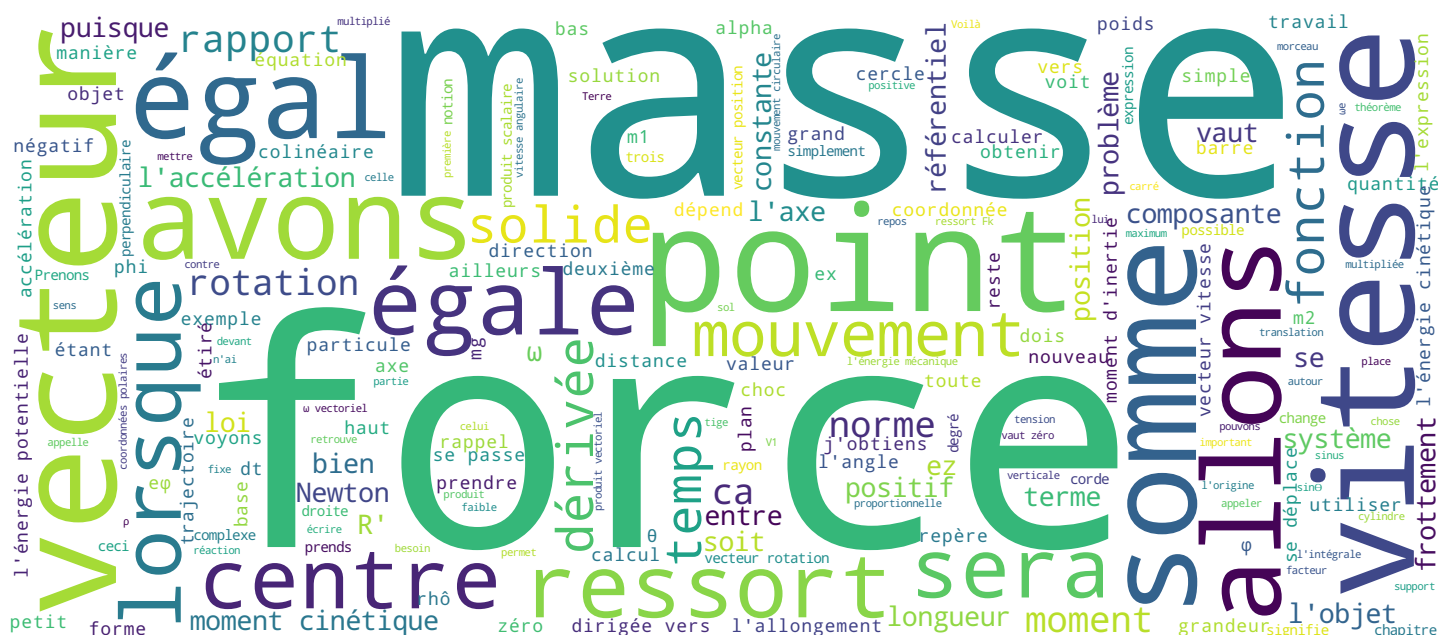


Prof. Cécile Hébert





Bonjour à tous. Pour appliquer les lois de Newton, il nous faudra des forces. Somme des forces égal ma. Certaines forces seront des forces fondamentales de la nature, d'autres des modèles phénoménologiques. Celle que nous allons voir ici est la force exercée par un ressort, soit lorsqu'il est étiré, soit lorsqu'il est comprimé.

Notes

Summary



0m 04s

Plan du cours

- I - Cinématique
- II - Référentiel accélérés
- III - Lois de Newton
- IV - Balistique – effet d'une force constante et uniforme
- V - Forces ; application des lois de Newton
- VI - Travail, Energie, principes de conservation
- VII - Chocs, systèmes de masse variable
- VIII - Oscillateur harmonique
- IX - Moment cinétique ; Gravitation
- X - Solide indéformable
- XI - Application du solide indéformable

2

Nous sommes dans le chapitre 5, Forces et application des lois de Newton, et nous allons voir la force de rappel d'un ressort.

Notes

Summary



0m 24s

Table des matières

V - 1 Réaction d'un support

V - 2 Forces de frottement secs

V - 3 Roulement d'une roue

V - 4 Frottements fluides

V - 5 Tension dans une corde

V - 6 Force de rappel d'un ressort

V - 7 Poussée d'archimède

3

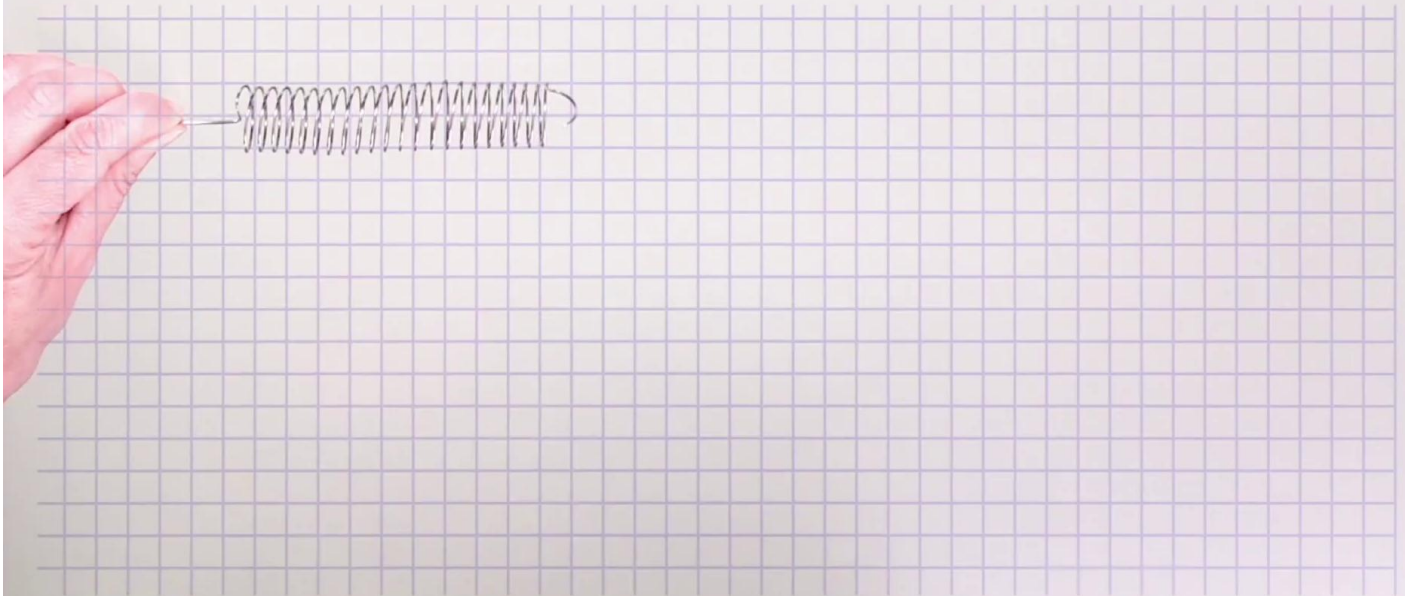
Notes

Summary



0m 28s

V - 6. Force de rappel d'un ressort



31

Nous allons considérer un ressort comme celui-ci, à spire non jointive, qui peut être étiré ou comprimé. Lorsqu'on laisse le ressort sans y toucher, il a une longueur naturelle dite longueur au repos ou l_0 . Supposons que le ressort est accroché à une extrémité et libre à l'autre.

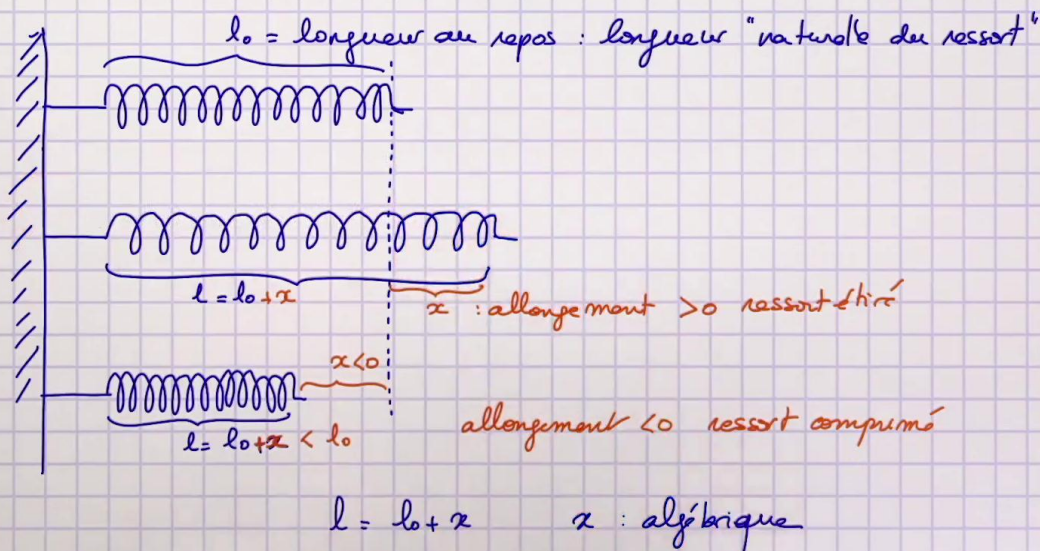
Notes

Summary



0m 33s

V - 6. Force de rappel d'un ressort



31

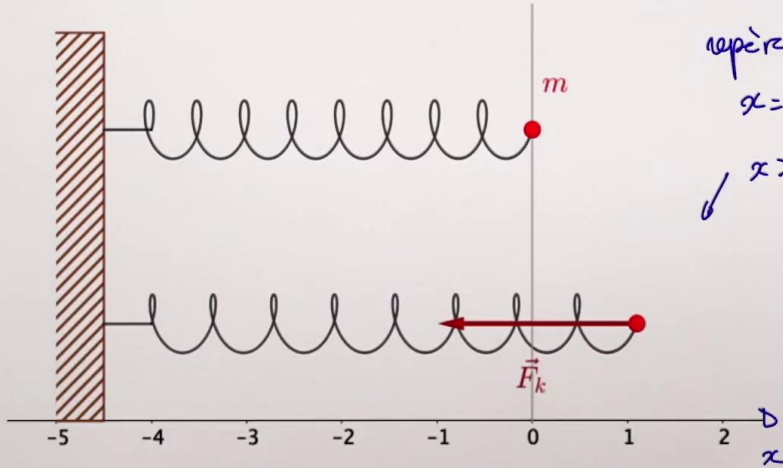
Cette longueur au repos nous permet de définir une référence par rapport à laquelle nous allons mesurer l'allongement. Si je prends maintenant l'extrémité libre du ressort et que je tire dessus, le nombre de spires ne change pas, mais on voit que le ressort s'est allongé. Il est étiré. On appelle x l'allongement du ressort. Dans le cas où je comprime mon ressort, je vais garder la même notation, mais x sera négatif. L'allongement est négatif, le ressort est comprimé. J'ai donc toujours $l = l_0 + x$. x est algébrique. Faites attention, car il est très courant de confondre x , l'allongement, et l , la longueur du ressort. Qu'en est-il maintenant des forces exercées par ce ressort ? Il a toujours envie de revenir à sa longueur au repos. Lorsqu'il est étiré, il va exercer une force qui va tendre à le ramener à une longueur plus petite. Lorsqu'il est comprimé, il va exercer une force qui va tendre à l'étendre.

Notes

Summary



Dans le cas idéal, la force exercée par un ressort est proportionnelle à sa variation de longueur. Pour cela il faut rester dans le domaine des petites déformations (réversibles).



loi de Hooke
 repère Ox tel que x : allongement
 $x=0$ quand le ressort est au repos
 $x > 0 \quad \vec{F}_k = -x \vec{e}_x$

32

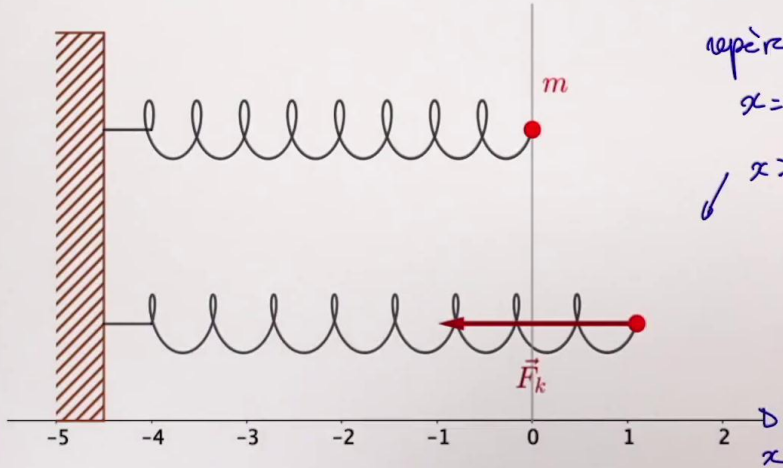
Dans le cas d'un ressort idéal, la norme de la force exercée est proportionnelle à la variation de longueur, donc à l'allongement x . Pour cela, il faut bien rester dans le domaine des petites déformations et cette loi est ce qu'on appelle la loi de Hooke. Prenons le cas d'une masse accrochée à un ressort et le ressort est fixé à un mur. Nous cherchons à caractériser la force de rappel du ressort F_k . Lorsque le ressort est allongé avec un allongement x positif, il tend à revenir à sa longueur au repos, la force est donc dirigée vers la gauche sur mon schéma. Prenons un axe Ox , en plaçant l'origine de telle manière que la coordonnée x corresponde à l'allongement du ressort. Cela revient à placer l'origine à la position obtenue lorsque le ressort est à sa longueur au repos l_0 . Si je prends la masse m et que je la déplace vers la droite, j'ai un x positif. La force de rappel du ressort F_k est dirigée selon l'axe Ox . Elle est donc colinéaire au vecteur de base \vec{e}_x . La loi de Hooke nous dit qu'elle est proportionnelle à l'allongement. Je retrouve donc l'allongement x . Et proportionnelle signifie que je dois avoir une constante de proportionnalité que je vais appeler k .

Notes

Summary



Dans le cas idéal, la force exercée par un ressort est proportionnelle à sa variation de longueur. Pour cela il faut rester dans le domaine des petites déformations (réversibles).



loi de Hooke
 repère Ox tel que x : allongement
 $x=0$ quand le ressort est au repos

$$\vec{F}_k = -kx \vec{e}_x$$

k : constante de raideur $N.m^{-1}$

32

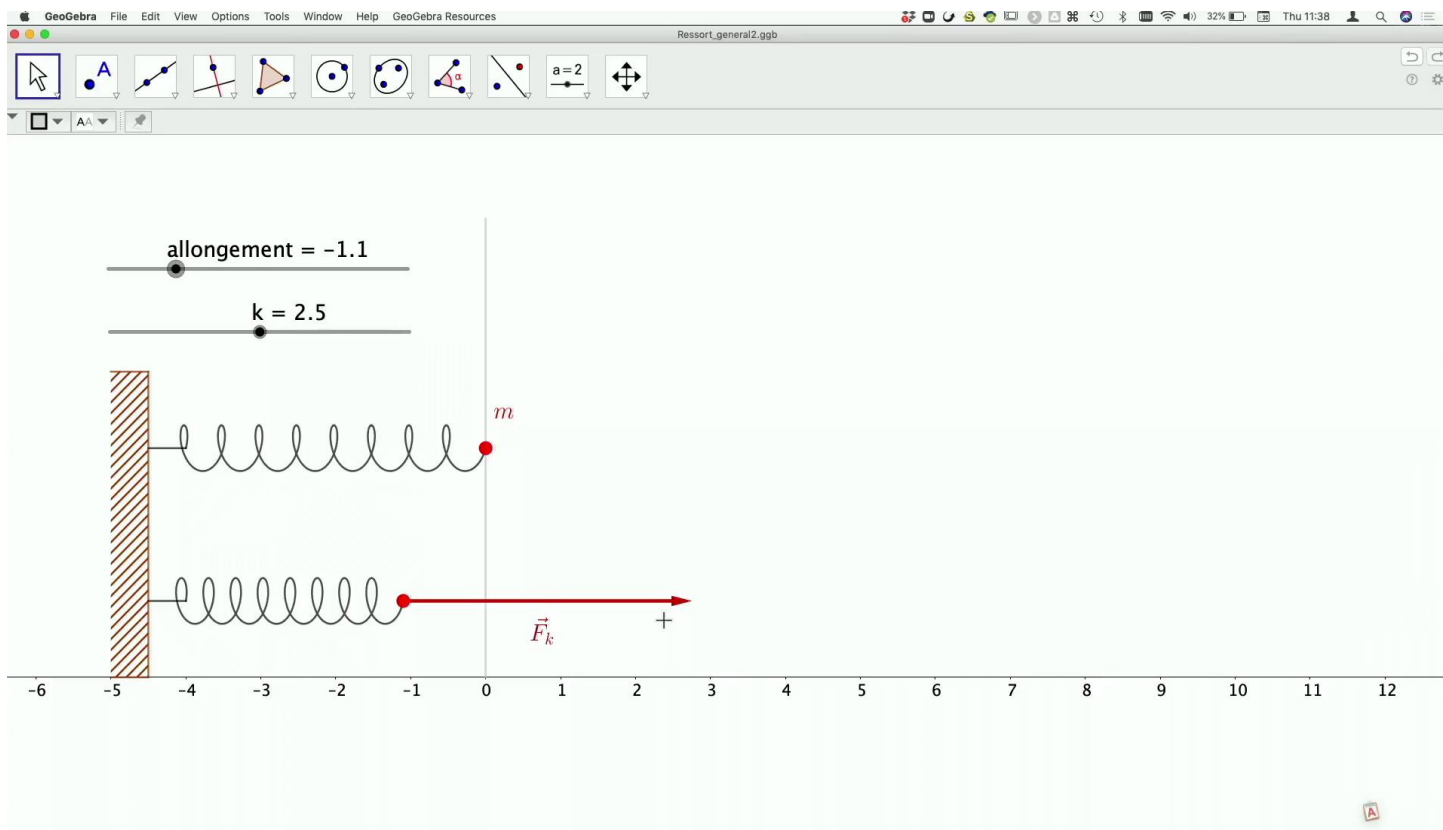
Par ailleurs, le sens de la force m'indique que lorsque x est positif, je dois avoir une force dirigée vers la gauche. Donc, dans ce cas-là, vers les $-x$. J'ai donc moins $-kx$. C'est ici l'expression de la force de rappel du ressort grâce aux définitions que nous avons prises pour l'allongement. k est appelée la constante de raideur. Elle est en $N.m^{-1}$.

Notes

Summary



4m 05s



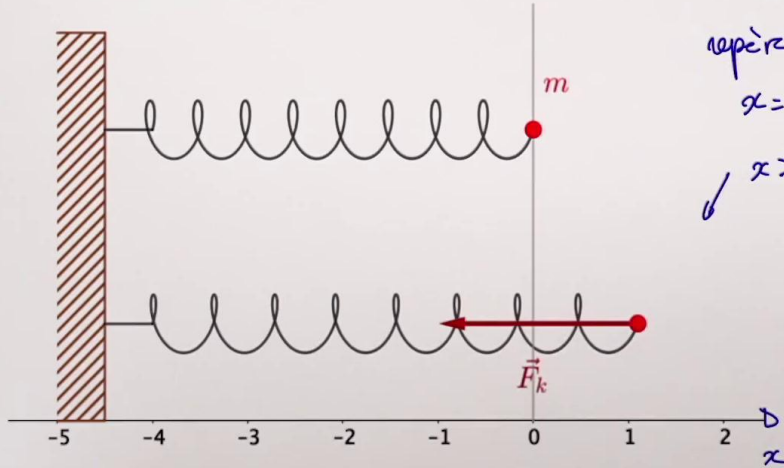
Voyons ce qui se passe lorsqu'on varie l'allongement du ressort. Pour un allongement positif, la force est dirigée vers la gauche. Et la force est proportionnelle à l'allongement. Pour un allongement négatif, la force est dirigée vers la droite. La norme de la force est à nouveau proportionnelle à l'allongement. Lorsque j'augmente la constante de raideur du ressort, cela revient à augmenter la force d'un facteur qui est le même pour tous les allongements. Lorsque nous avons un allongement négatif, x est négatif, F_k est dirigée vers la droite $-kx$, avec x négatif est effectivement dirigée vers la droite.

Notes

Summary



Dans le cas idéal, la force exercée par un ressort est proportionnelle à sa variation de longueur. Pour cela il faut rester dans le domaine des petites déformations (réversibles).



loi de Hooke
repère Ox tel que x : allongement
 $x=0$ quand le ressort est au repos

✓ $x > 0$

$$\vec{F}_k = -kx \vec{e}_x$$

k : constante de raideur $N.m^{-1}$

si $x < 0$ $-kx \vec{e}_x$ \vec{F}_k

32

En effet, $-kx$ est positif, donc le vecteur $-kx\vec{e}_x$ est vers la droite, F_k est vers la droite.

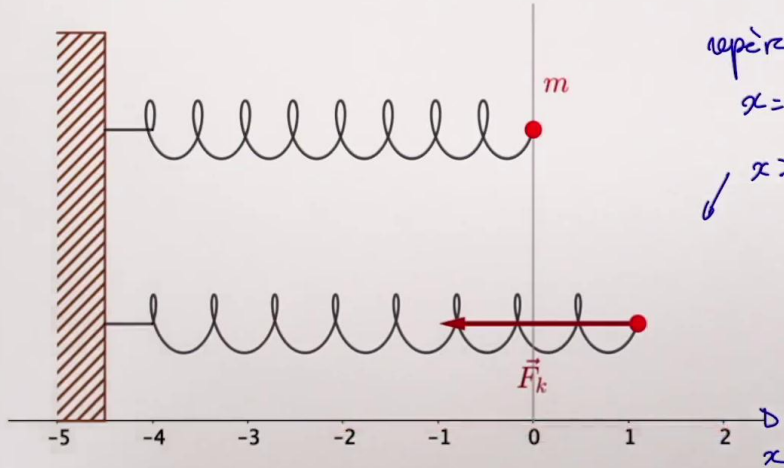
Notes

Summary



5m 49s

Dans le cas idéal, la force exercée par un ressort est proportionnelle à sa variation de longueur. Pour cela il faut rester dans le domaine des petites déformations (réversibles).



loi de Hooke
repère Ox tel que x : allongement
 $x=0$ quand le ressort est au repos

$$x > 0 \quad \vec{F}_k = -kx \vec{e}_x$$

k : constante de raideur $N.m^{-1}$

$$\text{si } x < 0 \quad -kx \vec{e}_x$$

32

En utilisant un x algébrique, qui est l'allongement qui peut être positif ou négatif, nous pouvons utiliser cette même loi qui reste valable des deux côtés du zéro.

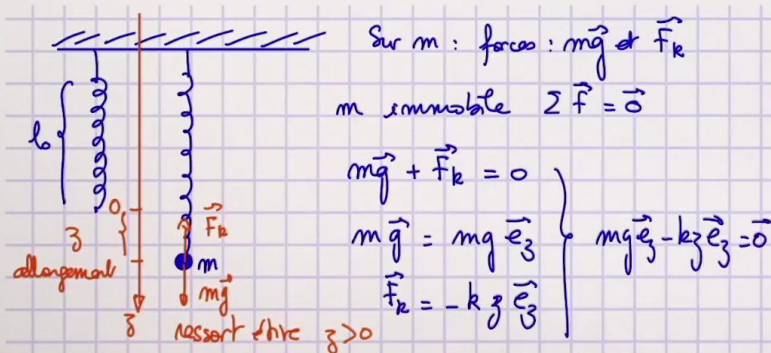
Notes

Summary



5m 59s

Cas d'un ressort accroché verticalement avec une masse suspendue



33

Supposons que nous ayons un ressort accroché au plafond de longueur l_0 , longueur au repos. Ça, c'est la longueur qu'il a lorsque je n'accroche rien au ressort. Si j'accroche une masse m au ressort, cette masse m va en quelque sorte tirer sur le ressort et le ressort va se retrouver allongé. Il est toujours plus pratique de prendre un axe de telle manière que quand j'ai étiré mon ressort, l'allongement soit positif. Je prends l'origine du repère Oz pour avoir $z = 0$ lorsque le ressort est au repos et j'appelle z l'allongement. Avec un Oz orienté vers le bas, j'ai z positif lorsque le ressort est étiré. Lorsque je fais le bilan des forces sur la masse m , j'ai donc le poids mg et la force de rappel du ressort F_k . Supposons que m est immobile. À ce moment-là, la somme des forces sur m va être égale à zéro. J'ai donc $mg + F_k = 0$. Étant donné l'orientation vers le bas que j'ai prise pour mon repère, mg va être égal à $mgez$. La force de rappel du ressort F_k suit toujours la loi de Hooke, c'est donc $-kzez$, k étant la constante de raideur du ressort. J'obtiens donc avec ceci $mgez - kzez = 0$. Projeté sur ez , cela me dit que $mg - kz = 0$, soit $z = mg/k$.

Notes

Summary



Cas d'un ressort accroché verticalement avec une masse suspendue

Sur m : forces : $m\vec{g}$ et \vec{F}_k

m immobile $\sum \vec{F} = \vec{0}$

$$\left. \begin{array}{l} m\vec{g} + \vec{F}_k = \vec{0} \\ m\vec{g} = mg\vec{e}_z \\ \vec{F}_k = -kz\vec{e}_z \end{array} \right\} mg\vec{e}_z - kz\vec{e}_z = \vec{0}$$

ici : ressort étiré $\Rightarrow z < 0$?!

$$\vec{F}_k = -kz\vec{e}_z$$

allongement z

ressort étiré $z > 0$

$$mg - kz = 0$$

$$z = \frac{mg}{k} > 0$$

$$l = l_0 + z > l_0$$

33

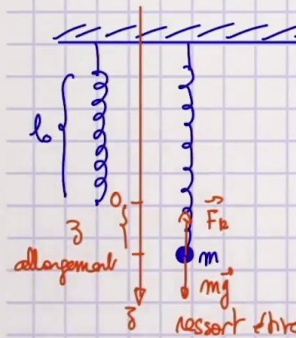
Je retrouve bien un z positif, ce qui est rassurant puisque j'ai étiré mon ressort en lui accrochant une masse. La longueur totale du ressort, elle, est égale à $l_0 + z$. Elle est donc supérieure à l_0 . Était-il possible de faire la même chose avec un axe Oz orienté vers le haut ? C'est ce que nous allons voir maintenant. Je reprends exactement le même système. La seule différence, c'est que je vais orienter Oz vers le haut. Je garde comme origine la position qui me donne un allongement nul pour un ressort au repos. Puisque les z sont orientés verticalement vers le haut, lorsque j'ai étiré mon ressort, j'ai un z qui est négatif. C'est assez contrintuitif. Que va-t-il se passer avec la loi de Hooke ? Physiquement, le ressort souhaite toujours revenir à sa longueur l_0 . Donc la force de rappel du ressort F_k sera toujours dirigée vers le haut. Elle est colinéaire à e_z , elle est toujours proportionnelle à k et à l'allongement z . z est négatif. La composante de F_k/e_z doit être positive. Pour rendre cette grandeur-là positive, je dois mettre un moins devant. La loi de Hooke reste valable. J'ai toujours $F_k = -kze_z$, bien que j'aie pris un repère qui va à l'envers.

Notes

Summary



Cas d'un ressort accroché verticalement avec une masse suspendue



Sur m : forces : $m\vec{g}$ et \vec{F}_k

m immobile $\sum \vec{F} = \vec{0}$

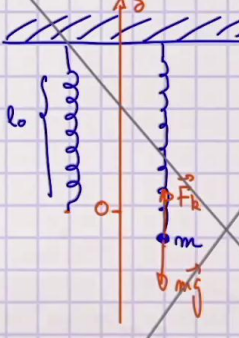
$$\left. \begin{aligned} m\vec{g} + \vec{F}_k &= \vec{0} \\ m\vec{g} &= mg\vec{e}_z \\ \vec{F}_k &= -kz\vec{e}_z \end{aligned} \right\} mg\vec{e}_z - kz\vec{e}_z = \vec{0}$$

ressort étiré $z > 0$

$$mg - kz = 0 \quad z = \frac{mg}{k} > 0$$

$l = l_0 + z > l_0$

toujours prendre l'orientation pour avoir un allongement > 0 & le ressort est étiré.



ici : ressort étiré $z < 0$?!

$$\vec{F}_k = -kz\vec{e}_z$$

$$m\vec{g} = -mg\vec{e}_z$$

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$-mg\vec{e}_z - kz\vec{e}_z = \vec{0}$$

$$kz = -mg$$

$$z = -\frac{mg}{k}$$

33

Le poids, lui, va s'écrire $mg = -mgez$. En effet, g est la norme de l'accélération de la pesanteur positive et m est la masse, est aussi positive. Le poids dans cette orientation du repère, étant toujours dirigé vers le bas est dirigé vers les z négatifs. Je considère toujours que la masse est immobile, somme des forces égale zéro. J'ai donc $-mgez - kzez$ qui doit être égal à 0. Projeté sur ez , cela me donne $kz = -mg$, soit $z = -mg/k$. m est positif, g est positif, k est positif, ce terme-là est positif, $-mg/k$ est bien négatif. Je retrouve bien un z négatif. Je peux donc parfaitement traiter ce problème avec un axe Oz orienté vers le haut. Par contre, à ce moment-là, j'ai quelque chose de totalement contrintuitif avec un z qui est négatif lorsque le ressort est étiré et positif lorsque le ressort est comprimé. Nous éviterons soigneusement de nous mettre dans cette configuration et nous prendrons toujours l'orientation positive de l'axe de telle manière que l'allongement soit positif lorsque le ressort est étiré.

Notes

Summary





Voilà, nous avons vu un modèle de ressort lorsqu'il suit la loi de Hooke. Pour cela, il faut rester dans un domaine de déformation raisonnable.

Notes

Summary

11m 55s

