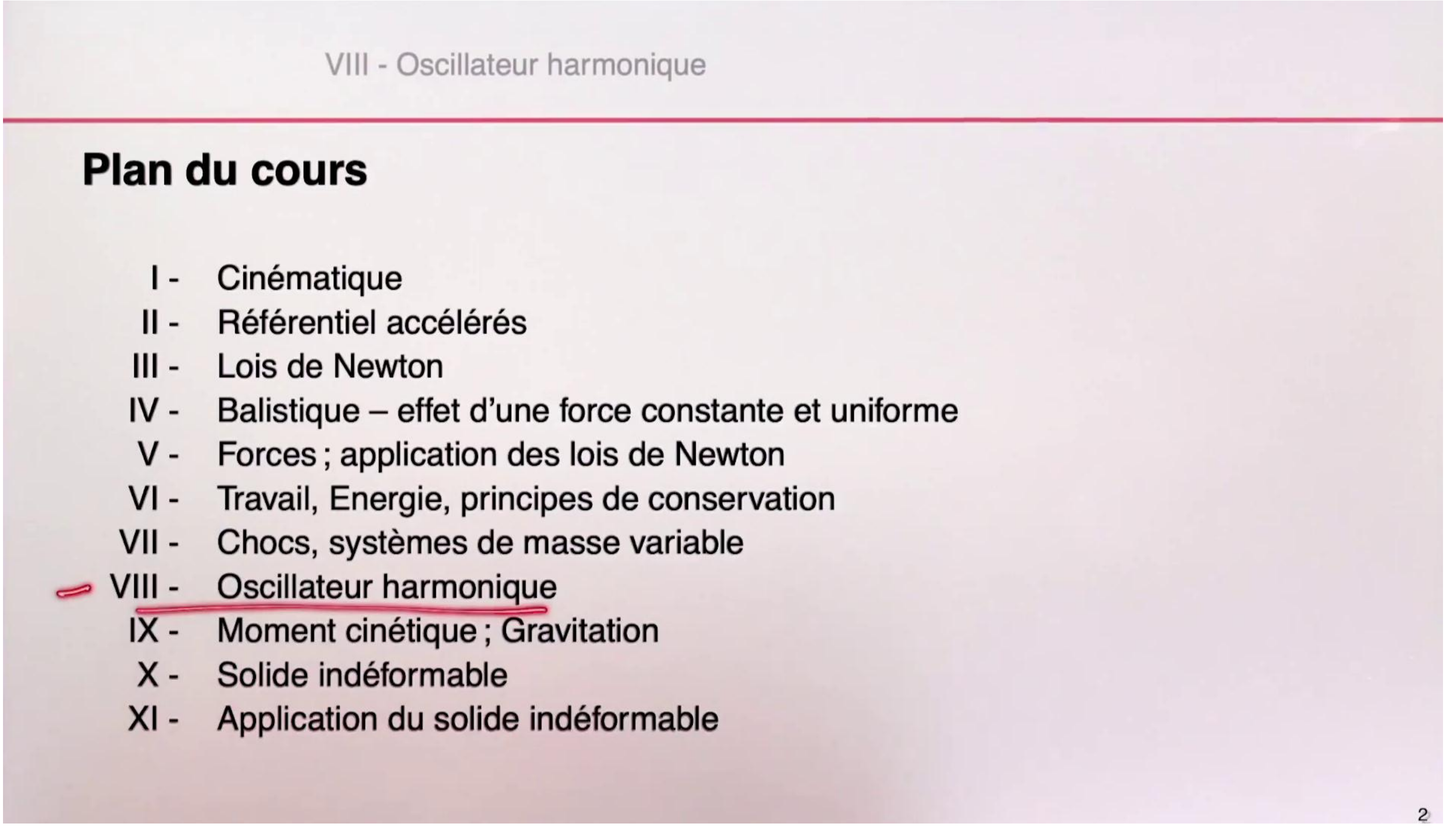
Video

Dans la vidéo précédente, nous avons vu comment obtenir l'équation différentielle d'un oscillateur amortie et comment la résoudre. Dans cette vidéo, je vous propose d'utiliser les solutions trouvées et de les analyser pour voir ce qu'elles signifient. Je vous rappelle que si vous avez obtenu la même équation différentielle, vous avez le droit d'utiliser ce type de solution.

Notes

Summary

0m 05s

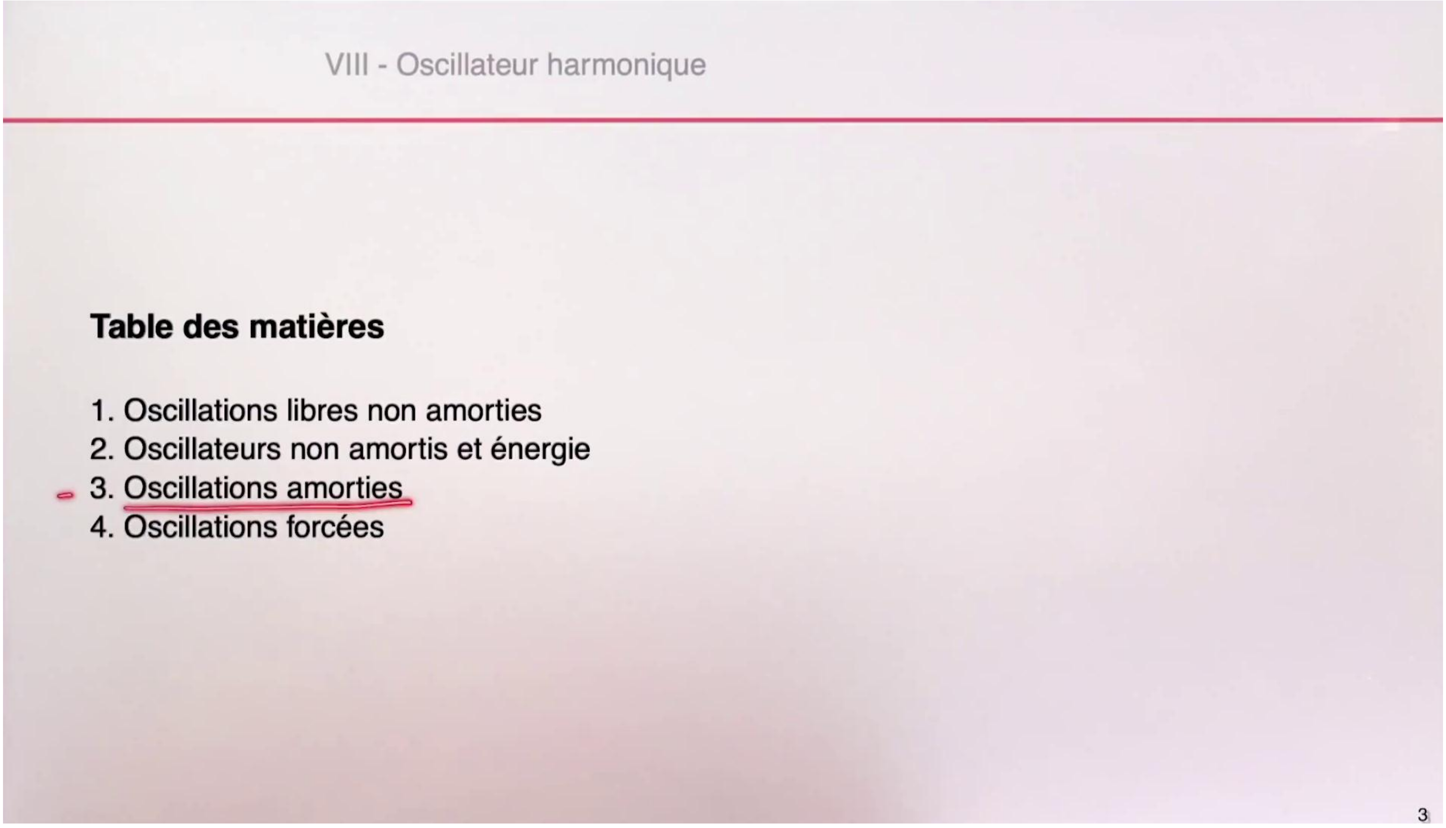


Nous sommes dans le chapitre huit sur l'oscillateur harmonique.

Notes

Summary

0m 28s

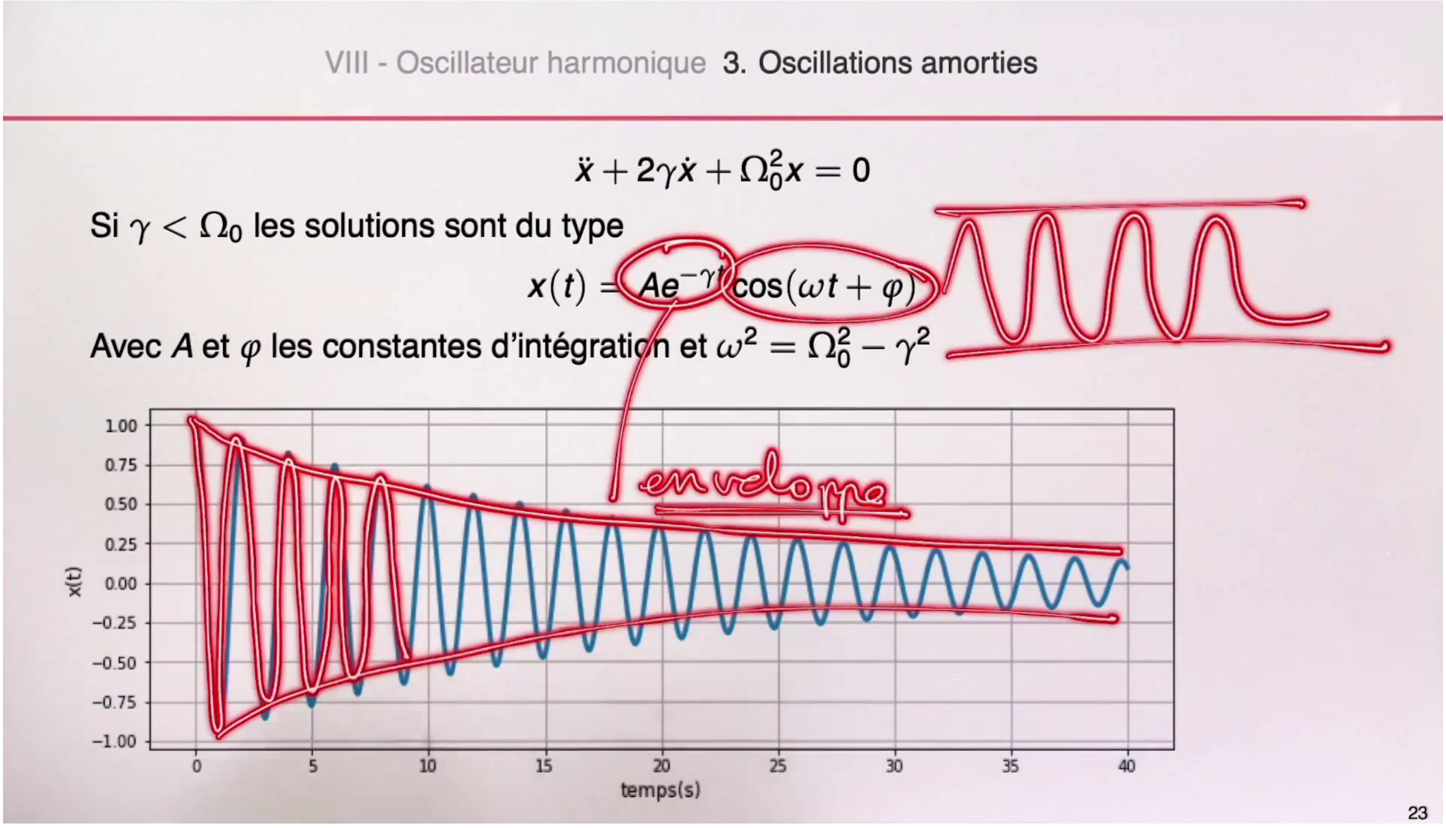


Nous allons voir la suite des oscillations amorties.

Notes

Summary

0m 33s



En résumé, lorsque vous avez une équation différentielle de cette forme avec γ et Ω0 carrée positif, vous pouvez utiliser directement la résolution suivante. Si γ est inférieur à Ω0 les solutions sont du type x(t) égal A exponentielle moins γ(t) cos ω(t) plus φ avec ω carrée égale Ω0 carrée moins γ carrée. A et φ sont les constantes d'intégration. Une telle solution a la forme d'une exponentielle décroissante multipliée par une fonction cosinus. L'exponentielle décroissante forme ce que l'on appelle l'enveloppe. À l'intérieur de cette enveloppe, la fonction cosinus va créer une oscillation. Toute seule la fonction cosinus oscille entre deux valeurs qui sont toujours les mêmes, mais à cause de l'enveloppe, on voit l'amplitude des oscillations qui diminuent.

Notes

Summary

0m 37s

VIII - Oscillateur harmonique **3. Oscillations amorties**

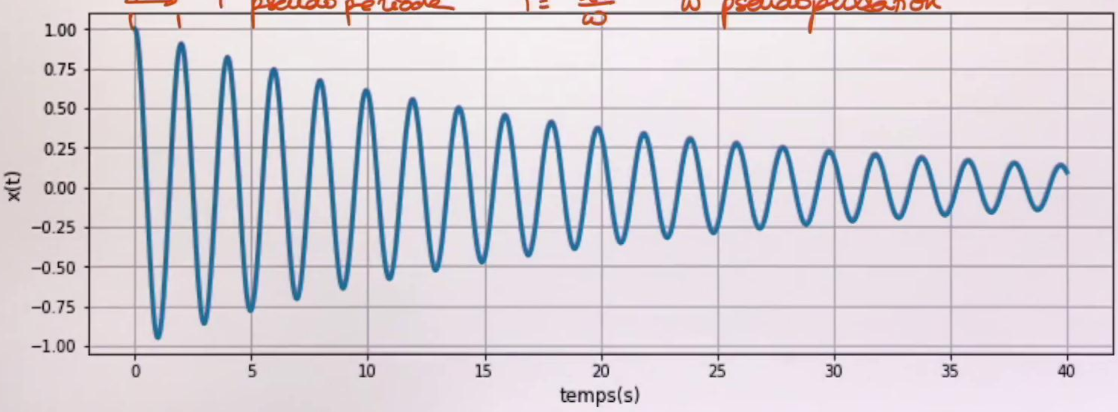
$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \Omega_0^2 x = 0$$

Si $\gamma < \Omega_0$ les solutions sont du type

$$x(t) = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega t + \varphi)$$

Avec A et φ les constantes d'intégration et $\omega^2 = \Omega_0^2 - \gamma^2$

T pseudo période $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ω pseudopulsation



Régime sous-critique

23

Entre deux maximum, j'ai ce que l'on appelle la pseudo période, nous l'appellerons T. T est égale à 2π sur ω avec ω la pseudo pulsation. C'est bien évidemment cet ω. Pseudo signifie que ce n'est pas réellement une période puisque la fonction n'est pas exactement périodique, elle ne revient pas tout à fait à la même hauteur. Ce cas correspond bien à l'amortissement faible lorsque γ est plus petit que Ω0. Cela signifie lorsque le coefficient d'amortissement n'est pas trop grand. Ce régime d'oscillation est appelé régime sous-critique.

Notes

Summary

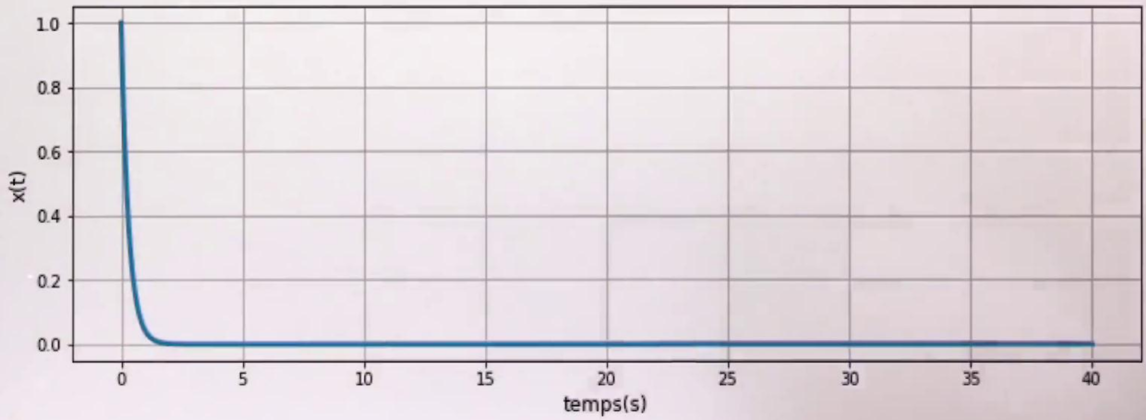
1m 48s

Si $\gamma = \Omega_0$ les solutions sont du type

$$x(t) = (A + Bt)e^{-\gamma t}$$

On remarque que $-\gamma$ est racine double de l'équation du second degré en λ

$$\lambda^2 + 2\gamma\lambda + \gamma^2 = 0$$



régime critique

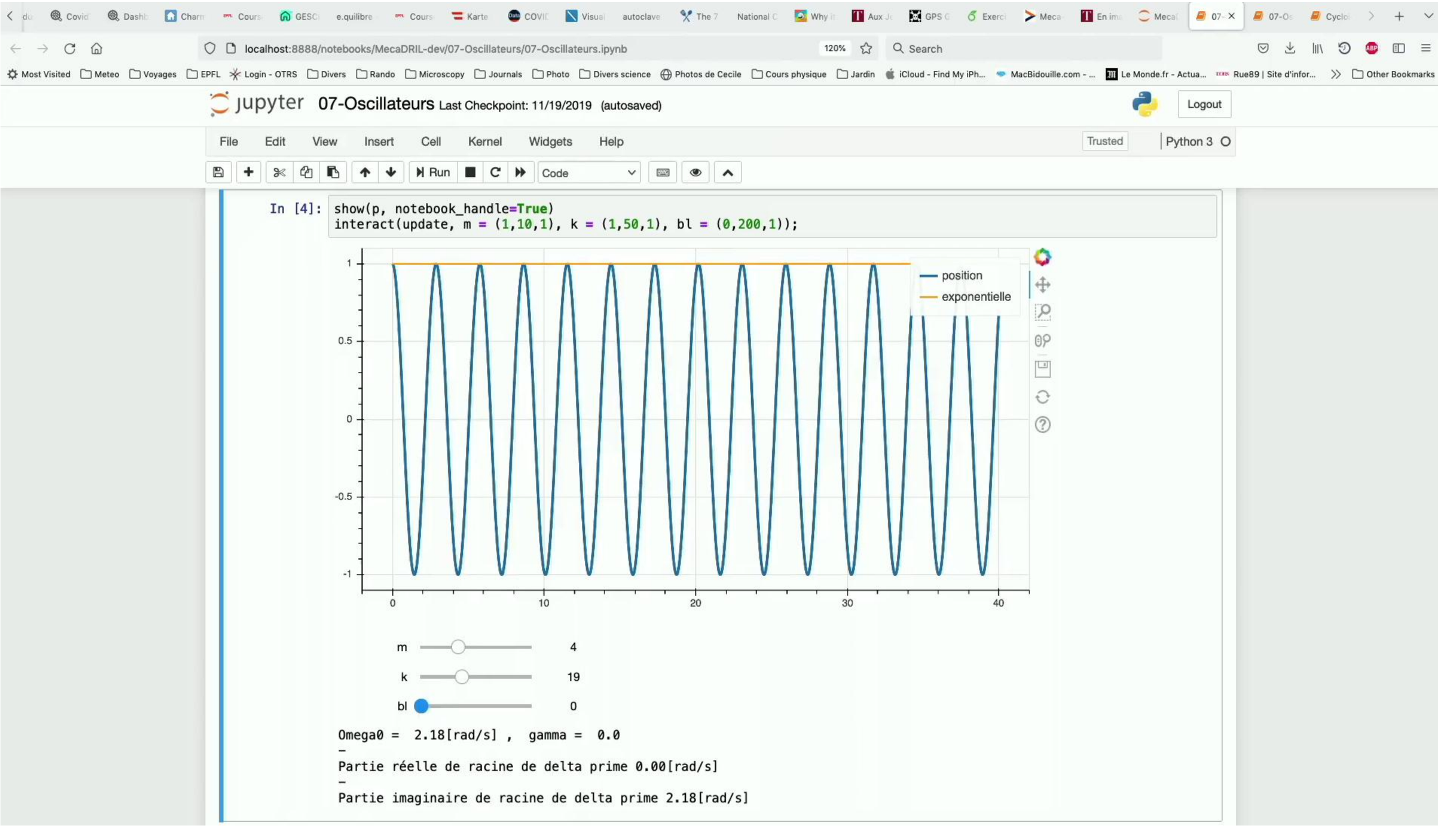
25

Dans le cas où γ est supérieur à Ω0, les solutions sont du type A exponentielle λ1t plus B exponentielle λ2t λ1 et λ2 sont les racines réelles de l'équation du second degré en λ. λ carrée plus 2γλ plus Ω0 carrée égal zéro. Je rappelle donc λ1,2 est égal à moins γ plus ou moins racine carrée de γ carrée moins Ω0 carrée. Cette solution a une forme décroissante qui revient de manière asymptotique vers zéro et l'amortissement est plus ou moins rapide suivant les valeurs de λ. Lorsque γ est très grand, l'amortissement est extrêmement grand. Ce régime est appelé régime sur-critique. Enfin le dernier cas vraiment limite, c'est lorsque γ est exactement égale à Ω0. Les solutions sont alors du type x(t) égal A plus Bt exponentielle moins γt moins γ est la racine double de l'équation du second degré en λ λ carrée plus 2γλ plus γ carrée égale zéro. Nous avons alors un retour vers l'équilibre qui se fait le plus rapidement possible. C'est ce qu'on appelle le régime critique.

Notes

Summary

2m 39s

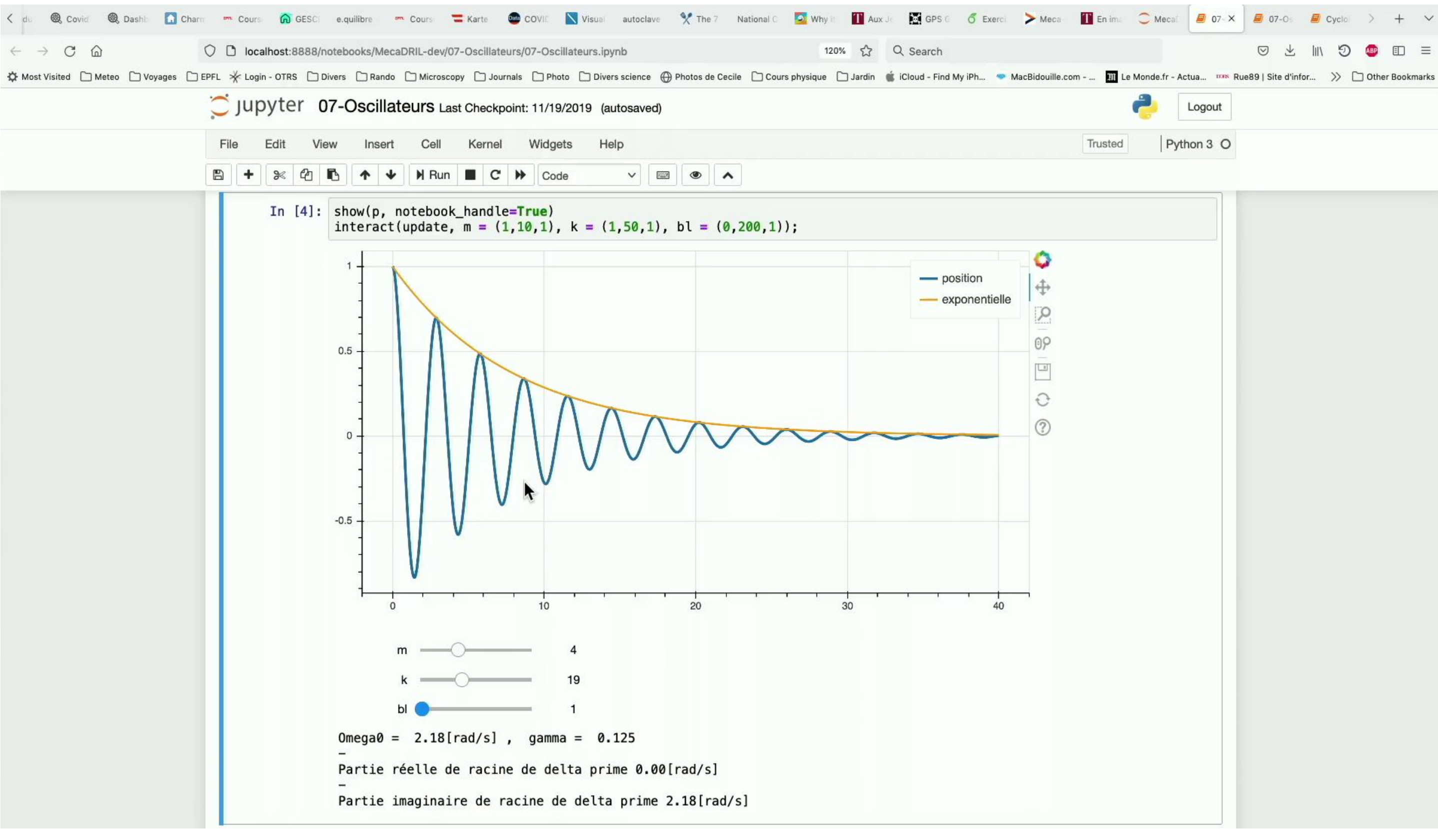


Voyons pour finir rapidement à l'aide d'une petite animation, comment ces courbes évoluent en fonction des paramètres. Je représente ici x en fonction du temps ainsi que l'enveloppe exponentielle. Pour l'instant bl est à zéro, il n'y a pas d'amortissement. Je suis donc dans le cas de l'oscillateur libre non amorti. Je peux faire varier la constante de raideur du ressort, ce qui a une influence sur la période ainsi que la masse, ce qui a également une influence sur la période. γ vaut zéro. J'ai une certaine valeur pour Ω0 et je représente en bas la partie réelle et la partie imaginaire de delta prime puissance un demi. On voit ici que delta prime est imaginaire pur. Maintenant, je vais commencer à mettre un peu d'amortissement.

Notes

Summary

4m 08s

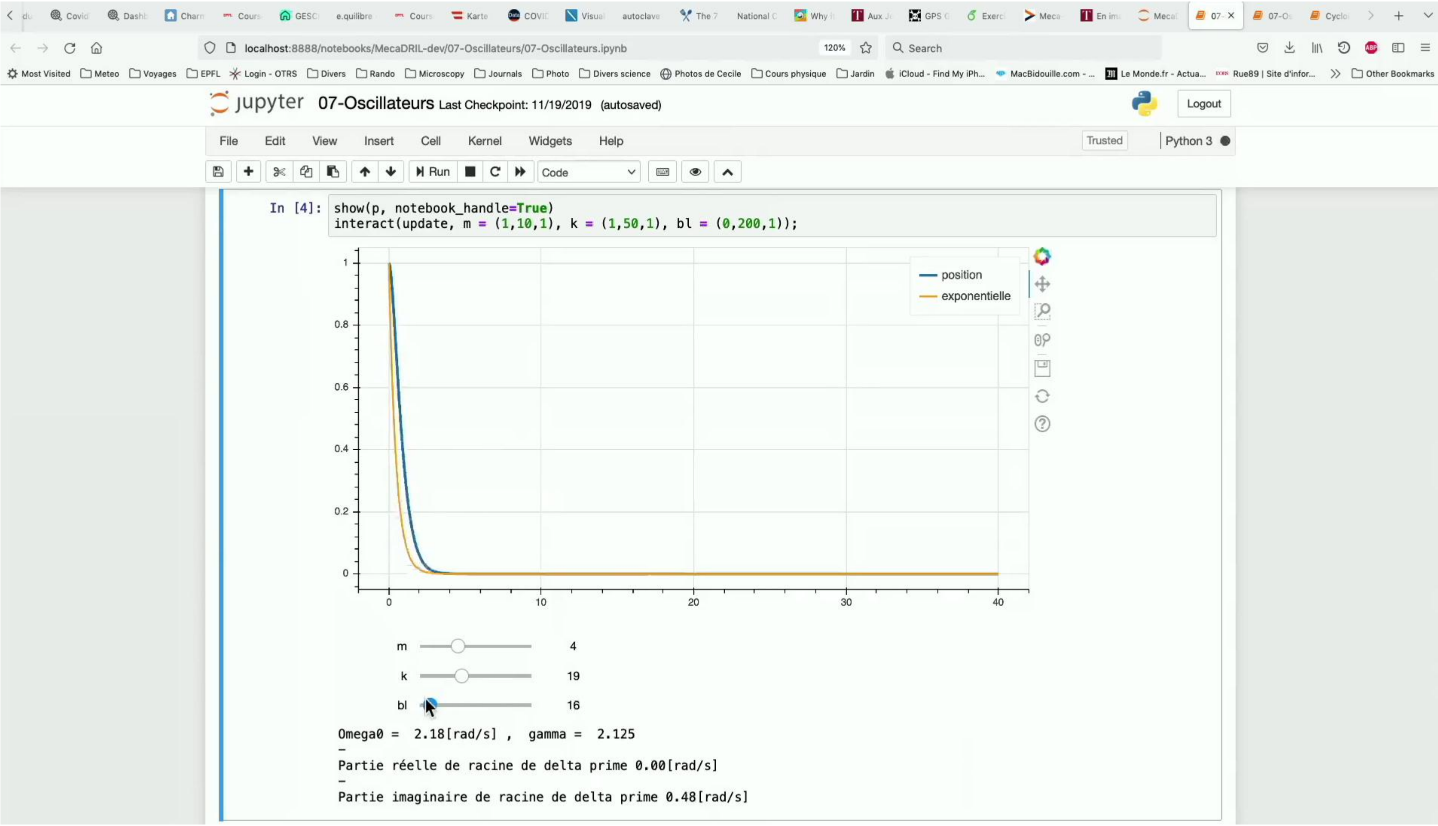


On voit que très rapidement, j'ai une décroissance exponentielle et dans cette décroissance exponentielle des oscillations.

Notes

Summary

5m 12s

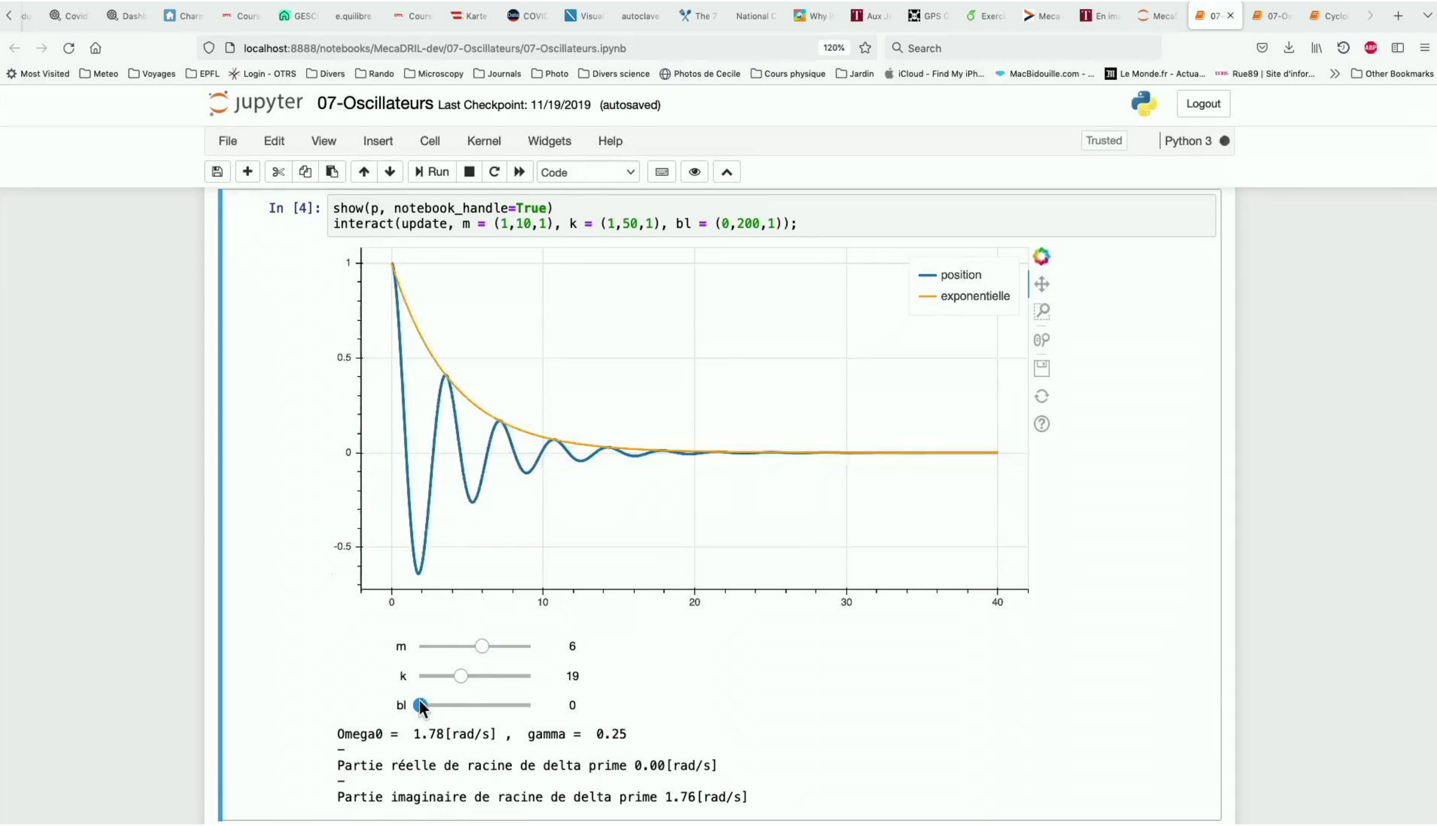


Delta puissance un demi est toujours imaginaire pur. Cette grandeur-là est tout simplement ω. Il reste pour l'instant encore assez proche de Ω0. C'est au fur et à mesure que l'amortissement augmente que ω devient plus petit que Ω0. Je continue à augmenter l'amortissement. Je vois que le nombre d'oscillations diminue, mais je reste encore dans le régime dans lequel γ est plus petit que Ω0. Les oscillations sont à peine visibles et pourtant je suis toujours dans le régime sous-critique. Je viens maintenant de passer dans le régime sur-critique. γ est devenu plus grand que Ω0. Le déterminant est devenu positif. Le déterminant puissance un demi n'a qu'une partie réelle. Au fur et à mesure que j'augmente le coefficient d'amortissement, on voit que le retour vers zéro se fait de plus en plus difficilement.

Notes

Summary

5m 23s

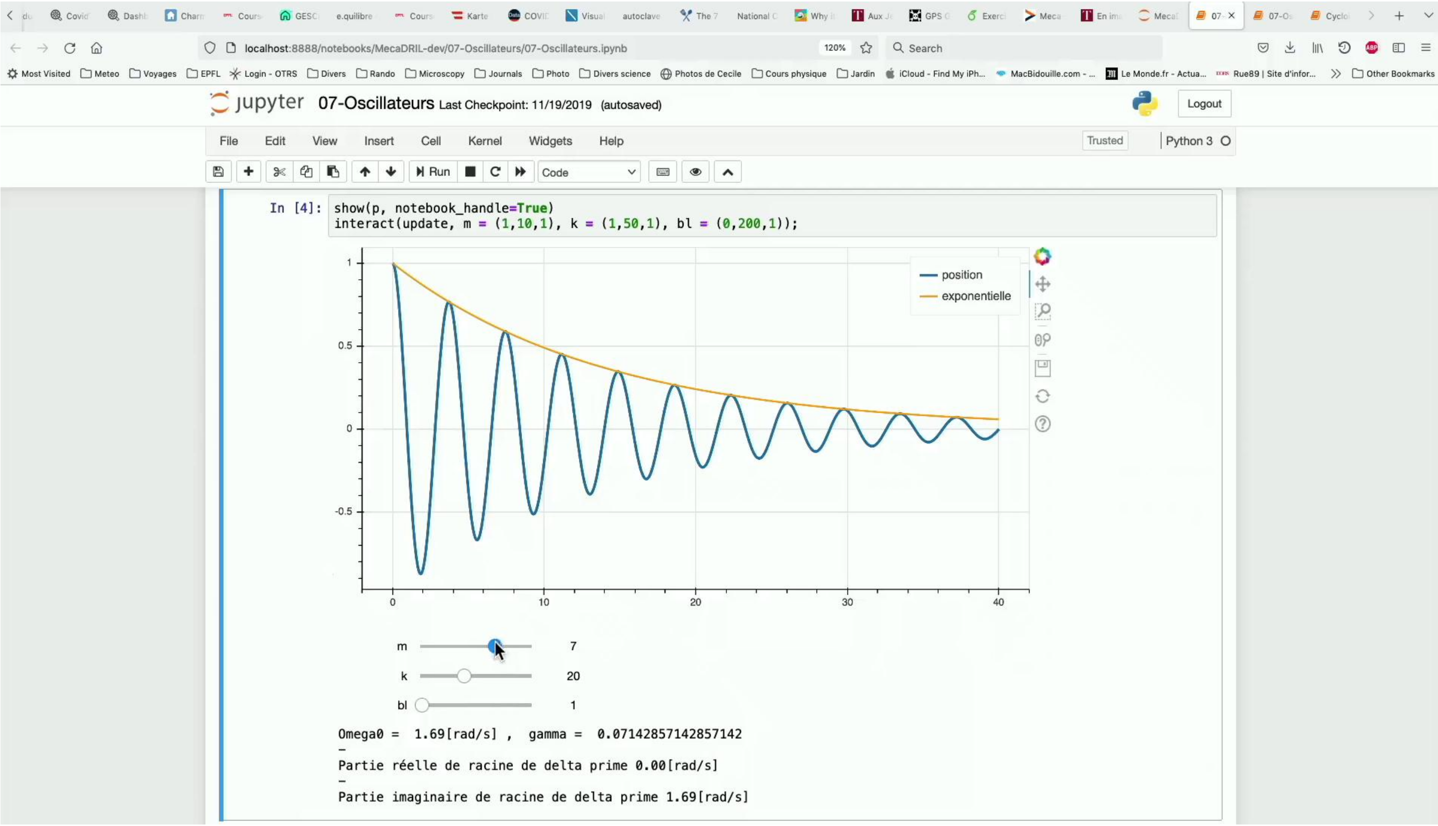


Si je remets bl à zéro et que je change maintenant la masse.

Notes

Summary

6m 41s



Je vois que je peux avoir un régime dans lequel les oscillations durent plus longtemps. Si je change la constante de raideur du ressort, cela ne change rien à l'amortissement. En effet, γ dépend de m, mais pas de k. γ dépend de bl et m. En revanche, si je change la masse, je change à la fois la pseudo période et l'amortissement, à la fois Ω0, donc ω et γ, dépendent de m.

Notes

Summary

6m 51s

Voilà, nous en avons fini avec l'oscillateur amorti. Nous avons obtenu l'équation différentielle résolution cette équation différentielle, puis analyser les solutions obtenues pour comprendre ce qu'elles signifient. Dans la prochaine étape, nous reprendrons le même système, le même oscillateur, mais en plus nous appliquerons une force périodique au système.

Notes

Summary

7m 28s