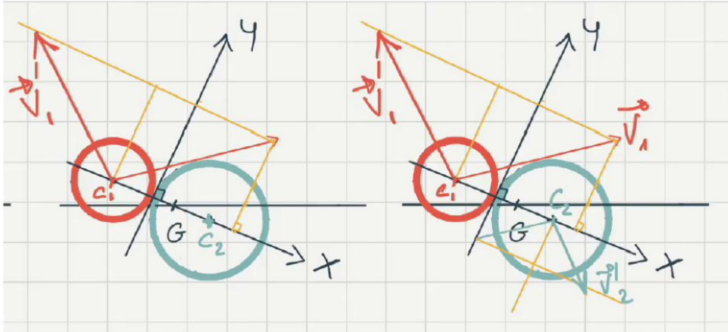
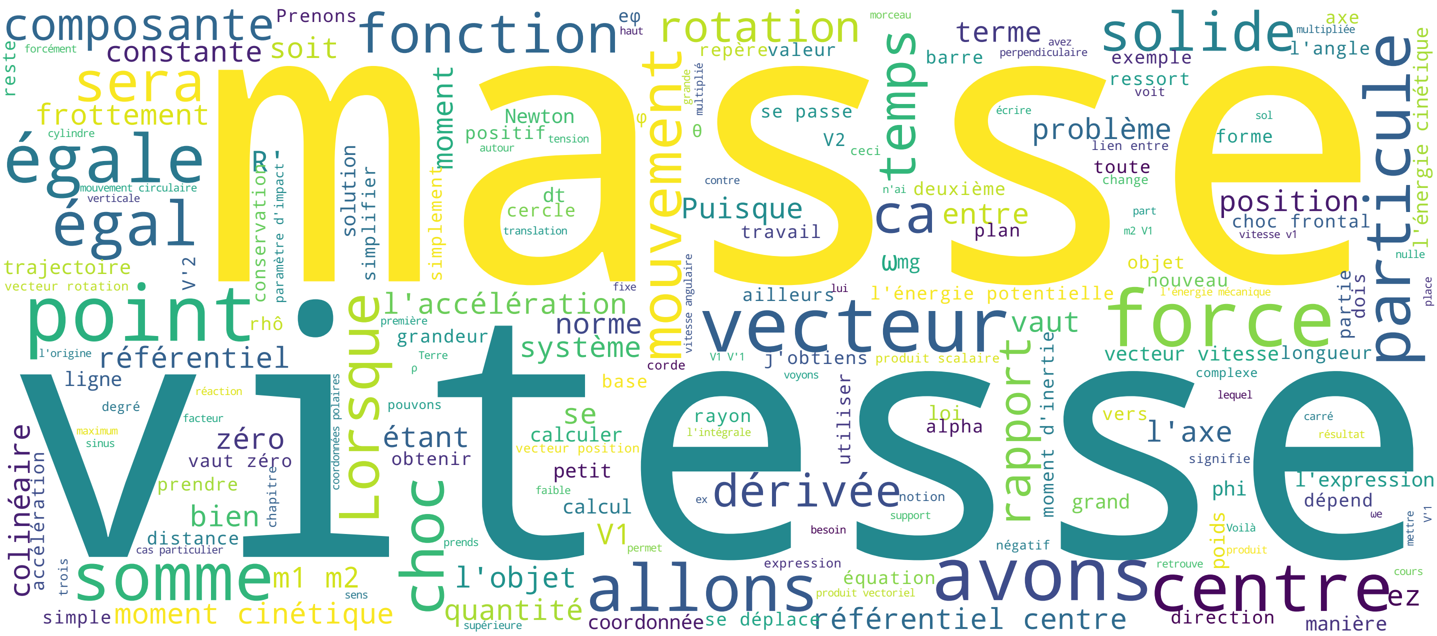
Physique générale : mécanique



Chocs élastiques

Partie 2

Prof. Cécile Hébert



Video

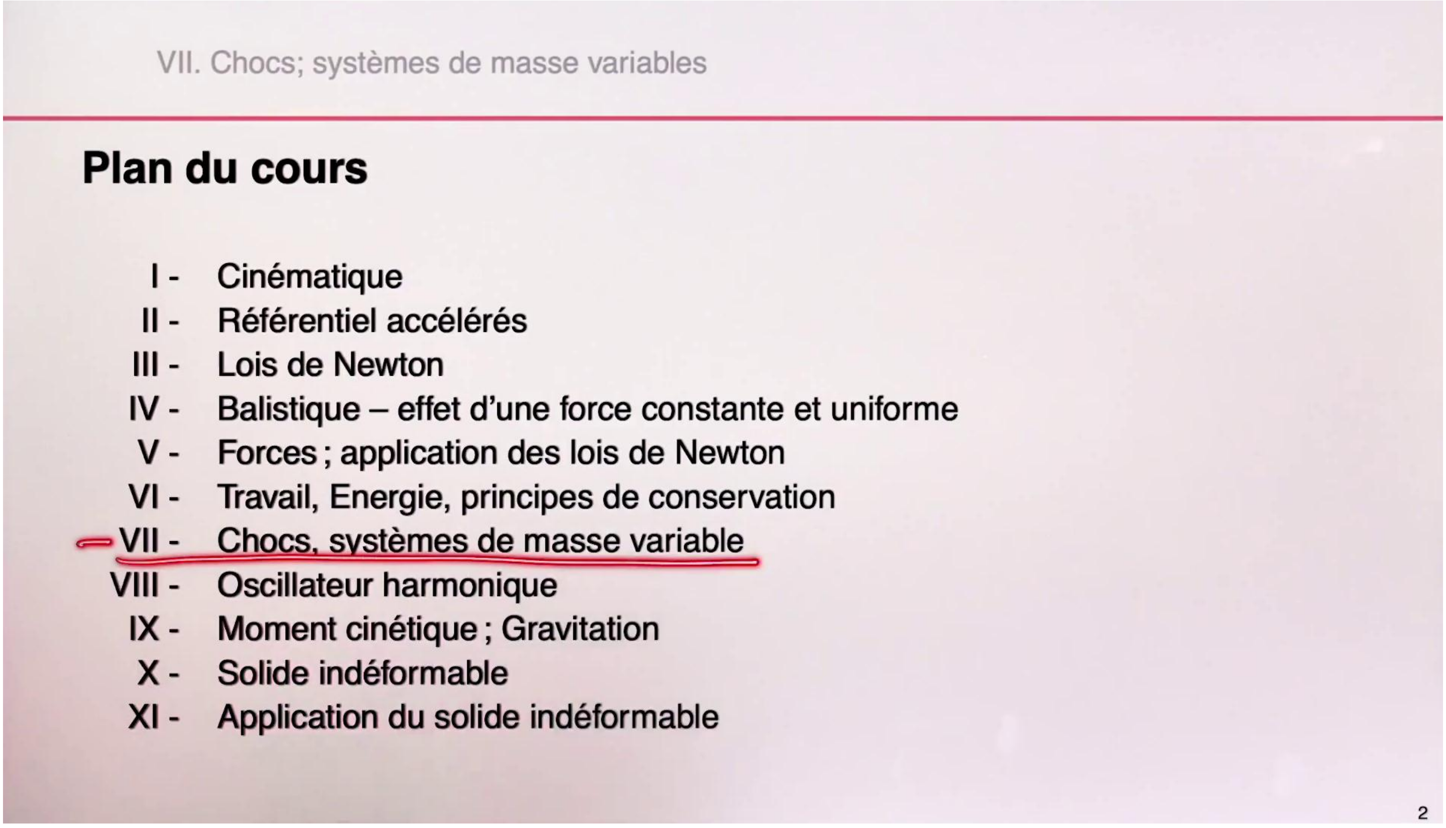
EPFL

Bonjour, nous allons maintenant voir le traitement mathématique de ce choc élastique. Comme je vous le disais, nous nous placerons dans le référentiel centre de masse pour avoir quelque chose de plus général possible.

Notes

Summary

0m 04s



Nous sommes dans le chapitre sept, Chocs et systèmes de masse variables et nous allons voir les chocs élastiques.

Notes

Summary

0m 18s

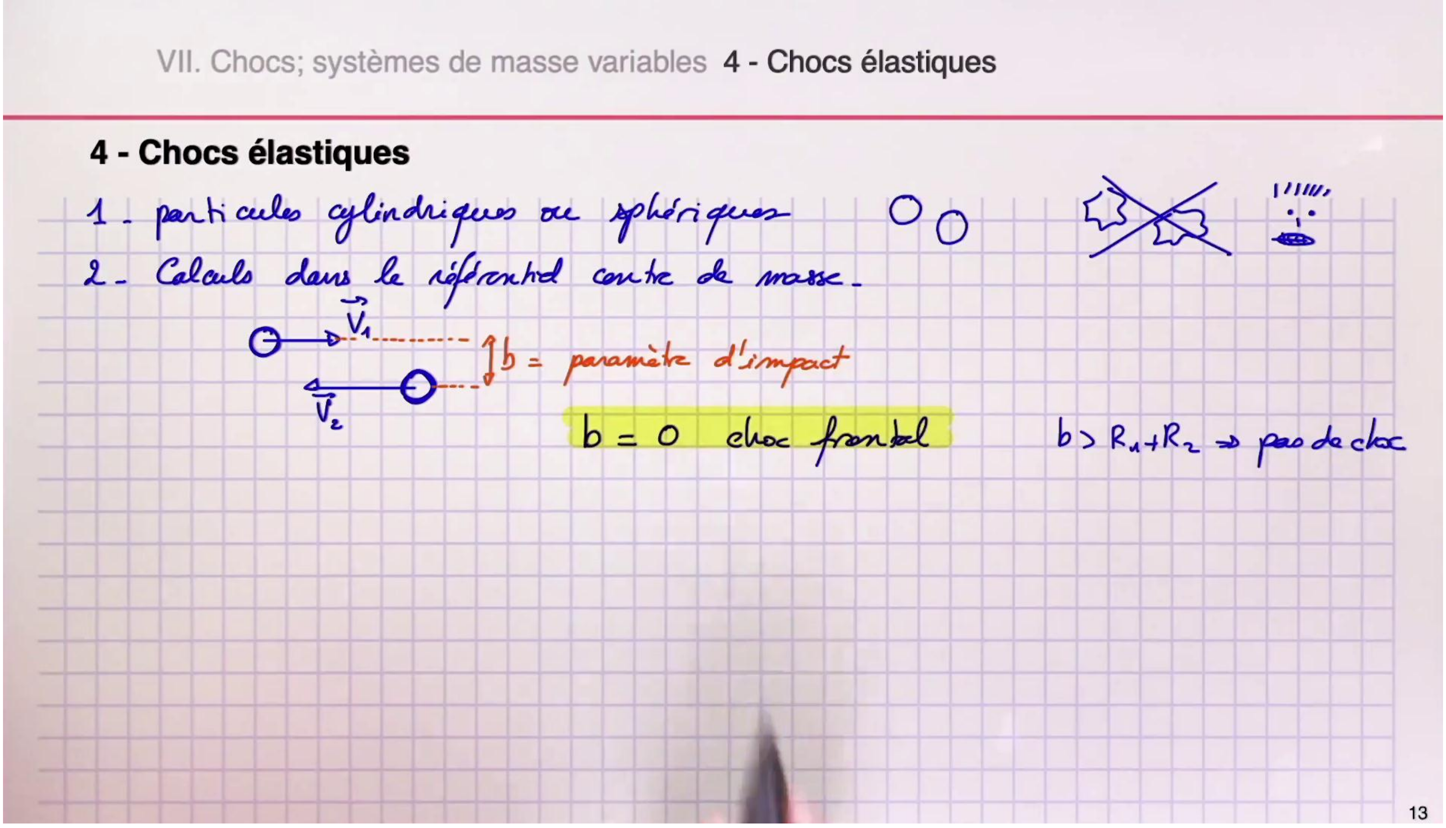
Table des matières

1 - Motivation
2 - Centre de masse ; référentiel centre-de-masse
3 - Types de chocs
4 - Chocs élastiques
5 - Choc mou
6 - Système de masse variable : fusée

Notes

Summary

0m 21s

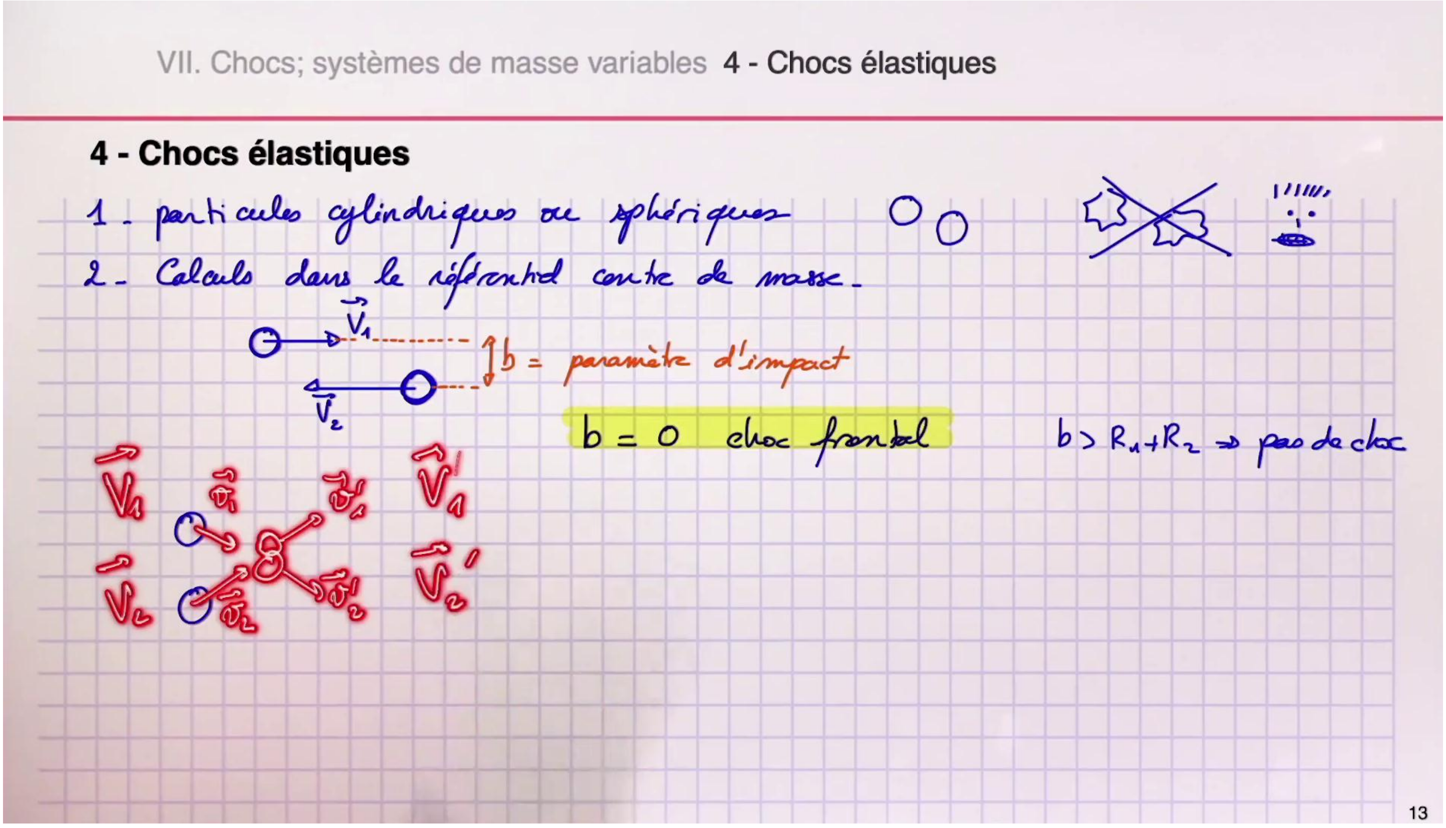


Afin de simplifier le problème, nous allons d'abord considérer des chocs entre particules cylindriques ou sphériques. En effet, on voit bien dans ce cas que les chocs seront faciles à prédire puisqu'on sait la façon dont les particules se rentrent dedans. Si nous avons des particules de formes complètement étranges suivant la façon dont elles sont tournées, le résultat du choc sera différent. Ce système est donc extrêmement difficile à étudier. Deuxièmement, nous allons faire les calculs dans le référentiel centre de masse. Dans le référentiel centre de masse, les vitesses des particules sont colinéaires et de directions opposées. Cela dit, elles ne sont pas forcément sur la même ligne. Si je considère les deux lignes données par les directions des vitesses V1 et V2, elles sont séparées d'une distance b. b est le paramètre d'impact. Lorsque b égale zéro, nous avons un choc frontal. C'est ce type de choc que nous allons étudier en détail. Par ailleurs, si b est supérieur à R1+R2, les rayons des deux particules, alors, nous n'avons pas de choc. L'étude dans le référentiel centre de masse nous permettra ensuite de repartir au cas plus général dans lequel les deux particules ont des vitesses non colinéaires.

Notes

Summary

0m 25s

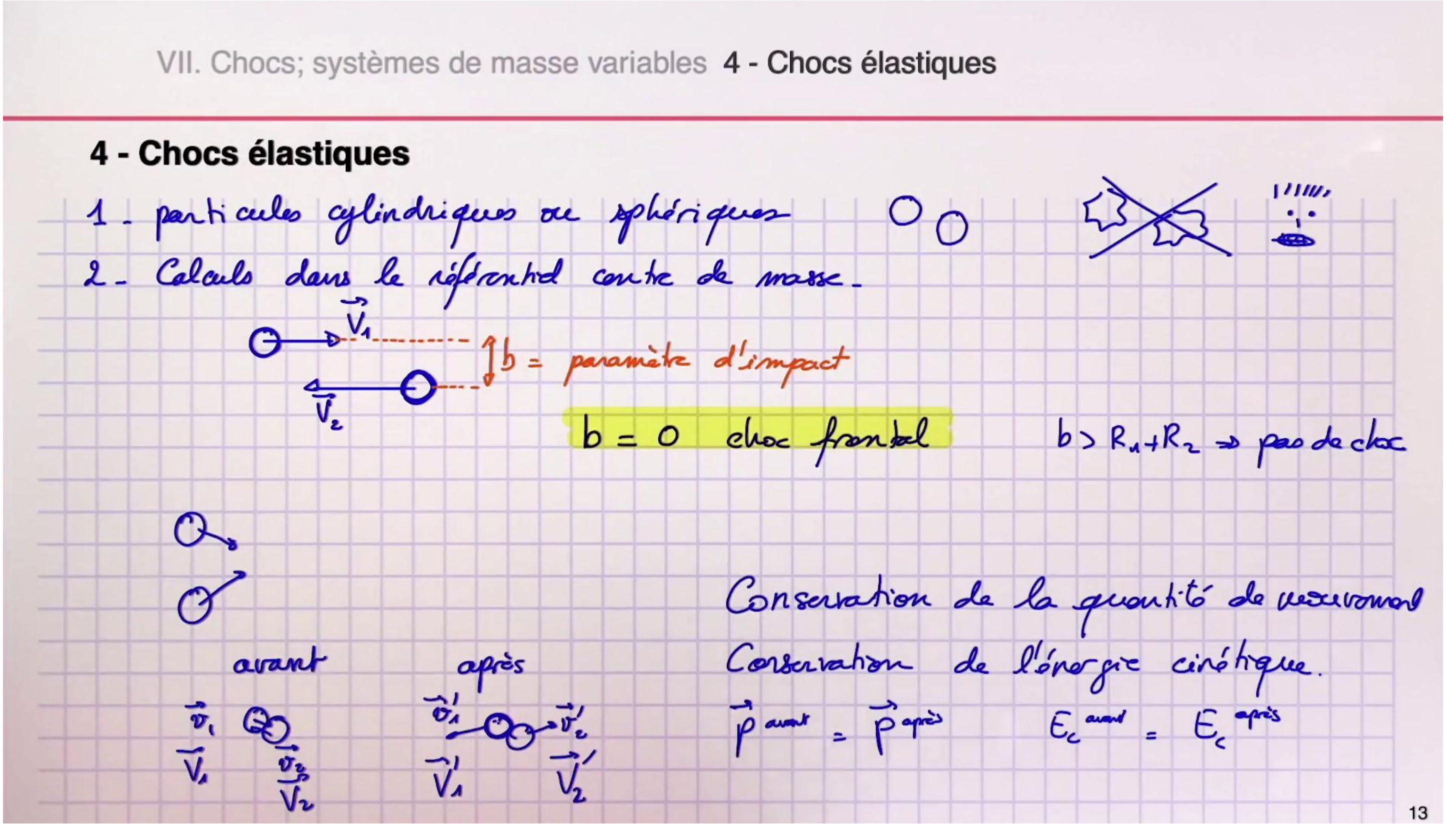


Mais il est bien important de garder en mémoire que ça ne sera valable que pour un paramètre d'impact zéro. Et il est plus facile de voir ce que vaut le paramètre d'impact dans le référentiel centre de masse. Les deux particules arrivent avec des vitesses v1 et v2 avant le choc. Le choc a lieu et ensuite les vitesses seront v'1 et v'2. Dans le référentiel centre de masse, nous avons V1 et V2, V'1 et V'2.

Notes

Summary

2m 00s

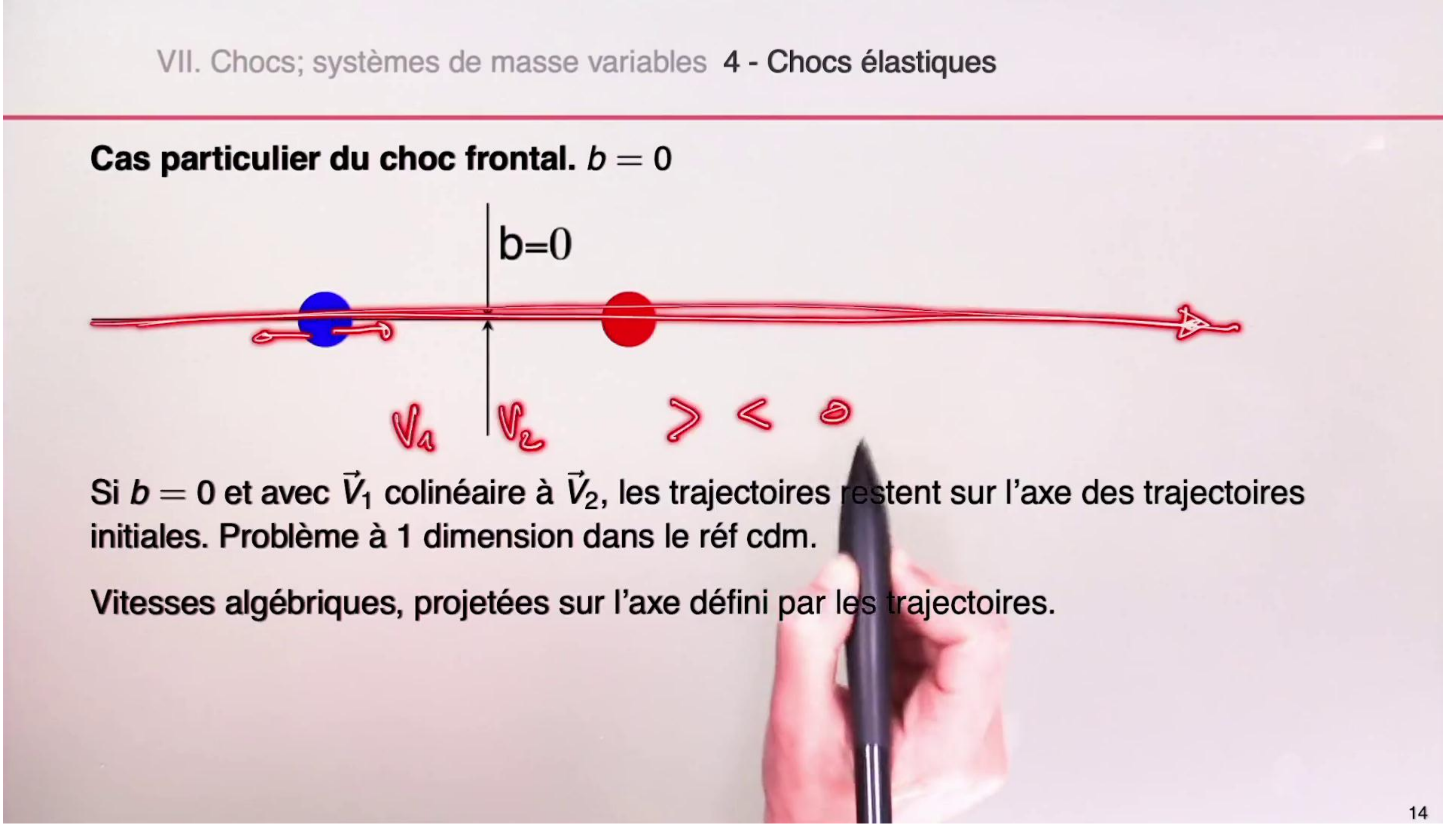


Nous allons nous intéresser à deux instants, juste avant le choc, et juste après le choc. Puisque nous avons un choc élastique, nous avons la conservation de la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie cinétique. Pavant est égale à Paprès. Ecavant est égale à Ecaprès.

Notes

Summary

2m 37s

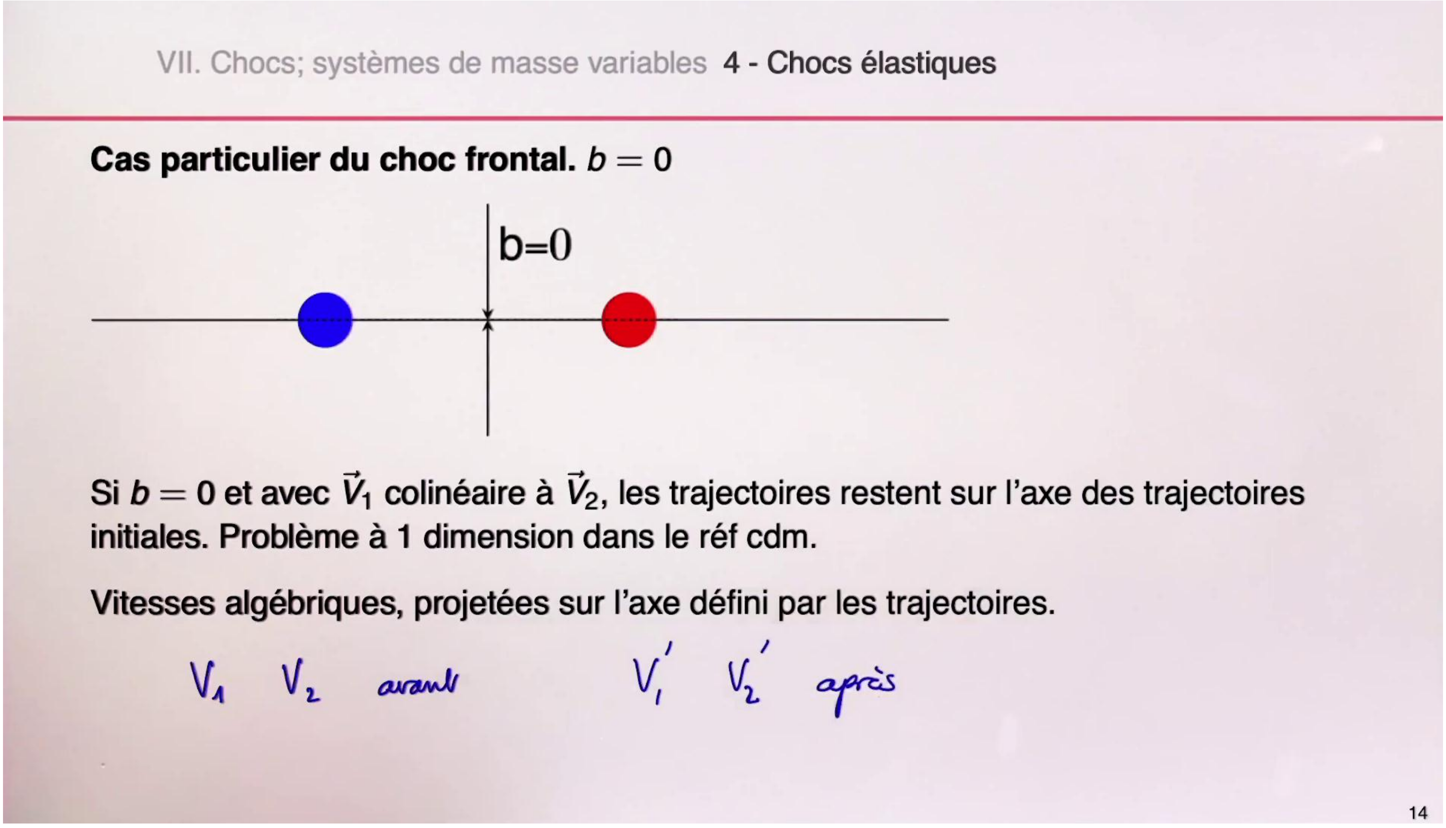


Puisque nous sommes dans le cas particulier du choc frontal, le paramètre d'impact vaut zéro V1 est colinéaire à V2 et sur une même ligne. À ce moment-là, les trajectoires restent sur l'axe des trajectoires initiales. Nous avons donc un problème à une dimension dans le référentiel centre de masse. Il faudra quand même faire attention au fait que les vitesses sont algébriques. La particule peut se déplacer dans un sens ou dans l'autre. Il me suffira donc de prendre les composantes des vecteurs vitesse sur l'axe du choc, V1 et V2 mais V1 et V2 peuvent être positifs ou négatifs.

Notes

Summary

3m 17s

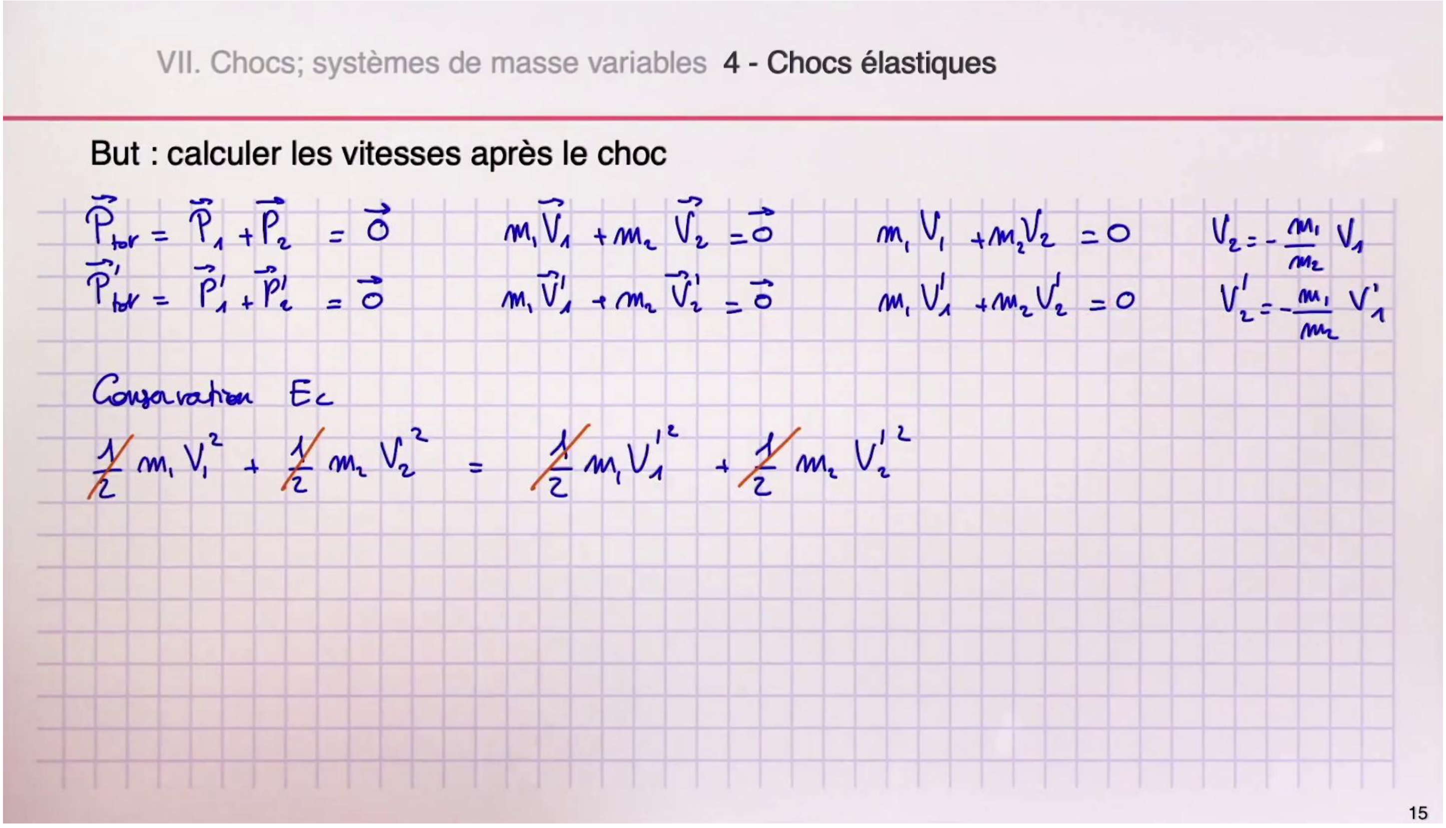


Nous allons donc utiliser les vitesses algébriques projetées sur l'axe défini par les trajectoires. Puisque nous sommes dans le référentiel centre de masse, ces vitesses sont V1 et V2 avant, V'1 et V'2 après.

Notes

Summary

4m 07s

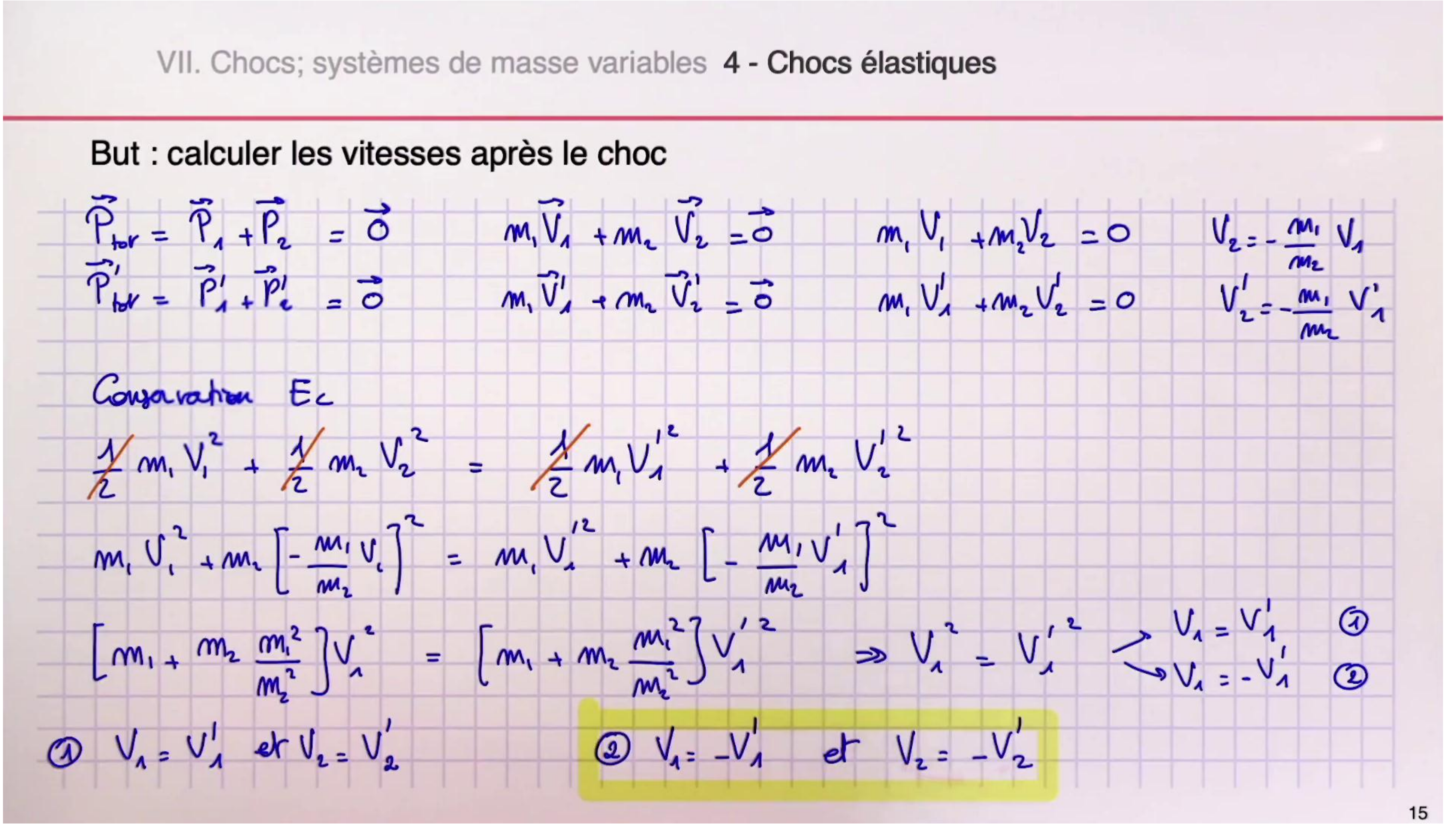


Le but est de calculer les vitesses après le choc connaissant les vitesses avant. Dans le référentiel centre de masse, nous avons la quantité de mouvement Ptot qui est égale à P1+P2 avant le choc. P'tot est égale à P'1+P'2 après le choc. Or, dans le référentiel centre de masse, nous avons vu que les quantités de mouvements sont opposées. La somme des deux vaut donc zéro. Non seulement la quantité de mouvement est conservée avant et après, mais en plus la quantité de mouvement totale est nulle. Cela me permet d'écrire m1V1+m2V2 = 0 en vecteurs, m1V'1+m2V'2 = 0. Projeté sur l'axe du choc m1V1+m2V2 = 0, m1V'1+m2V'2 = 0. Je rappelle, ces grandeurs-là sont algébriques, elles ont un signe. Je peux donc avec cela exprimer V2 comme étant -(m1/m2)V1 et V'2 = -(m1/m2)V'1. Par ailleurs, nous avons la conservation de l'énergie cinétique. L'énergie cinétique avant le choc est (1/2)m1V1^2+(1/2)m2V2^2 = (1/2)m1V'1^2+(1/2)m2V'2^2 soit l'énergie cinétique après le choc. Je peux simplifier les 1/2 et remplacer V2 par l'expression que j'avais trouvée avant, ainsi que V'2 par l'expression également trouvée avant. Cela me donne m1V1^2+m2[-(m1/m2)V1]^2 = m1V'1^2+m2[-(m1/m2)V'1]^2.

Notes

Summary

4m 30s

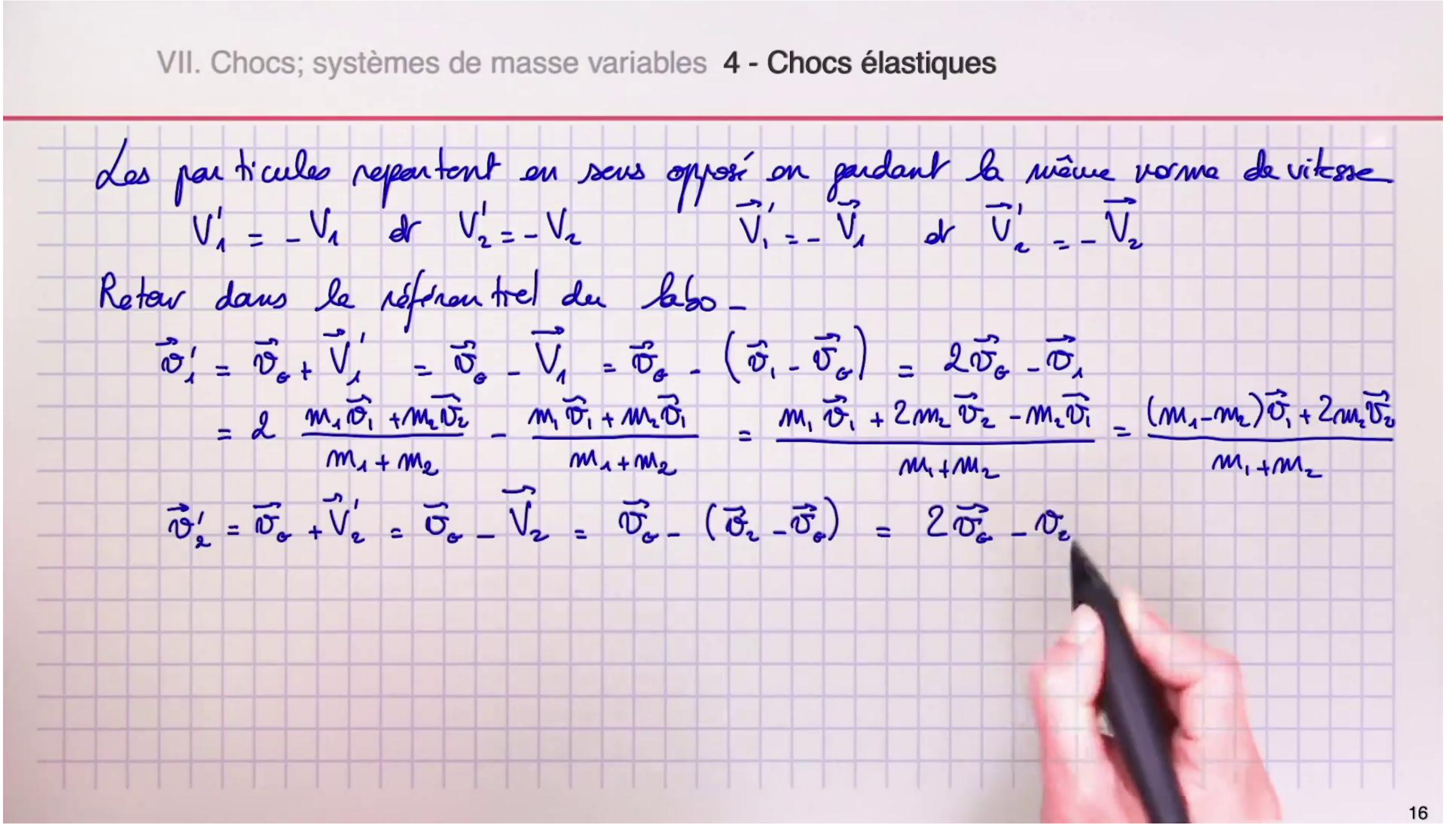


Je vais me retrouver avec V1^2, V1^2 plus un préfacteur assez compliqué. V'1^2, V'1^2 plus un préfacteur également assez compliqué. Mettons V1^2 et V'1^2 en facteur. J'obtiens donc [m1+m2m1^2/m2^2]V1^2, égale le même préfacteur, V'1^2. Je peux donc simplifier ces préfacteurs qui en plus sont strictement positifs. Et obtenir V1^2 = V'1^2. Cette équation a deux solutions possibles. Soit V1 = V'1, soit V1 = -V'1. La solution un me donne V1 = V'1. Et comme par ailleurs V2 = -(m1/m2)V'1 et V'2, moins le même préfacteur V'1, cela me donne immédiatement V2 = V'2. La solution deux, elle, me donne V1 = -V'1 et de la même façon, V2 = -V'2. Cette solution-là correspond à pas de choc du tout. Les vitesses n'ont pas changé après le choc. Donc cela revient à dire que les deux particules sont passées l'une à côté de l'autre sans se rencontrer. C'est donc cette solution qui sera intéressante et correspondra effectivement à un choc. Nous avons donc obtenu les vitesses après le choc dans le référentiel centre de masse et le résultat est particulièrement simple. Nous avons tout simplement une inversion des vitesses. La particule un repart avec -V1, la particule deux repart avec -V2.

Notes

Summary

7m 23s



Les particules repartent en sens opposé en gardant la même norme de vitesse. Vectoriellement, cela s'écrit aussi V'1 = -V1 et V'2 = -V2. Revenons dans le référentiel du labo. Nous avons vu le lien entre les vitesses dans le référentiel du laboratoire v'1 et la vitesse du centre de masse v'1 = vg+V'1. C'est donc la vitesse du centre de masse moins V1. C'est égal à la vitesse du centre de masse, moins le lien entre V1 et la vitesse dans le référentiel du laboratoire, c'est petit v1-vg, j'ai donc vg moins -vg, 2vg-v1. La vitesse du centre de masse n'a pas changé au cours du choc. C'est la même avant et après. C'est pour ça que je peux utiliser le même vg. Nous savons l'expression de la vitesse du centre de masse en fonction de v1 et v2. C'est ((m1v1 + m2v2)/m1+m2) moins v1 que je vais mettre au même dénominateur, ((m1v1 + m2v1)/m1+m2) J'ai donc 2m1v1, - m1v1. (m1v1+2m2v2 -m2v1)/(m1+m2) = ((m1-m2)v1+2m2v2)/(m1+m2). J'ai donc l'expression de v'1. Le calcul de v'2 se fera de la même façon. Prenez un instant et essayez de le faire vous-mêmes en suivant exactement la même logique. Voyons le calcul. Ça commence exactement de la même manière.

Notes

Summary

9m 47s

Les particules repartent en sens opposé en gardant la même norme de vitesse

$V'_1 = -V_1$ et $V'_2 = -V_2$ $\qquad \vec{V}'_1 = -\vec{V}_1$ et $\vec{V}'_2 = -\vec{V}_2$

Retour dans le référentiel du labo :

$$\vec{v}'_1 = \vec{v}_G + \vec{V}'_1 = \vec{v}_G - \vec{V}_1 = \vec{v}_G - (\vec{v}_1 - \vec{v}_G) = 2\vec{v}_G - \vec{v}_1$$

$$= 2\,\frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2} - \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_1}{m_1+m_2} = \frac{m_1\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2 - m_2\vec{v}_1}{m_1+m_2} = \frac{(m_1-m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2}$$

$$\vec{v}'_2 = \vec{v}_G + \vec{V}'_2 = \vec{v}_G - \vec{V}_2 = \vec{v}_G - (\vec{v}_2 - \vec{v}_G) = 2\vec{v}_G - \vec{v}_2$$

$$= 2\,\frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2} - \frac{m_1\vec{v}_2 + m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2} = \frac{m_2\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1 - m_1\vec{v}_2}{m_1+m_2} = \frac{-(m_1-m_2)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1+m_2}$$

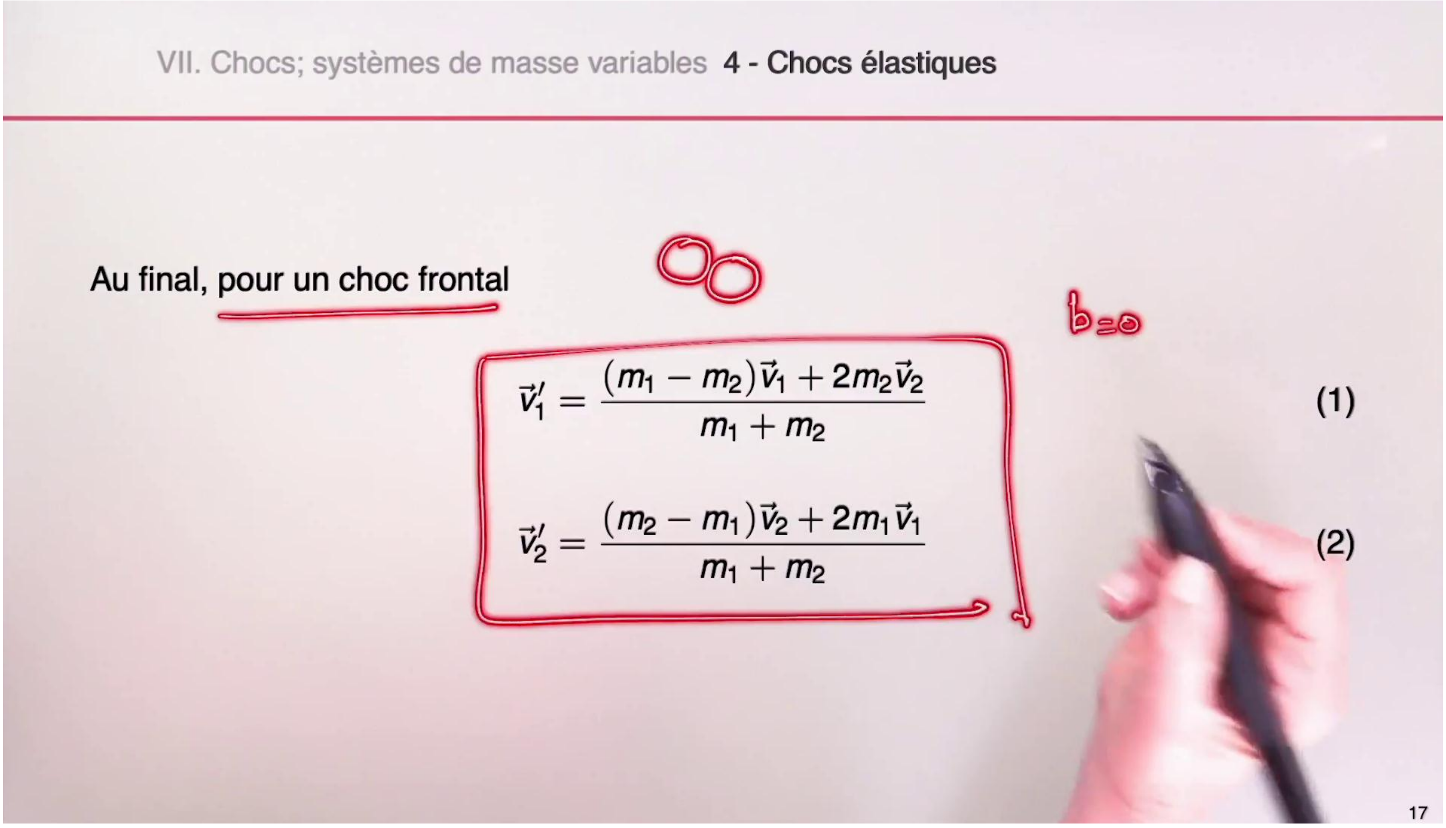
16

Il aurait été possible d'arriver au même résultat en remplaçant simplement les un par des deux dans l'expression du dessus, puisque les deux particules sont numérotées de manière un peu arbitraire. Donc j'aurais pu avoir ((m2-m1)v2+m1v1)/(m1+m2). C'est bien ce que j'ai ici.

Notes

Summary

12m 41s



En résumé, pour un choc frontal de particules cylindriques ou sphériques, dans le référentiel du laboratoire, nous avons l'expression des vitesses après le choc. Cela a été obtenu en utilisant la conservation de la quantité de mouvement, la conservation de l'énergie cinétique et le fait que le paramètre d'impact b égale 0.

Notes

Summary

13m 04s

Au final, pour un choc frontal

$$\vec{v}_1' = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \tag{1}$$

$$\vec{v}_2' = \frac{(m_2 - m_1)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2} \tag{2}$$

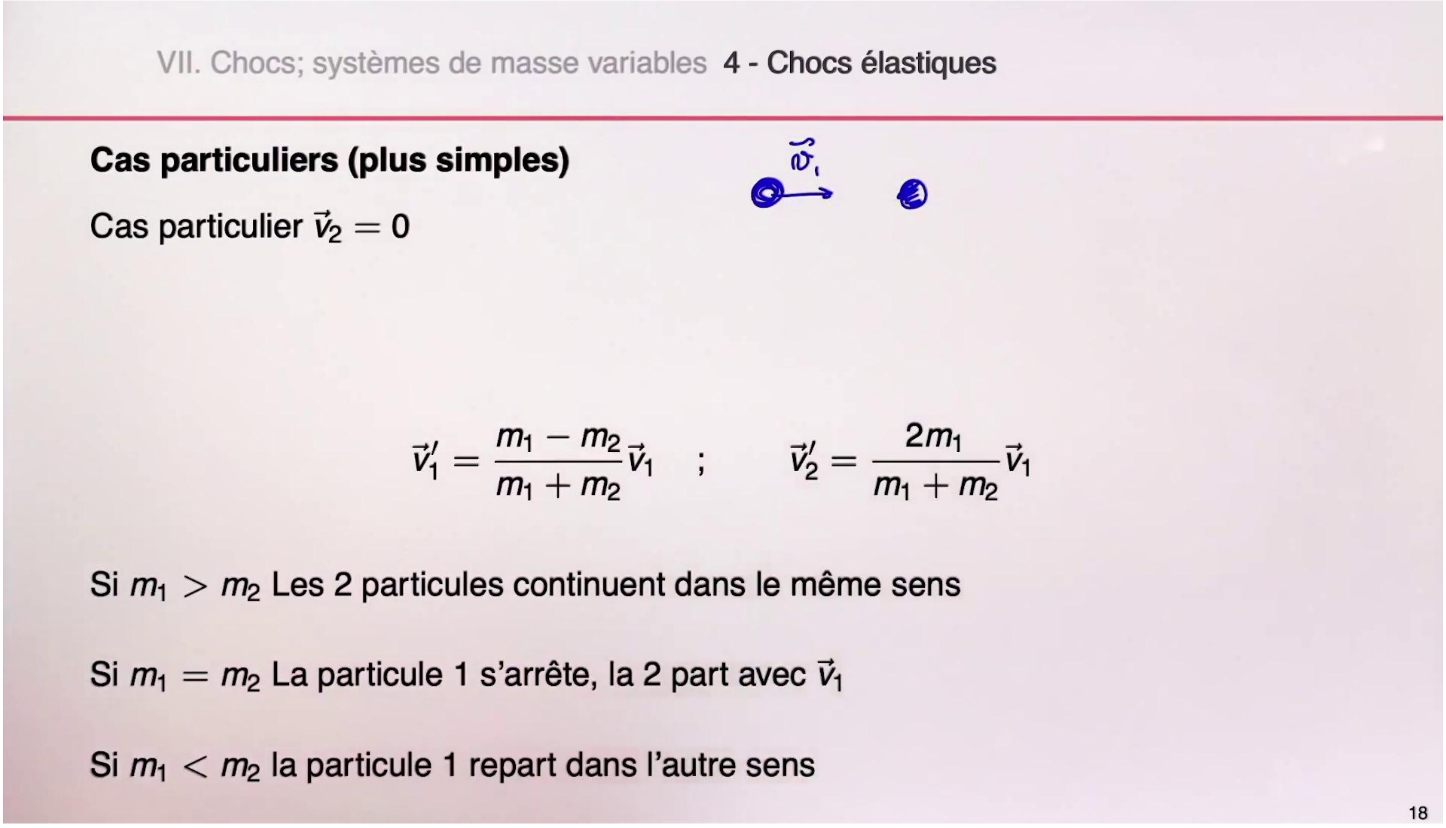
17

Lorsque les conditions sont remplies et que vous l'avez bien expliqué, vous avez le droit d'utiliser ces formules.

Notes

Summary

13m 31s

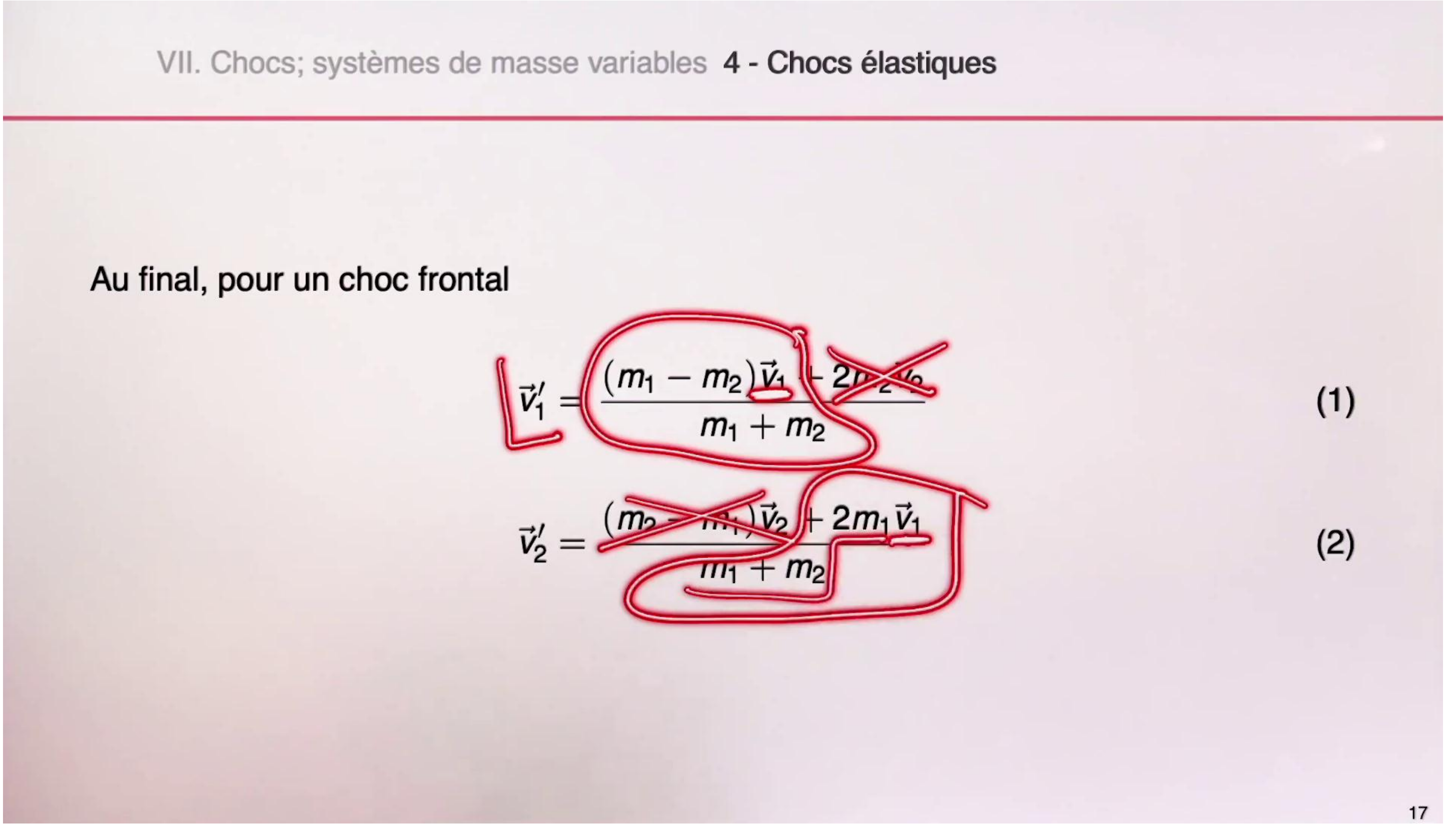


Nous allons voir maintenant ce qu'il se passe pour des cas particuliers plus simples. Nous allons prendre le cas particulier où la vitesse v2 vaut zéro. C'est donc le cas où la particule deux est immobile et la particule un lui rentre dedans avec une vitesse v1. Nous sommes toujours dans le cas du choc frontal.

Notes

Summary

13m 38s



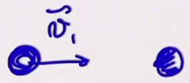
Reprenons l'expression précédente. Lorsque v2 vaut zéro, nous pouvons la simplifier en supprimant v2. Il nous reste ici (m1-m2)v1/(m1+m2) et 2m1v1/(m1+m2). Les vitesses après chocs sont donc colinéaires à la vitesse v1 avant, avec un facteur de proportionnalité devant.

Notes

Summary

14m 03s

Cas particuliers (plus simples)



Cas particulier $\vec{v}_2 = 0$

$$\vec{v}_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_1 \quad ; \qquad \vec{v}_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_1$$

Si $m_1 > m_2$ Les 2 particules continuent dans le même sens

Si $m_1 = m_2$ La particule 1 s'arrête, la 2 part avec $\vec{v}_1$

Si $m_1 < m_2$ la particule 1 repart dans l'autre sens

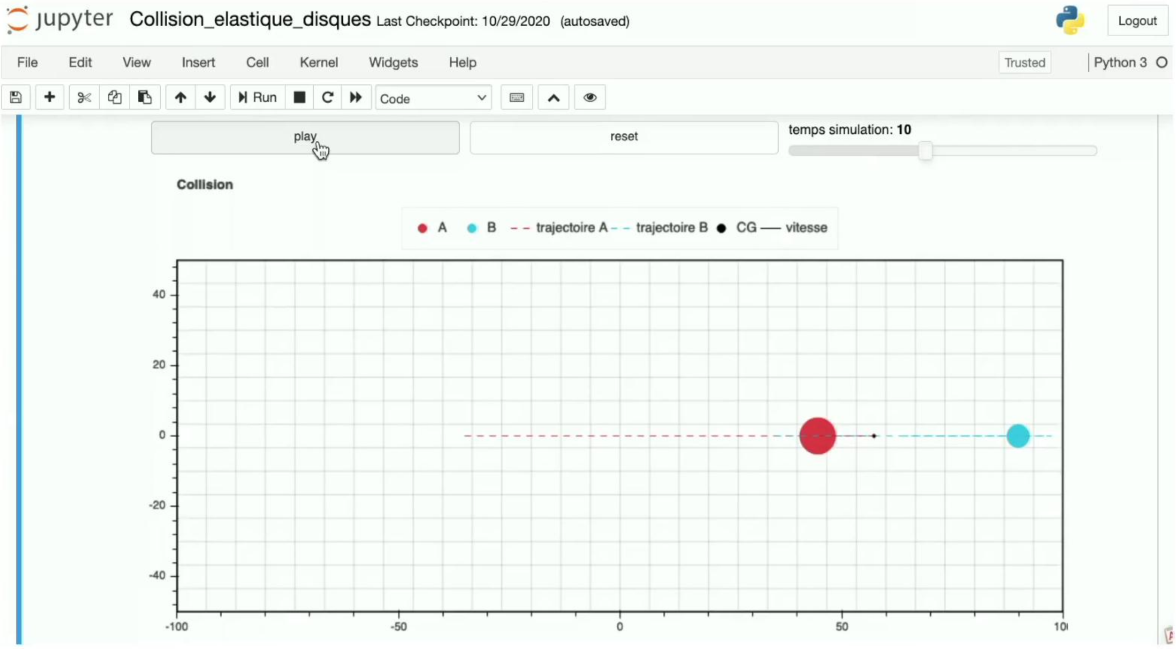
18

Nous trouvons donc v'1 = (m1 - m2)v1/(m1 + m2) et v'2 = 2m1v1/(m1 + m2). Si m1 est supérieure à m2, le préfacteur de v'1 est positif, le préfacteur de v'2 est toujours positif, v'1 et v'2 sont colinéaires et de même sens que v1. Si m1 = m2 ce terme-là vaut zéro, la particule un s'arrête, m1 = m2, j'ai ici 2m1/(m1 + m2), cela vaut donc un. v'2 = v1, la particule deux repart avec v1. Et si m1 inférieure à m2, la particule un repart dans l'autre sens.

Notes

Summary

14m 32s

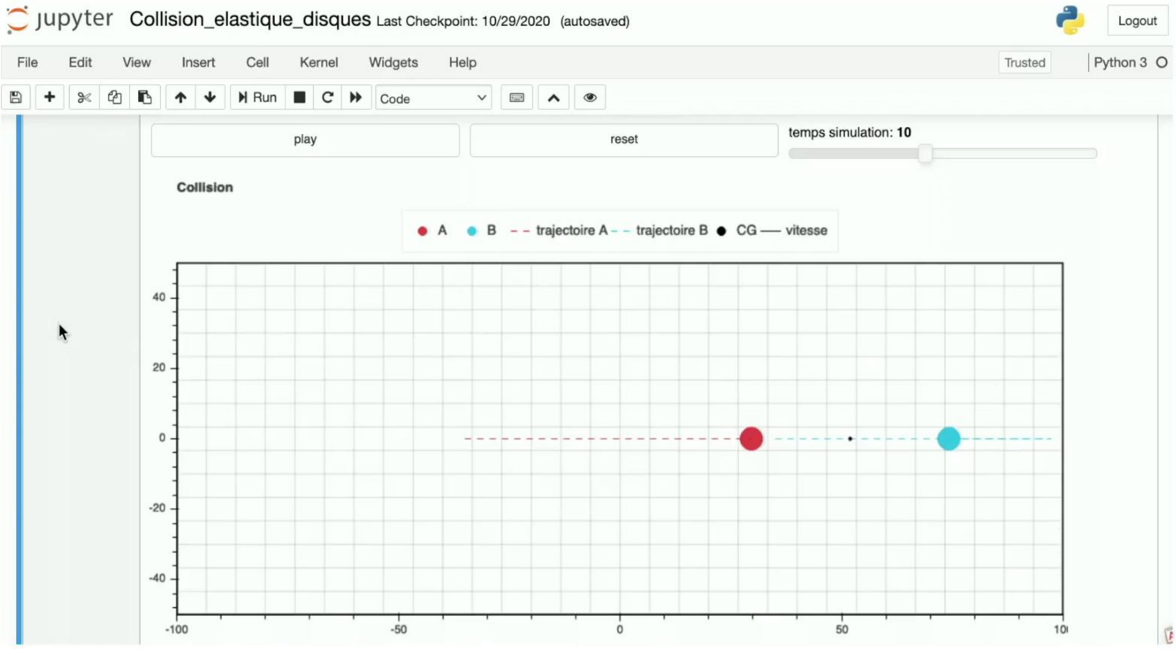


Nous avons ici le cas où v2 est égale à zéro. m1 est supérieure à m2 et nous avons bien un choc frontal. Après choc, les deux particules continuent dans le même sens.

Notes

Summary

15m 23s

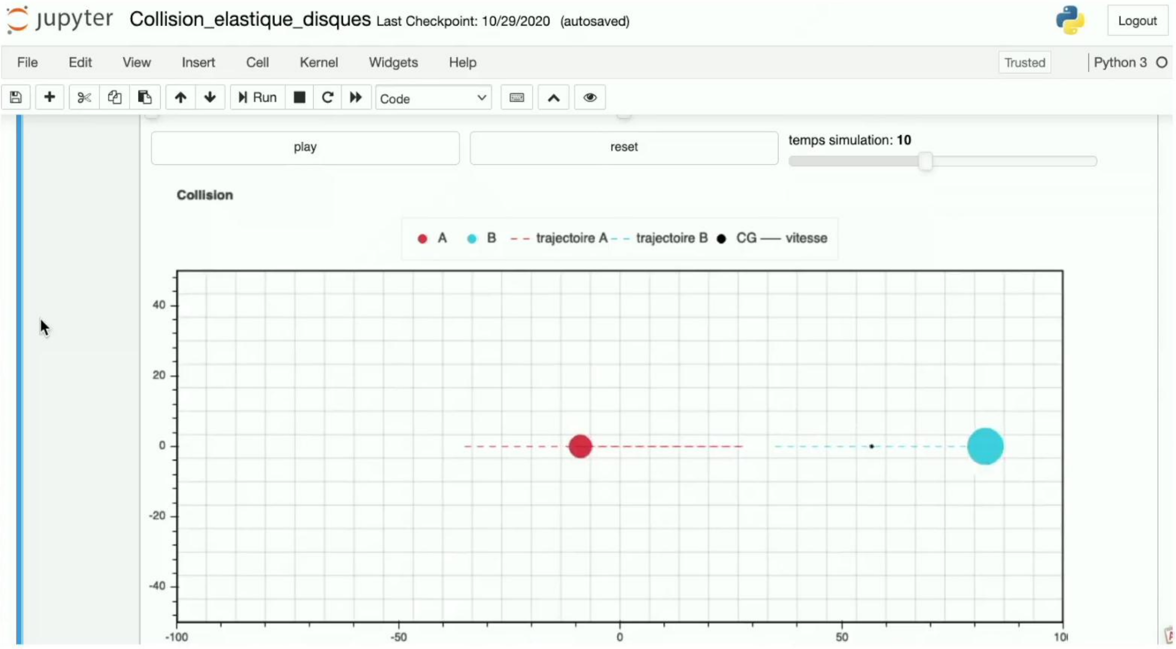


Lorsque m1 égale m2, la particule un s'arrête et la particule deux part avec v1.

Notes

Summary

15m 39s

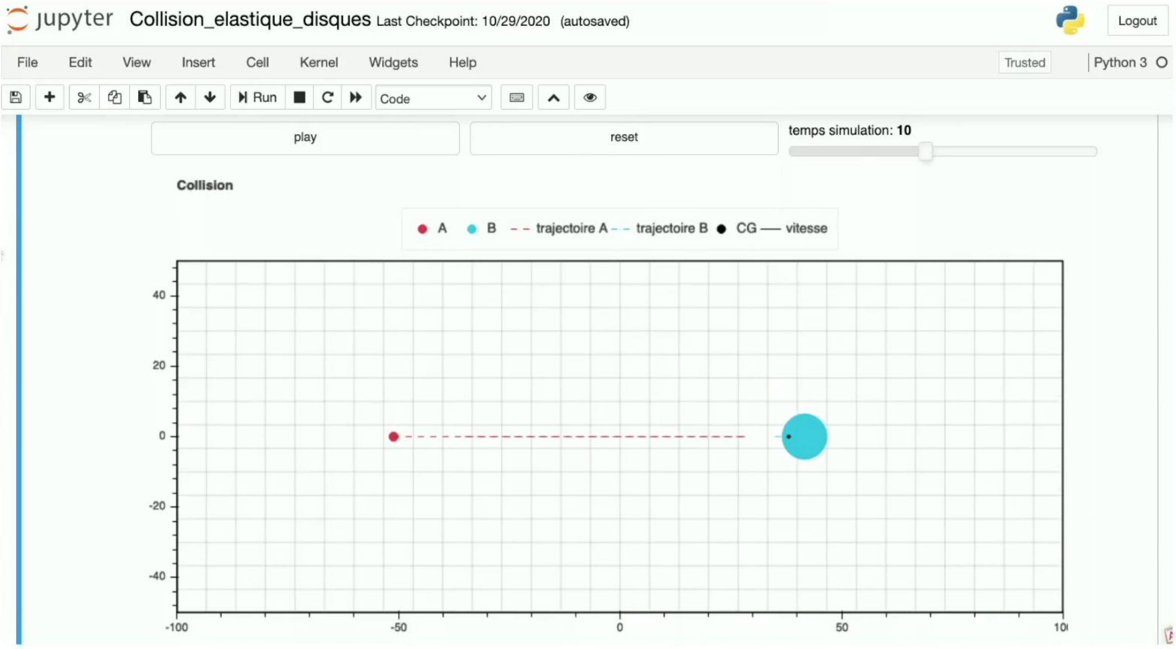


Et lorsque m2 est supérieure à m1, la particule un rebondit sur la particule deux.

Notes

Summary

15m 48s

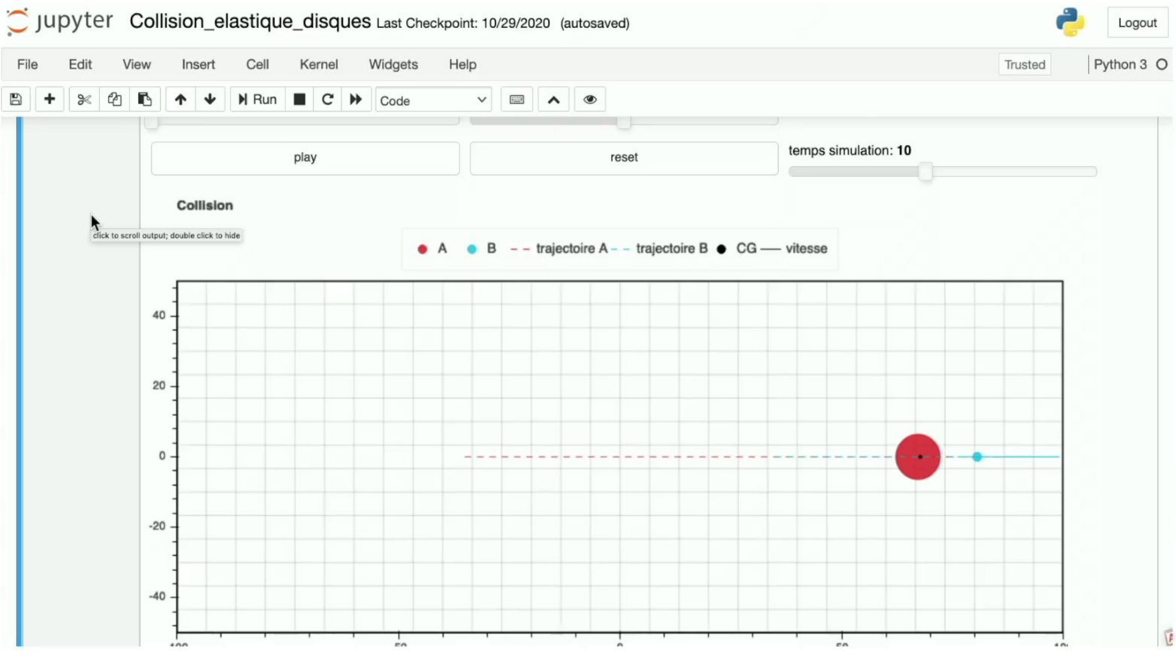


Lorsque la différence entre les masses est très grande, la particule un repart presque avec la vitesse -V1 et la particule deux part avec une vitesse très faible.

Notes

Summary

15m 55s

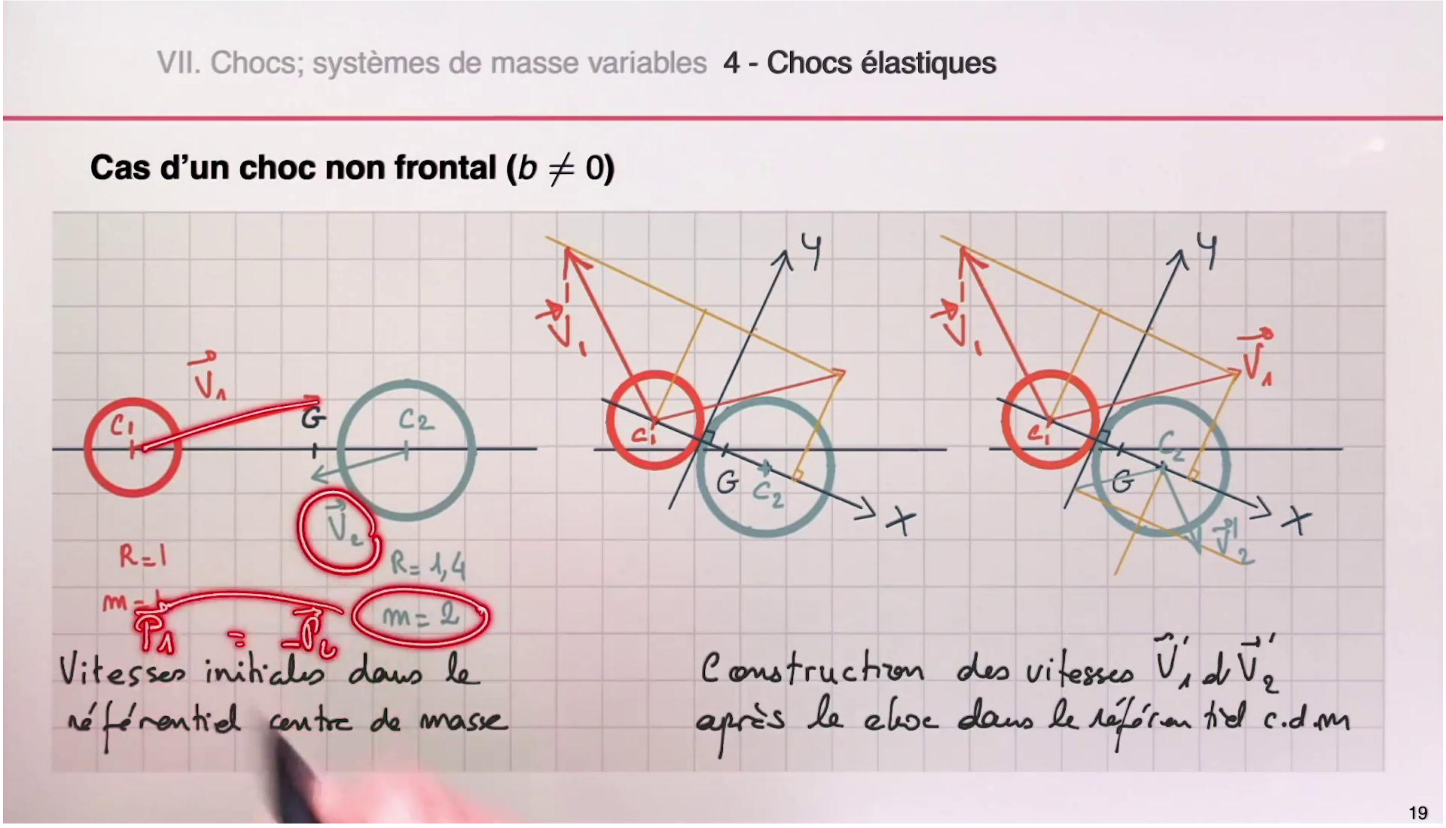


Et si m1 est très supérieure à m2, la vitesse de la particule un est quasiment inchangée et la particule deux part avec une vitesse proche de 2v1.

Notes

Summary

16m 09s

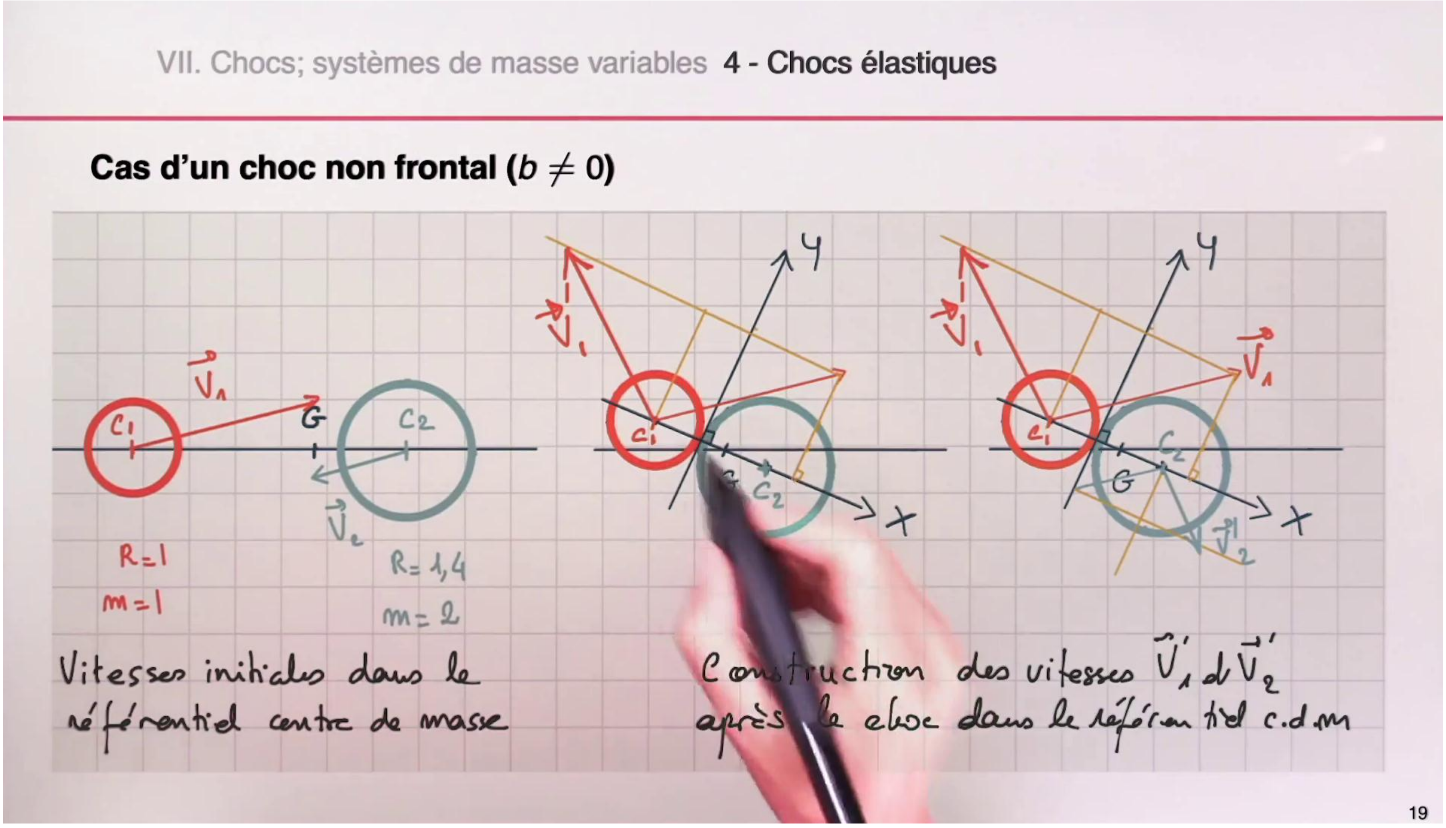


Nous allons voir brièvement maintenant comment est traité le cas d'un choc non frontal, b différent de zéro pour ces particules cylindriques. Nous restons dans le référentiel centre de masse. Nous considérons deux particules, de masse m1 avec ici un rayon R1 et de masse m2 donnée par un rayon R2. La particule deux a une masse deux fois plus grande que la particule un. Comme les quantités de mouvement P1 est égale à -P2, forcément, la vitesse v2 est la moitié de la vitesse v1 dans le référentiel centre de masse.

Notes

Summary

16m 21s

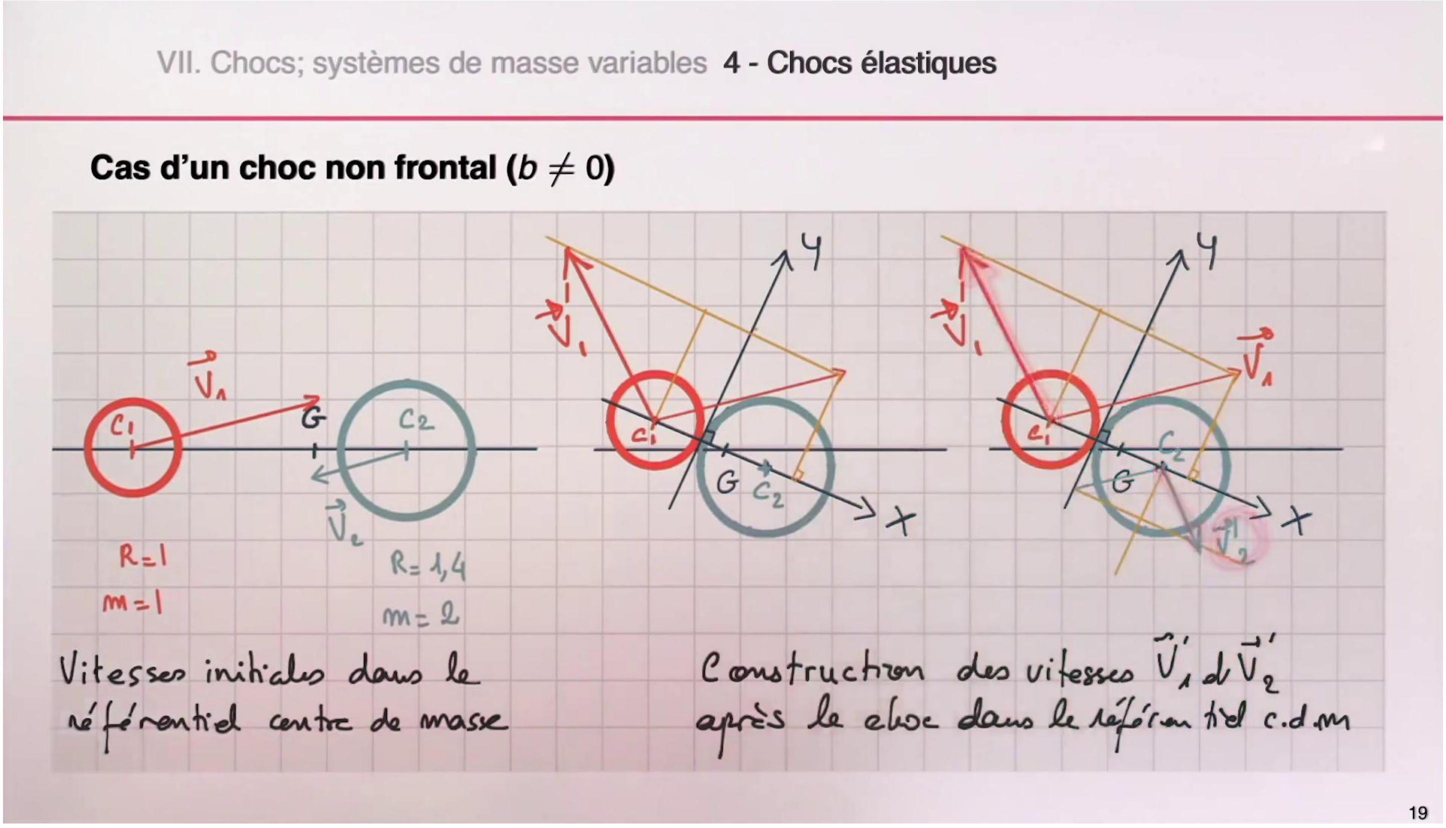


J'ai donc représenté ici les vecteurs vitesse v2 et v1 dans le référentiel centre de masse. Le centre de masse est entre le centre de la particule un et le centre de la particule deux. Lorsque les particules entrent en contact, puisqu'elles sont cylindriques, nous avons l'alignement de quatre points. Le centre de masse de la particule un qui est le centre de la particule un, le centre de la particule deux, le centre de masse du système et le point où se fait le choc. Nous pouvons séparer le choc en deux parties. Une partie se fait sur cette ligne que nous allons appeler OX ou GX et une partie se fait sur la ligne perpendiculaire. La composante de la vitesse correspondant à la direction perpendiculaire revient à deux particules qui se frôlent. C'est comme s'il n'y avait pas de choc. Pour la composante de la vitesse qui se passe sur cette ligne, cela revient à un choc frontal. Donc pour la partie du choc sur cette ligne, donc pour la composante des vitesses sur cette ligne, nous allons avoir le traitement d'un choc frontal. Pour la composante des vitesses sur la ligne perpendiculaire, nous n'aurons pas de choc. Nous prenons la vitesse V1 avant le choc, représentée à nouveau ici.

Notes

Summary

17m 05s



Nous la décomposons en une partie sur GX et une partie sur GY. Pour un choc frontal, après le choc, la vitesse est inversée. Donc après le choc, la composante selon X sera l'inverse de la composante avant le choc. Pour la partie frôlage, il n'y a pas de changement, donc la composante selon Y ne change pas. J'ai donc maintenant les deux composantes de mon vecteur vitesse V' après le choc et cela me permet de tracer le vecteur V'1 après le choc. Je procède exactement de la même manière pour connaître le vecteur vitesse V'2 après le choc.

Notes

Summary

18m 40s

Voilà, nous avons vu ce choc élastique. Le calcul est quand même assez long, donc vous avez le droit d'utiliser les résultats finaux à condition d'être vraiment dans un exercice dans lequel le choc est élastique et de justifier de l'utilisation de ces formules.

Notes

Summary

19m 27s