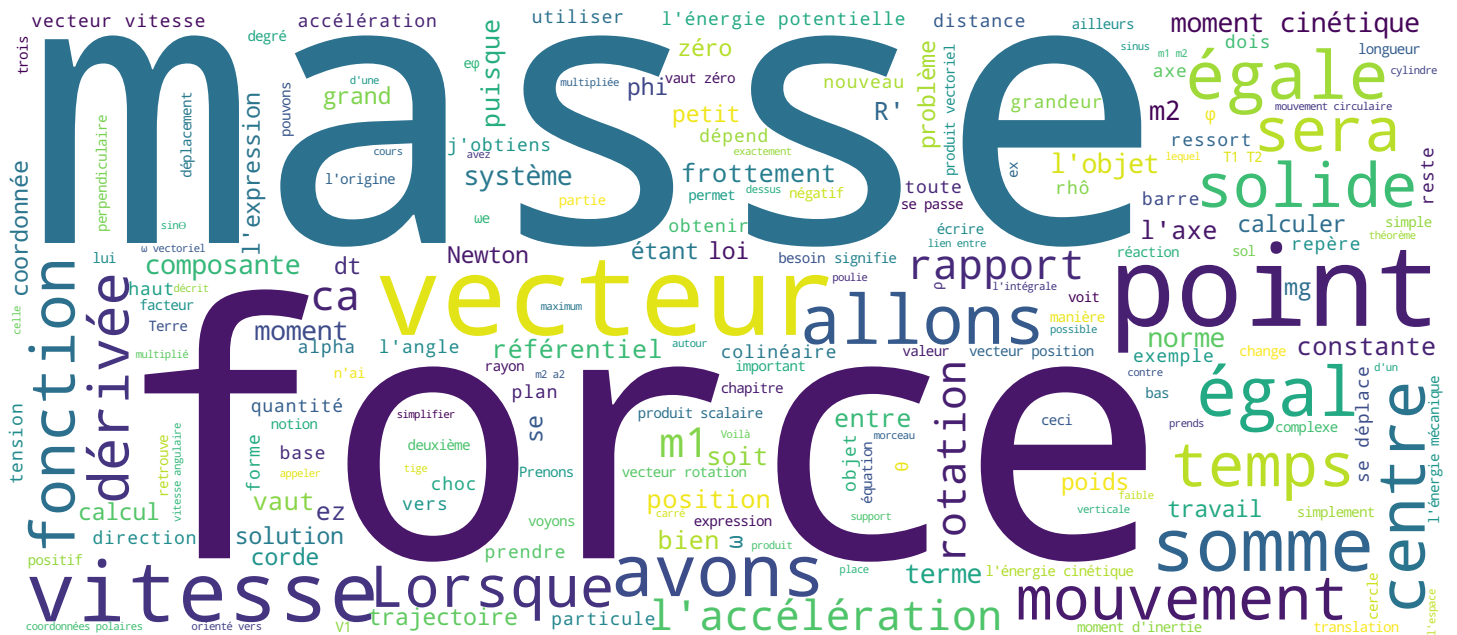
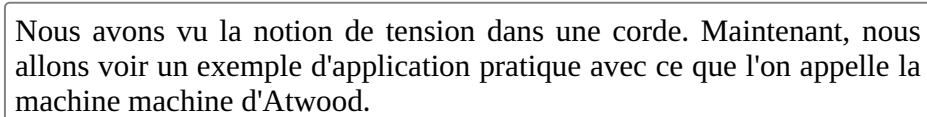


## Partie 2

Prof. Cécile Hébert



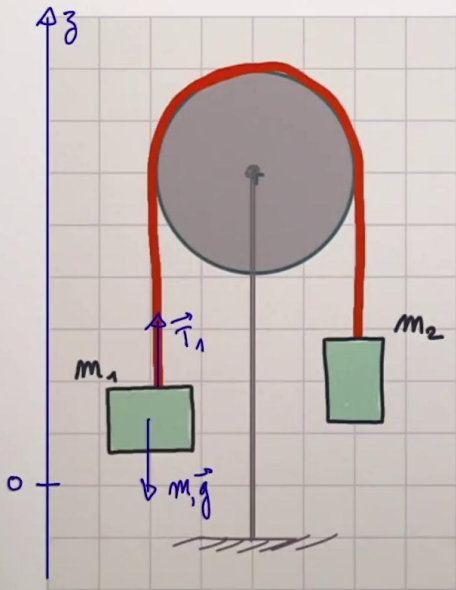
[illegible]



[Full Text](#)



### Exemple machine d'Atwood :



2 systèmes:  $m_1$  et  $m_2$  on cherche  $a_1$  et  $a_2$   
 accélération de  $m_1$  et  $m_2$   
 Sur  $m_1 \Rightarrow \sum \vec{F} = m_1 \vec{a}_1 = \vec{T}_1 + m_1 \vec{g}$

29

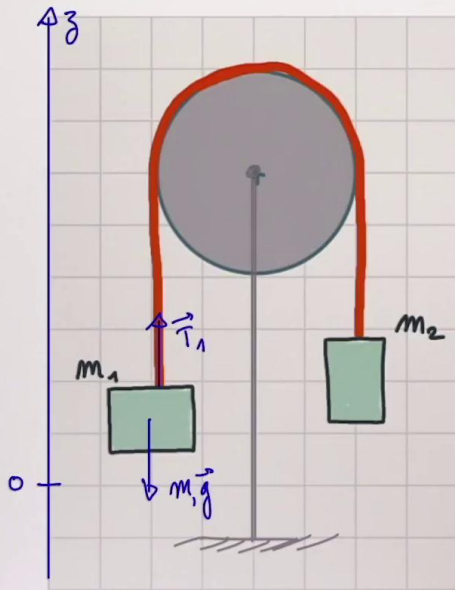
Je vous propose maintenant un exemple d'exercice résolu complètement. Il s'agit de ce qu'on appelle ici la machine d'Atwood. C'est une poulie fixe, par exemple, fixée sur un support posé au sol. Par-dessus laquelle on fait passer une corde inextensible et sans masse, et de chaque côté, on accroche une masse  $m_1$  et une masse  $m_2$ . Nous nous intéressons aux mouvements de  $m_1$  et  $m_2$ , si on lâche le système sans vitesse initiale. Je ne peux pas considérer tout le système comme un solide indéformable. En effet, si  $m_2$  descend,  $m_1$  monte et le système se déforme. Je vais donc devoir individuellement considérer la masse  $m_1$  et la masse  $m_2$ . J'aurai donc deux systèmes.  $m_1$  et  $m_2$ . Je vais donc chercher à calculer  $a_1$  et  $a_2$ , accélération de  $m_1$  et  $m_2$ , respectivement. Je vais prendre comme référentiel le laboratoire et un repère aux axes orienté vers le haut. Je dois donc faire séparément les lois de Newton sur  $m_1$  et sur  $m_2$ . Sur  $m_1$ . Somme des forces =  $m_1 a_1$  accélération de  $m_1$ . Les forces sur  $m_1$  sont la tension  $T_1$  et le poids  $m_1 g$ . La tension est forcément dirigée vers les  $z$  positifs car la corde ne peut pas travailler en compression. Je peux donc écrire que  $T_1 = T_1$  et avec  $T_1$  strictement positif.

Notes

Summary



### Exemple machine d'Atwood :



2 système uss:  $m_1$  et  $m_2$  on chache  $a_1$  et  $a_2$   
 accélération de  $m_1$  et  $m_2$

Sur  $m_1 \Rightarrow \sum \vec{F} = m_1 \vec{a}_1 = \vec{T}_1 + m_1 \vec{g}$

$\vec{T}_1 = T_1 \vec{e}_3$   $T_1 > 0$   $m_1 \vec{g} = -m_1 g \vec{e}_3$

$\vec{a}_1 = a_1 \vec{e}_3$   $a_1$  algébrique composante de  $\vec{a}_1$  sur  $Oz$

$m_1 a_1 \vec{e}_3 = T_1 \vec{e}_3 - m_1 g \vec{e}_3$   $m_1 a_1 = T_1 - m_1 g$

Sur  $m_2$

29

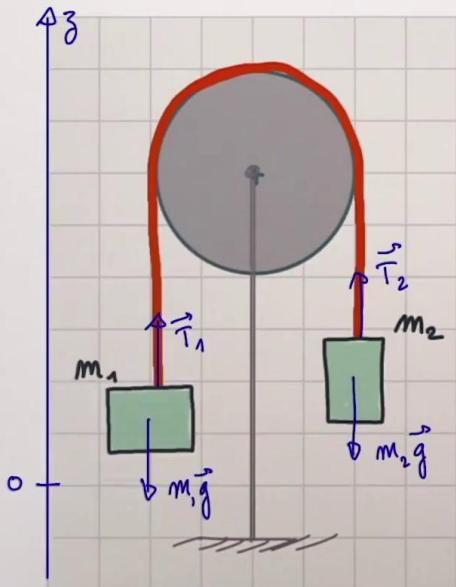
$g$  dirigé vers le bas.  $m_1 g = -m_1 g \vec{e}_3$ . L'accélération de  $a_1$  est algébrique. J'ai donc  $a_1 = a_1 \vec{e}_3$  avec  $a_1$  algébrique. C'est la composante de  $a_1$  sur  $Oz$ . Cela me donne donc  $m_1 a_1 \vec{e}_3 = T_1 \vec{e}_3 - m_1 g \vec{e}_3$ . Projeté sur  $\vec{e}_3$ .  $m_1 a_1 = T_1 - m_1 g$ . Nous allons faire le même travail sur  $m_2$ . Je vous propose de faire une pause et d'essayer de le faire vous-même.

Notes

Summary



### Exemple machine d'Atwood :



2 système mas:  $m_1$  et  $m_2$  on cherche  $a_1$  et  $a_2$   
accélération de  $m_1$  et  $m_2$

Sur  $m_1 \Rightarrow \sum \vec{F} = m_1 \vec{a}_1 = \vec{T}_1 + m_1 \vec{g}$   
 $\vec{T}_1 = T_1 \vec{e}_3$   $T_1 > 0$   $m_1 \vec{g} = -m_1 g \vec{e}_3$   
 $\vec{a}_1 = a_1 \vec{e}_3$   $a_1$  algébrique composante de  $\vec{a}_1$  sur  $Oz$   
 $m_1 a_1 \vec{e}_3 = T_1 \vec{e}_3 - m_1 g \vec{e}_3$   $m_1 a_1 = T_1 - m_1 g$

Sur  $m_2$   $\vec{T}_2$  et  $m_2 \vec{g}$   $\vec{T}_2 = T_2 \vec{e}_3$   $m_2 \vec{g} = -m_2 g \vec{e}_3$   
 $\sum \vec{F} = m_2 \vec{a}_2 = m_2 a_2 \vec{e}_3 = T_2 \vec{e}_3 - m_2 g \vec{e}_3$   
 $m_2 a_2 = T_2 - m_2 g$   $T_1 = T_2$

29

Sur  $m_2$ , les forces sont  $T_2$  et  $m_2 g$ .  $T_2$  forcément dirigé vers le haut. Et  $m_2 g$  vers le bas exercée au centre de masse. Donc  $T_2$  en vecteur =  $T_2 \vec{e}_z$  et  $m_2 \vec{g} = -m_2 g \vec{e}_z$ . Sommes des forces =  $m_2 \vec{a}_2$ .  $a_2$  étant l'accélération de  $m_2$ , c'est aussi =  $m_2 a_2 \vec{e}_z$ . Donc  $T_2 \vec{e}_z - m_2 g \vec{e}_z = m_2 a_2 \vec{e}_z$ . Projeté sur  $\vec{e}_z$ , j'obtiens  $m_2 a_2 = T_2 - m_2 g$ . J'ai donc pour l'instant deux équations. La première équation qui lie  $a_1$  et  $T_1$ . Et ma deuxième équation qui lie  $a_2$  et  $T_2$ . Or j'ai quatre inconnues : l'accélération, la tension  $T_1$ , l'accélération  $a_2$  et la tension  $T_2$ . Il me faudrait donc quatre équations. Les deux équations suivantes sont une donnée par la contrainte que la corde transmet les tensions donc en norme  $T_1 = T_2$ , soit ici  $T_1 = T_2$ . La deuxième équation est liée par la contrainte géométrique du fait que la corde est tendue. Le fait que la corde soit tendue impose un lien entre le déplacement de la masse  $m_2$  et le déplacement de la masse  $m_1$ . Lorsque  $m_2$  descend,  $m_1$  monte, donc lorsque  $m_2$  se déplace d'un déplacement  $D$ ,  $m_1$  a un déplacement  $-D$ . La vitesse de  $m_2$  sera égale à l'opposé de la vitesse de  $m_1$  et l'accélération de  $m_2$  sera - l'accélération de  $m_1$ . Donc vectoriellement  $a_2 = -a_1$ .

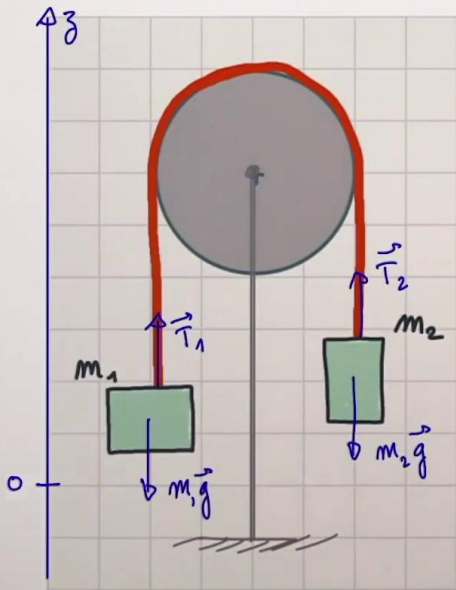
Notes

Summary





### Exemple machine d'Atwood :



2 systèmes :  $m_1$  et  $m_2$  on cherche  $a_1$  et  $a_2$   
accélération de  $m_1$  et  $m_2$

Sur  $m_1 \Rightarrow \sum \vec{F} = m_1 \vec{a}_1 = \vec{T}_1 + m_1 \vec{g}$   
 $\vec{T}_1 = T_1 \vec{e}_3$   $T_1 > 0$   $m_1 \vec{g} = -m_1 g \vec{e}_3$   
 $\vec{a}_1 = a_1 \vec{e}_3$   $a_1$  algébrique composante de  $\vec{a}_1$  sur  $Oz$   
 $m_1 a_1 \vec{e}_3 = T_1 \vec{e}_3 - m_1 g \vec{e}_3$   $m_1 a_1 = T_1 - m_1 g$

Sur  $m_2$   $\vec{T}_2$  et  $m_2 \vec{g}$   $\vec{T}_2 = T_2 \vec{e}_3$   $m_2 \vec{g} = -m_2 g \vec{e}_3$   
 $\sum \vec{F} = m_2 \vec{a}_2 = m_2 a_2 \vec{e}_3 = T_2 \vec{e}_3 - m_2 g \vec{e}_3$   
 $m_2 a_2 = T_2 - m_2 g$   $T_1 = T_2$   $\vec{a}_2 = -\vec{a}_1$   
 $a_1 = -a_2$

29

Comme  $a_1$  et  $a_2$ , mes deux inconnus ici sont les composantes des accélérations sur l'axe et qu'elles sont algébriques. Cela signifie que j'aurai également  $a_1 = -a_2$ . J'ai donc mes deux équations manquantes, une sur les tensions et une sur l'accélération.

Notes

Summary



## V. Forces V - 5 Tension dans une corde

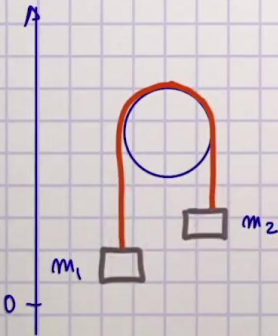
$$\begin{cases} m_1 a_1 = T_1 - m_1 g & (1) \\ m_2 a_2 = T_2 - m_2 g & (2) \\ T_1 = T_2 & (3) \\ a_1 = -a_2 & (4) \end{cases}$$

$$(1)-(2) \quad m_1 a_1 - m_2 a_2 = \cancel{T_1} - \cancel{T_2} - m_1 g + m_2 g$$

$$m_1 a_1 + m_2 a_1 = g (m_2 - m_1)$$

$$a_1 = g \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} = -a_2$$

$$a_2 = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$



si  $m_2 > m_1$   $a_1 > 0$  accélération  $\uparrow$

30

Reprenons nos quatre équations. Je vais les numéroter un, deux, trois et quatre. J'ai maintenant un système linéaire de quatre équations à quatre inconnues,  $a_1$ ,  $T_1$ ,  $a_2$ ,  $T_2$  que je retrouve ici. J'ai donc toutes les chances d'avoir une solution. Pour le résoudre comme  $T_1 = T_2$ , je vais me simplifier la vie en commençant par faire l'équation 1 - l'équation 2.  $m_1 a_1 - m_2 a_2 = T_1 - T_2 - m_1 g + m_2 g$ .  $T_1 = T_2$  donc  $T_1 - T_2$  vaut zéro.  $a_1 = -a_2$ , donc ici  $-m_2 a_2$  va valoir  $m_2 a_1$ . Je mets  $g$  en facteur et j'obtiens au final,  $a_1 = g \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}$ . Comme  $a_1 = -a_2$  je n'ai pas besoin de refaire le travail pour  $a_2$ .  $a_2 = g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$ . Analysons la solution. Nous avons un axe  $Oz$  orienté vers le haut. Important. Notre poulie fixe. La corde passant par-dessus. Les masses  $m_1$  et  $m_2$ . Si  $m_2$  est supérieur à  $m_1$ , alors  $a_1$  qui est  $g \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}$  est strictement positif.  $a_1$  strictement positif signifie une accélération vers le haut, donc une accélération vers le haut. Voyons si c'est logique. Si  $m_2$  est plus grand que  $m_1$ . Effectivement c'est la masse 2 qui gagne et la masse 1 monte, la masse 2 descend donc c'est parfaitement logique. Si  $m_1$  est plus grand que  $m_2$  à ce moment-là  $a_1$  est négatif.

Notes

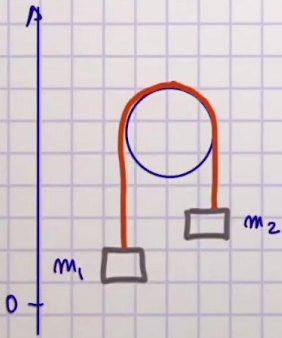
Summary



## V. Forces V - 5 Tension dans une corde

$$\begin{cases} m_1 a_1 = T_1 - m_1 g & (1) \\ m_2 a_2 = T_2 - m_2 g & (2) \\ T_1 = T_2 & (3) \\ a_1 = -a_2 & (4) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1)-(2) \quad m_1 a_1 - m_2 a_2 &= \cancel{T_1} - \cancel{T_2} - m_1 g + m_2 g \\ m_1 a_1 + m_2 a_1 &= g (m_2 - m_1) \\ a_1 &= g \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} = -a_2 \\ a_2 &= g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$



si  $m_2 > m_1$   $a_1 > 0$  accélération  $\uparrow$

si  $m_1 > m_2$   $a_1 < 0$  ———  $\downarrow$

30

J'ai une accélération vers le bas. À nouveau, c'est logique.  $m_1$  plus grand que  $m_2$ , c'est la masse un qui gagne l'accélération de  $m_1$  est vers le bas. On remarque que plus la différence entre  $m_1$  et  $m_2$  est faible, plus l'accélération sera faible. Pour  $m_1$  et  $m_2$  donné, on a une accélération qui est proportionnelle à l'accélération de la pesanteur. Le résultat c'est qu'avec un  $m_1$  et  $m_2$  différents mais très proches, je pourrais avoir un système qui se comporte avec une accélération uniforme comme l'accélération de la pesanteur, mais très faible. J'aurai donc le temps de l'observer. Je vous suggère comme exercice de refaire le même calcul avec un axe orienté vers le bas.

Notes

Summary



8m 40s





Voilà, vous avez vu en détail la méthodologie à appliquer pour résoudre un exercice dans lequel on a une poulie sans masse, une corde sans masse et deux masses. Comme toujours, ce qui est important dans ce genre de résolution, c'est de bien poser le système, le référentiel et le repère que l'on utilise, de l'explicitier pour qu'un lecteur sache ce que vous utilisez et bien sûr de s'y tenir pour la résolution des calculs.

Notes

Summary



9m 34s