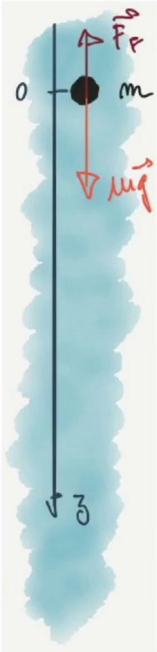
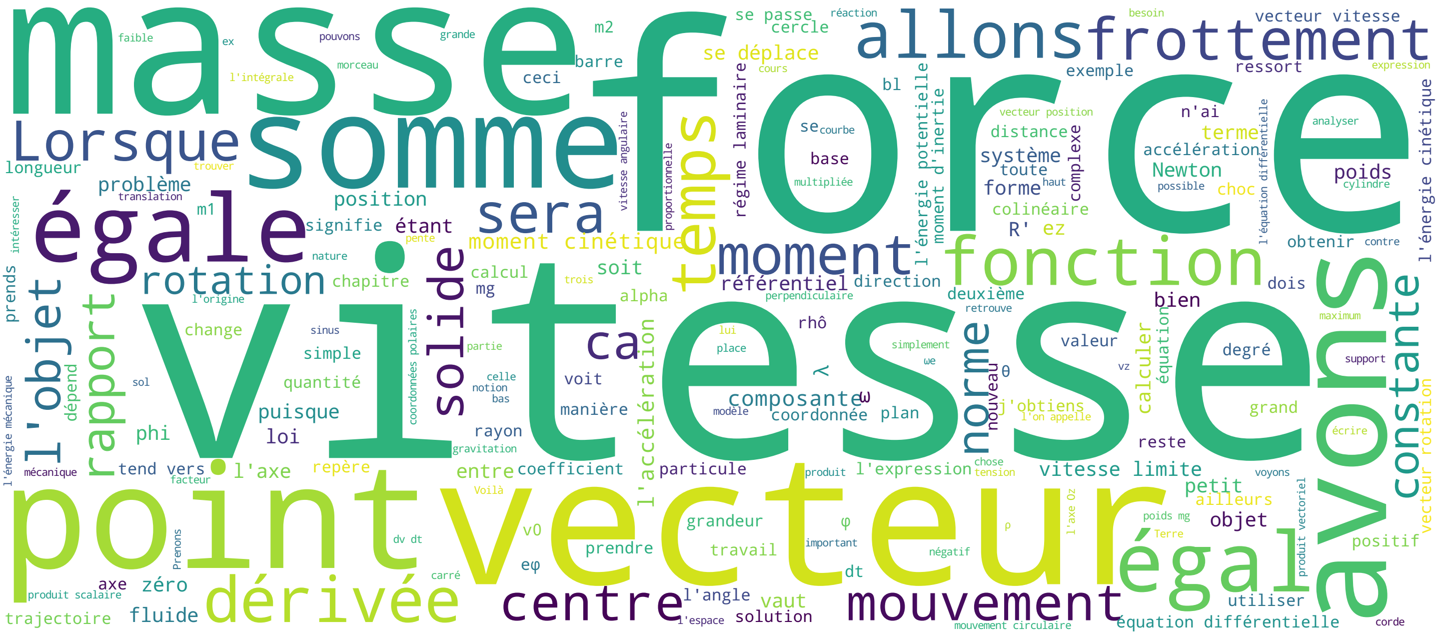
Physique générale : mécanique



Frottements fluides

Prof. Cécile Hébert



Video

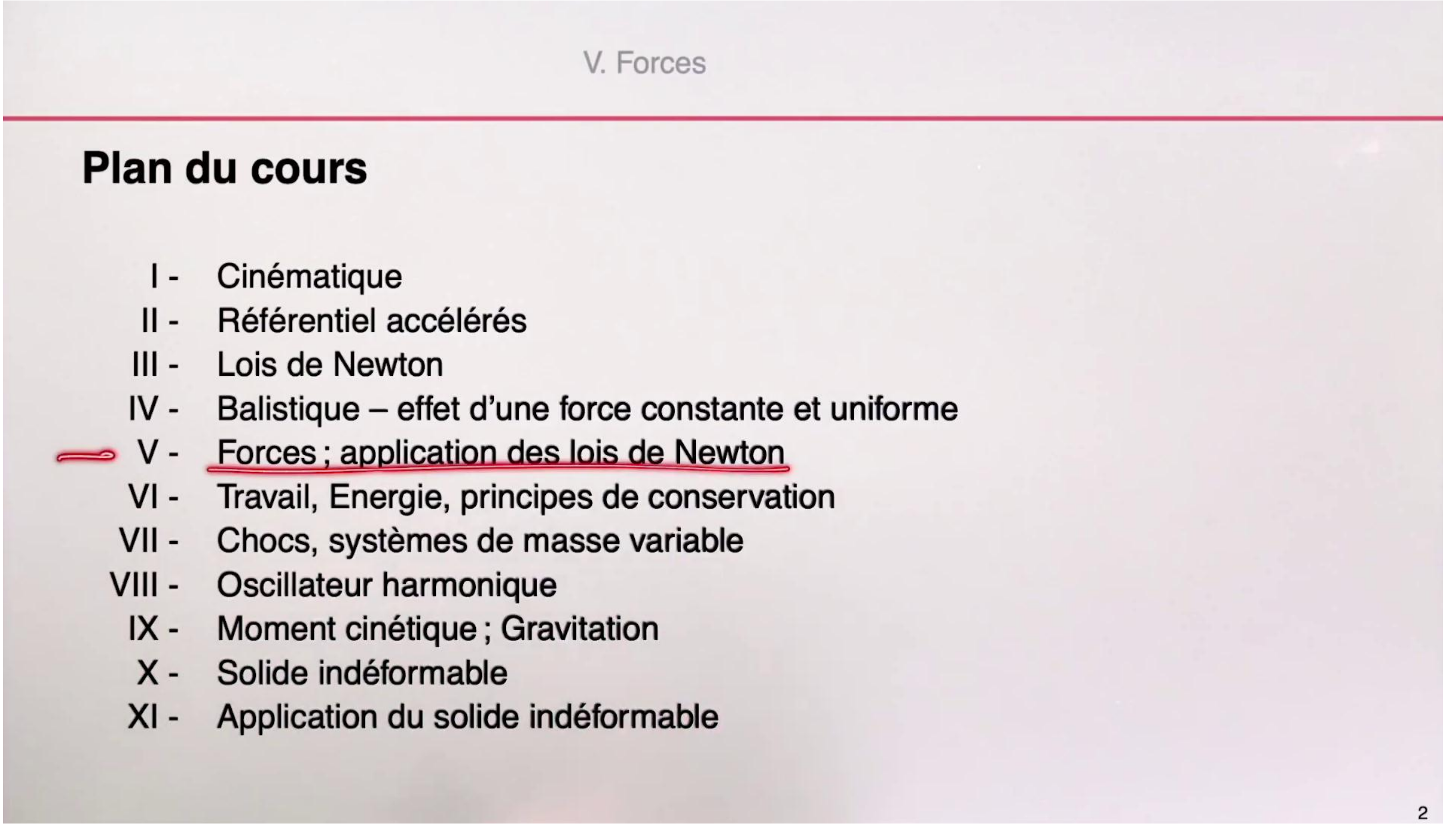
EPFL

Bonjour à tous. Pour utiliser les lois de Newton, il nous faudra des forces. Certaines forces sont phénoménologiques, d'autres sont des forces fondamentales de la nature. Parmi les forces phénoménologiques importantes, il y a les frottements et en particulier les frottements subis par un objet lorsqu'il se déplace dans un fluide. C'est ce qu'on appelle les frottements fluides. Nous allons voir deux approximations qui sont de limite du modèle, mais dans la suite du cours, nous en utiliserons principalement une, surtout parce qu'elle amène à une équation différentielle que l'on sait résoudre.

Notes

Summary

0m 05s

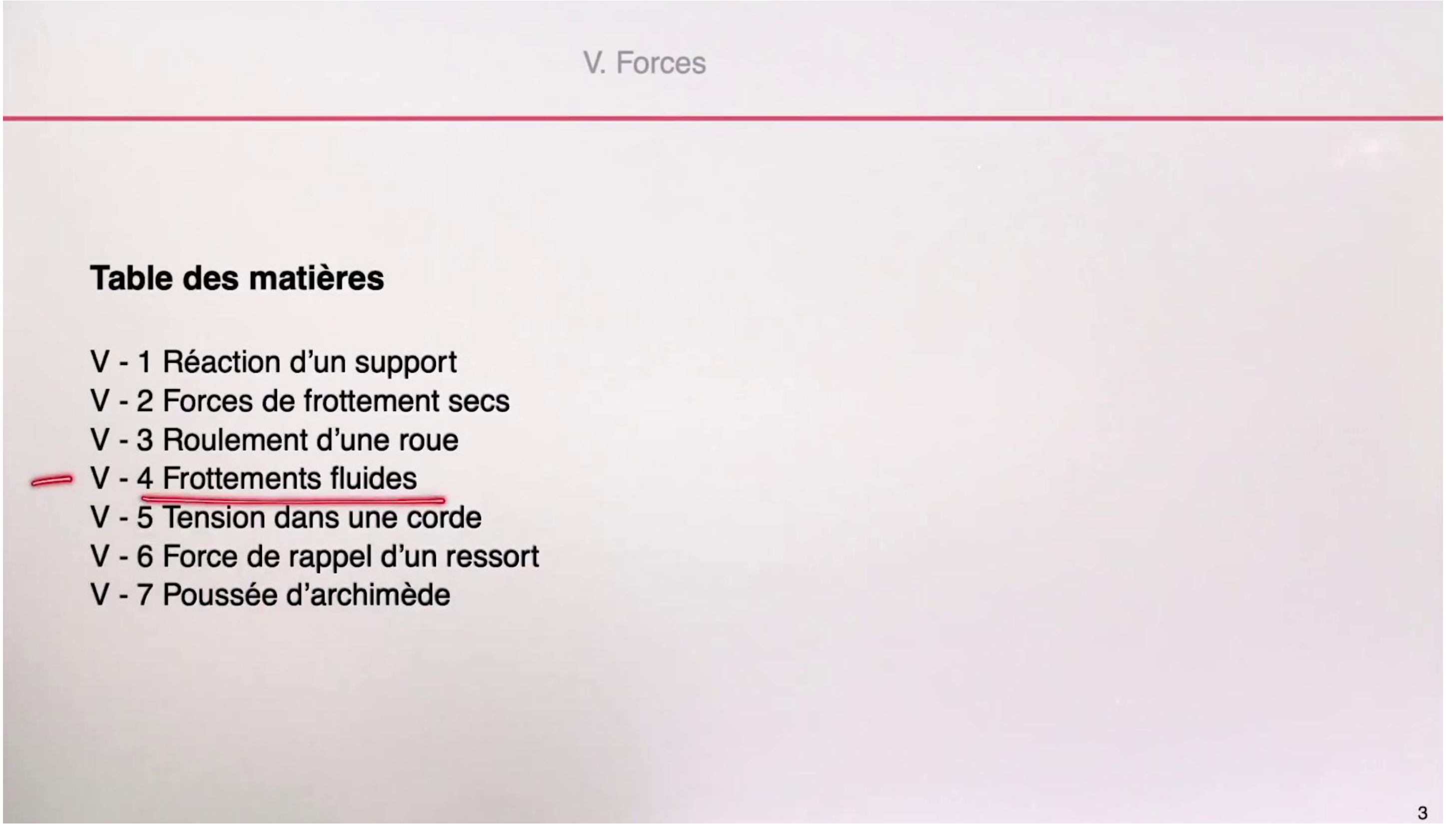


Nous sommes dans le chapitre 5 sur les forces et applications des lois de Newton.

Notes

Summary

0m 43s

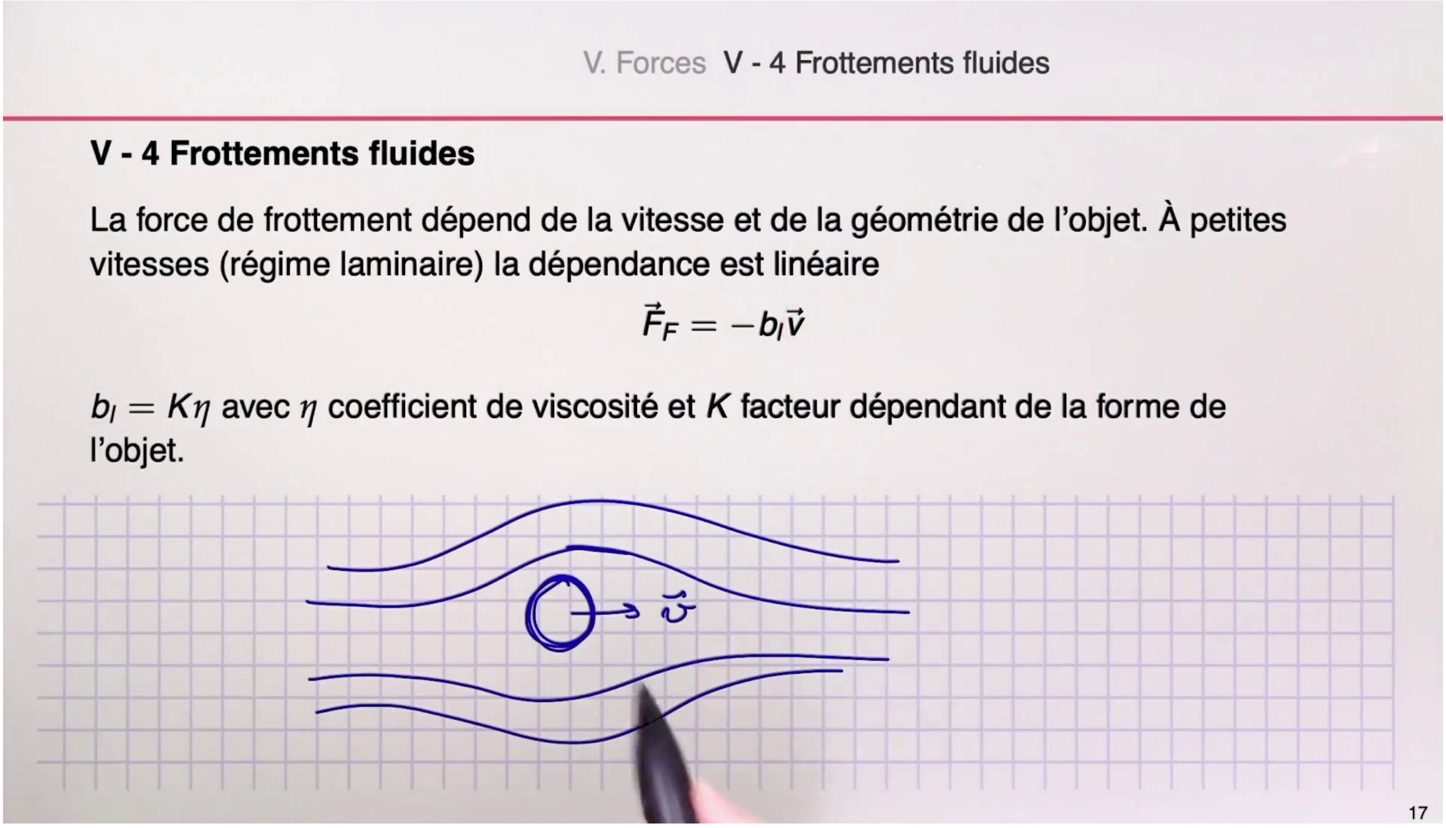


Et nous allons voir les frottements fluides.

Notes

Summary

0m 48s



Nous avons vu que les forces de frottement correspondent à des interactions électromagnétiques, mais qu'on utilise une modélisation phénoménologique, car analyser les forces réelles seraient bien trop compliquées. Lorsqu'on parle d'un frottement fluide, on parle d'un objet qui se déplace dans un gaz ou dans un liquide. Ce gaz ou ce liquide peut se déformer autour de l'objet. La nature des frottements sera donc différente de la nature des frottements qu'on voit pour un solide sur un solide. Des expériences nous montrent que la force de frottement dépend de la vitesse et de la géométrie de l'objet. À petite vitesse, nous sommes dans ce que l'on appelle le régime laminaire. À ce moment là, l'objet se déplace dans le fluide avec une certaine vitesse et le fluide a le temps de s'écarter tranquillement sur le passage de l'objet. On peut donc imaginer qu'on a des lignes de fluide qui s'enroulent gentiment autour de l'objet. Lorsque nous sommes dans ce que l'on appelle ce régime laminaire, la dépendance entre la force de frottement et la vitesse de l'objet est linéaire. La force de frottement est proportionnelle en norme à la vitesse. Par ailleurs, pour un objet qui se déplace vers la droite, la force de frottement s'oppose à ce déplacement.

Notes

Summary

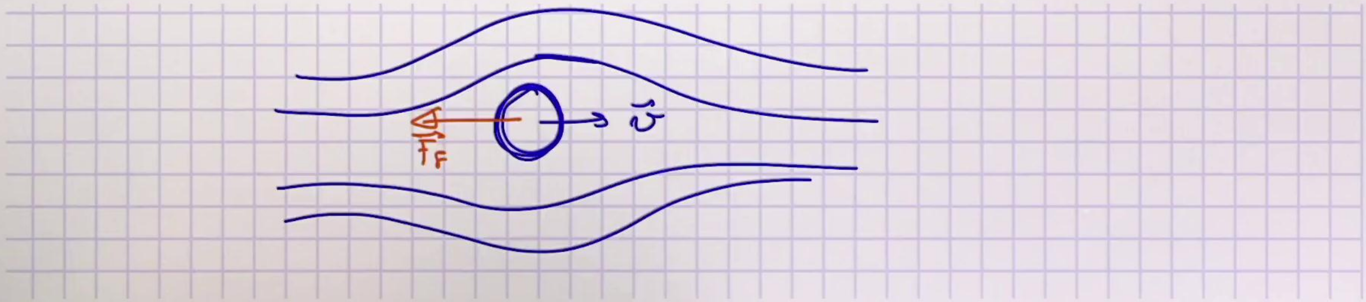
0m 52s

V - 4 Frottements fluides

La force de frottement dépend de la vitesse et de la géométrie de l'objet. À petites vitesses (régime laminaire) la dépendance est linéaire

$$\vec{F}_F = -b_l \vec{v}$$

$b_l = K\eta$ avec η coefficient de viscosité et K facteur dépendant de la forme de l'objet.

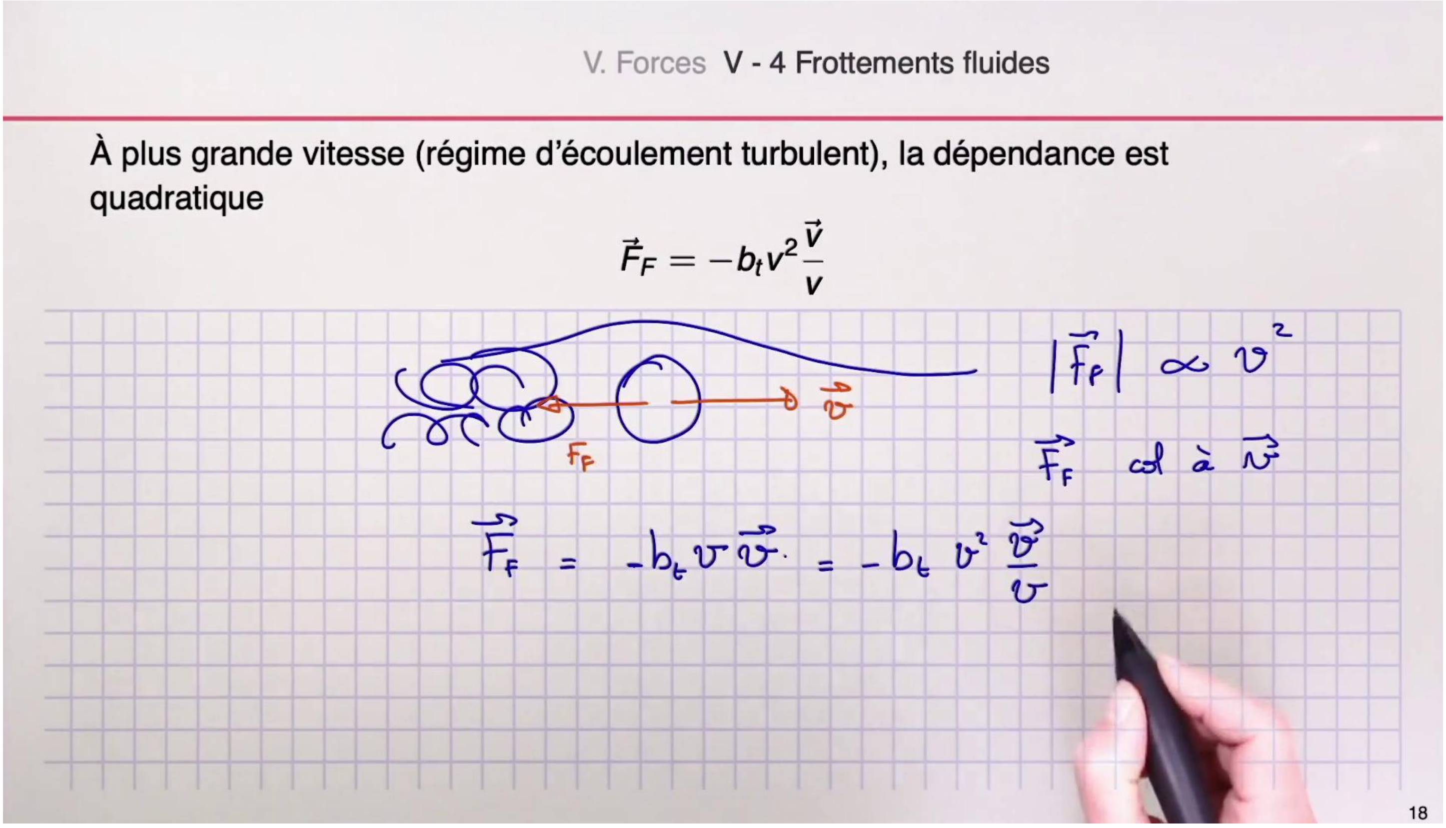


Elle va donc agir vers la gauche. La force de frottement peut donc être écrite -bl multiplié par la vitesse avec -bl, une constante positive qui dépend de la géométrie de l'objet et de la nature du fluide. $b_l = K\eta$, η étant le coefficient de viscosité du fluide et K, un facteur dépendant de la forme de l'objet. Vous verrez tout ceci plus en détail dans un cours de mécanique des fluides. Nous allons nous contenter des forces qui s'appliquent aux solides. Nous n'allons pas nous intéresser à ce qui se passe dans le fluide.

Notes

Summary

2m 19s

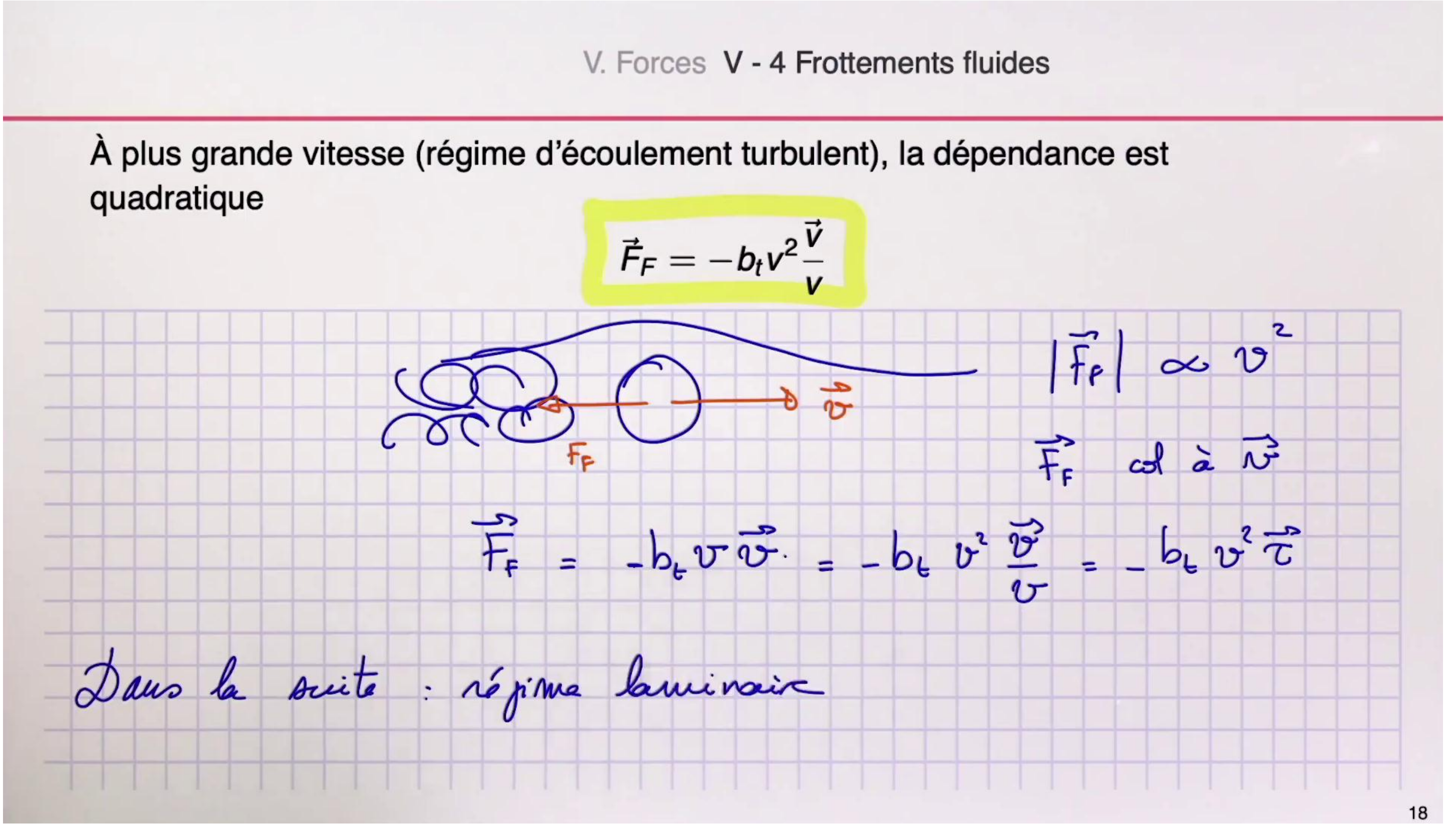


Lorsque la vitesse de l'objet est plus grande, le régime est dit turbulent. À ce moment-là, au lieu d'avoir un fluide qui s'écarte de manière laminaire, on a des régions du fluide dans lesquelles le mouvement fait des tourbillons. C'est la partie d'écoulement turbulent. Dans ce cas-là, la dépendance avec la vitesse est plutôt en v^2. Donc la norme de la force de frottement est proportionnelle à la vitesse au carré. Par ailleurs, comme pour le régime laminaire, si l'objet se déplace avec une vitesse v dans une direction, la force de frottement est colinéaire à v de directions opposées. Vectoriellement, la force de frottement est colinéaire à v. On aimerait bien écrire à ce moment-là que la force de frottement, comme pour le régime laminaire, = - une constante fois la vitesse. Sauf qu'avec ceci, j'ai une dépendance linéaire. Il faut que je remultiplie par la vitesse. Donc, au final, je vais avoir une dépendance de la forme une constante -btv fois vector v. Pour mieux voir la dépendance quadratique, on pourra écrire -btv^2 v/v. Ce vecteur est un vecteur de norme 1 qui pointe dans la direction de la vitesse. Je peux l'appeler **τ**, c'est le vecteur **τ** du repère de freiné.

Notes

Summary

3m 07s

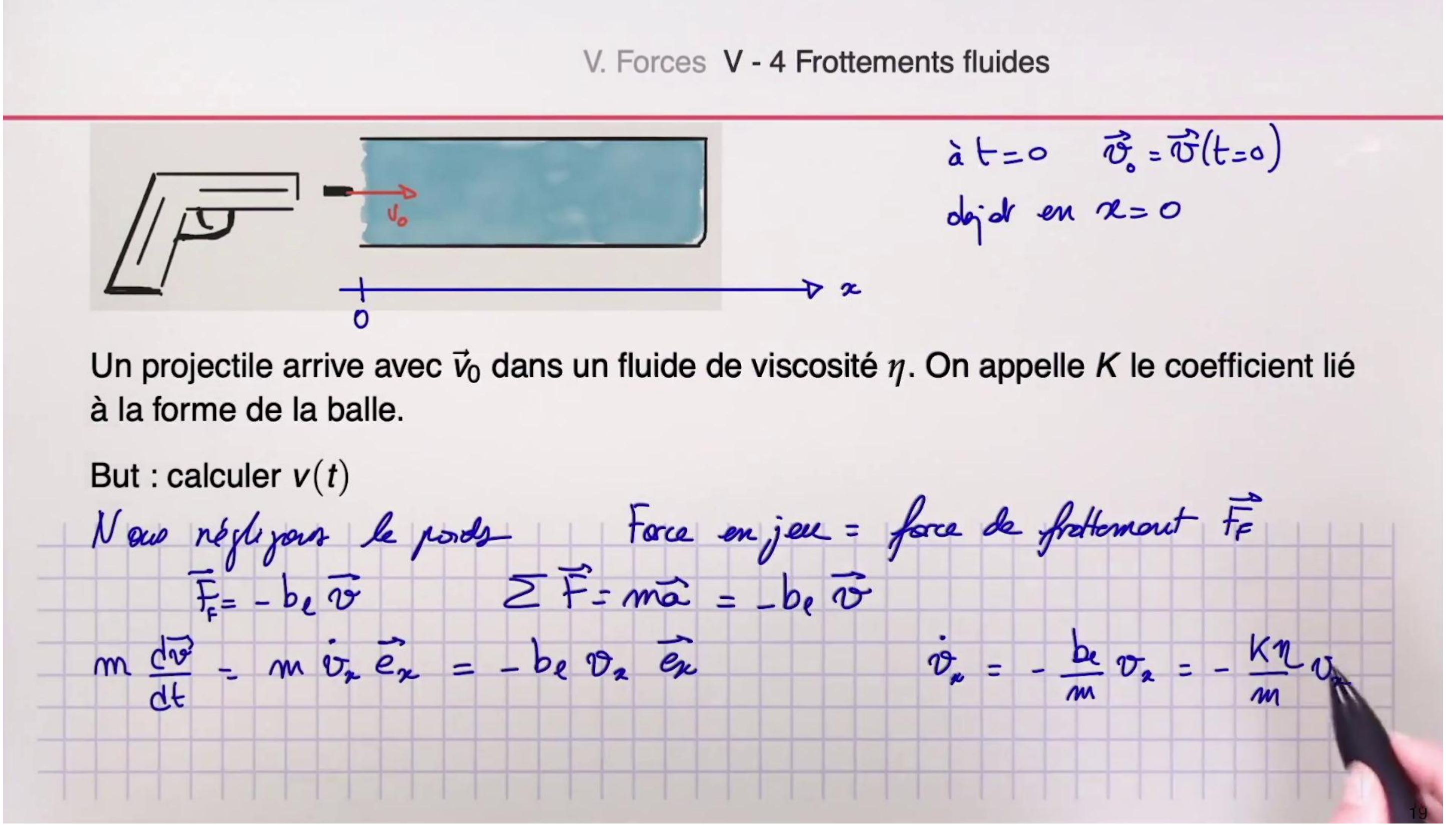


Le plus souvent, on l'écrit sous cette forme-là, F𝒻 = -btv². Et ensuite, vecteur v sur norme de v. Les cas réels sont souvent des cas intermédiaires dans lesquels la dépendance n'est ni parfaitement quadratique, ni parfaitement linéaire, mais quelque chose entre les deux. Le cas du régime laminaire nous amènera à une équation différentielle que nous savons résoudre. Le cas du régime turbulent nous amène à une équation différentielle que nous ne savons pas résoudre. Nous allons donc nous intéresser dans la suite du chapitre au cas d'un frottement fluide en régime laminaire.

Notes

Summary

4m 49s

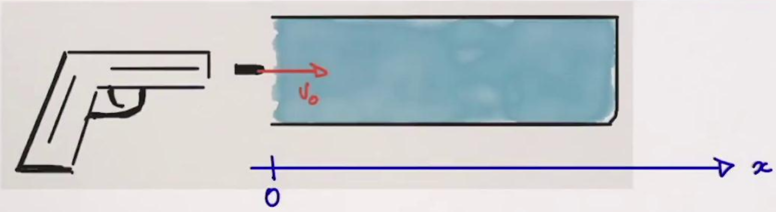


Prenons le cas le plus simple. Nous négligeons la gravitation et nous supposons qu'un projectile est tiré avec une vitesse v0 et entre dans une région de l'espace où j'ai un fluide qui a un coefficient de viscosité η. Par ailleurs, j'appelle K le coefficient lié à la forme de l'objet. Le but va être de calculer la vitesse en fonction du temps lorsque la balle traverse ce fluide. Nous allons placer ceci dans le référentiel du laboratoire avec un repère cartésien et nous n'aurons besoin que d'une dimension, l'axe ox. Je suppose qu'à t = 0, l'objet rentre dans le fluide avec la vitesse V0 et que l'objet se situe en x = 0. Nous négligeons le poids de la balle. La seule force en jeu sera la force de frottement. Cette force de frottement va s'écrire dans notre cas Ff = -bl fois v. Lorsque j'écris la seconde loi de Newton, somme des forces égale ma, j'obtiens donc ma = -blv. Tout se passe sur un axe avec le vecteur de base ex. L'accélération est la dérivée de la vitesse. J'ai donc m dv/dt qui = mvx dérivée, vecteur de base ex, et ceci est égal à la somme des forces donc moins blvxex. Projetant ceci sur ex, j'obtiens vx =(-bl/m)vx ou bien (-kη/m)vx. vx est une fonction du temps, c'est (vx)t.

Notes

Summary

5m 29s



à $t=0$ $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0)$

départ en $x=0$

Un projectile arrive avec $\vec{v}_0$ dans un fluide de viscosité η. On appelle K le coefficient lié à la forme de la balle.

But : calculer $v(t)$

Nous négligeons le poids   Force en jeu = force de frottement $\vec{F_F}$

$\vec{F}_F = -b_\ell \vec{v}$ $\sum \vec{F} = m\vec{a} = -b_\ell \vec{v}$

$m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\dot{v}_x \vec{e}_x = -b_\ell v_x \vec{e}_x$ $\dot{v}_x = -\frac{b_\ell}{m} v_x = -\frac{K\eta}{m} v_x$

Equation différentielle $\frac{dv_x}{dt} = -\frac{K\eta}{m} v_x$

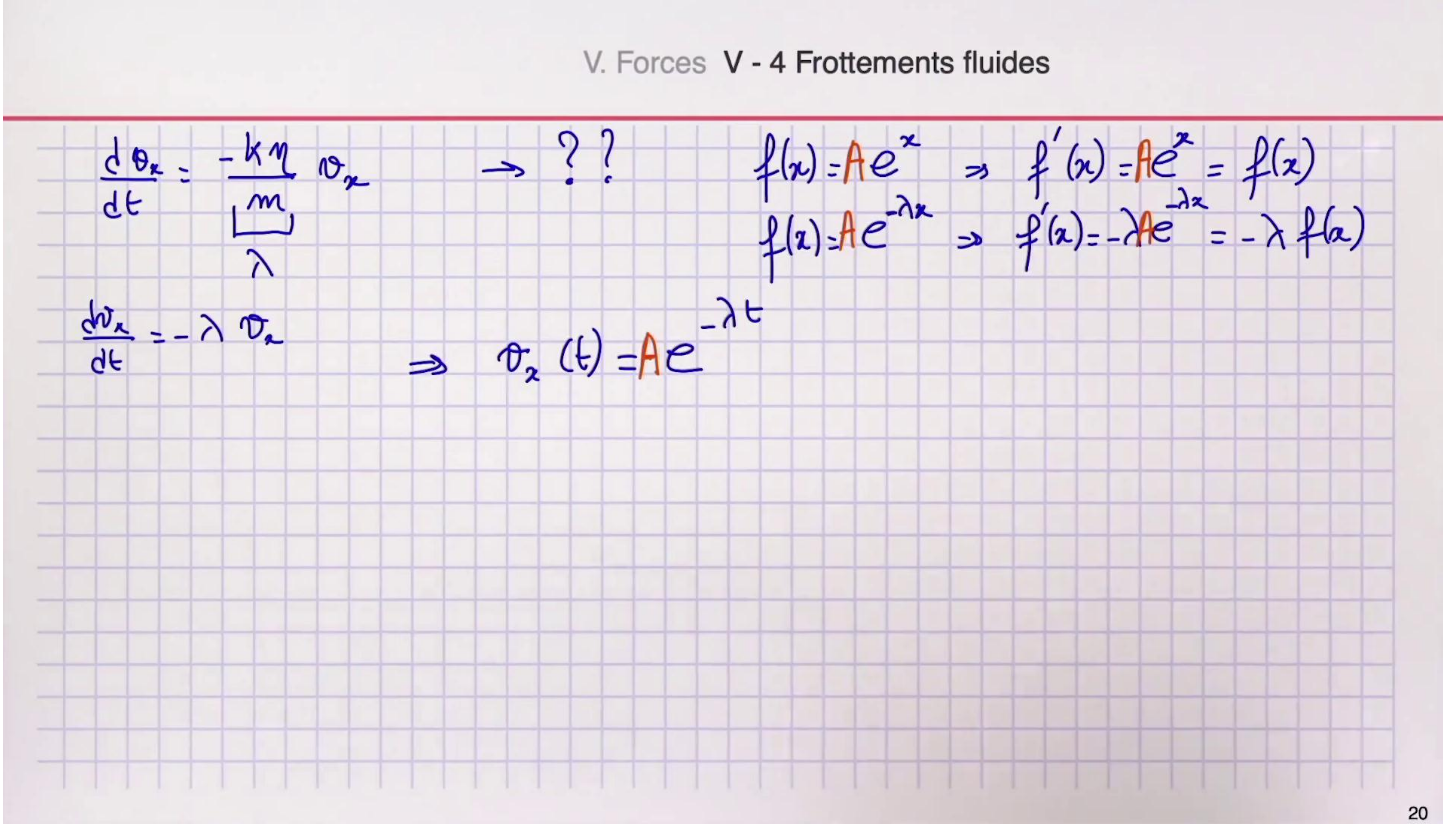
19

J'ai ici la dérivée par rapport au temps de vx. Ce que j'ai donc, c'est une équation qui lie la dérivée de v par rapport au temps avec v. C'est une équation différentielle. Je peux la réécrire dvx/dt = −kη/mvx.

Notes

Summary

7m 41s

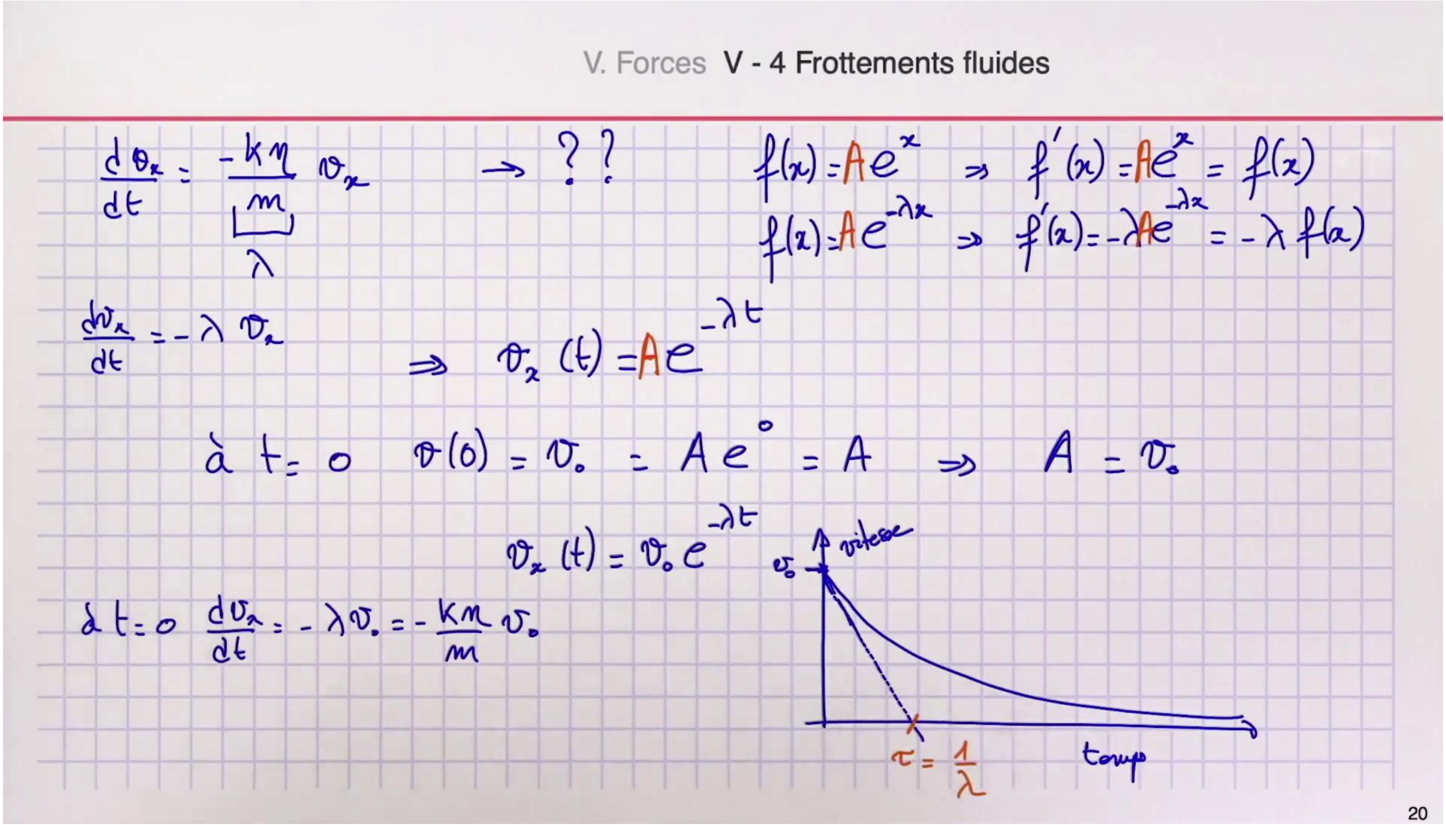


Comment faire ? Vous n'avez sans doute pas vu les équations différentielles en maths, mais celle-ci est quand même assez particulière. Ce que j'ai, c'est la fonction vx qui, multipliée par une constante, est égale à ses dérivées. Normalement, vous devriez savoir quelle est la fonction égale à sa dérivée. Si je prends f(x)= e^x, ⇒ f'(x)= e^x= f(x). La vitesse sera donc de la forme exponentielle quelque chose fois le temps. Simplement, ici, je n'ai pas dv/dt = v, mais dv/dt = - une constante fois v. Pour retrouver cette constante devant lorsque je le dérive, je dois l'avoir devant le x. En effet, si je prends comme fonction f(x)= $e^{-\lambda x}$ à ce moment-là, f'(x)=-λ$e^{-\lambda x}$ =-λf(x). Appelons donc ce terme kη/m λ. J'ai donc dvx/dt = -λvx. Et je peux donc en conclure que vx(t) doit être de la forme e-λ^t. Sauf que là, j'ai une vitesse et là, j'ai une fonction sans dimension. Oui, mais en fait, ma fonction exponentielle, je peux la multiplier par une constante, ça marchera toujours. Si j'ai ici Ae^x, f'(x)=Ae^x, donc toujours égal à f(x). Et là, cela marchera également. Donc, je n'ai qu'à multiplier mon exponentiel par la constante A. Pour obtenir cette constante, je vais devoir regarder les conditions initiales.

Notes

Summary

8m 10s

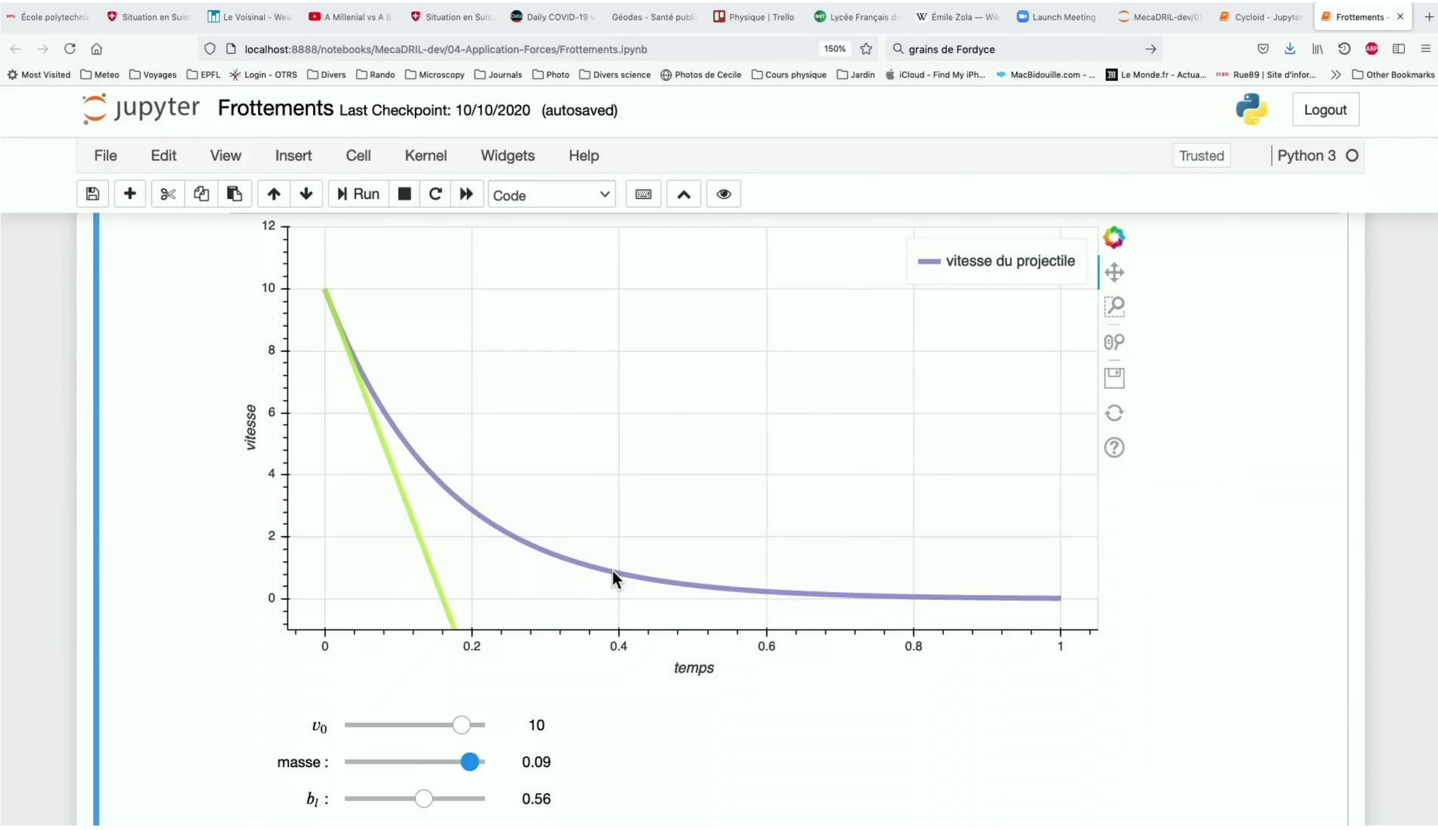


Je sais que à t = 0, v(0) = v0 si je remplace t = 0 là-dedans, ça va me faire exponentiel -0. Je vais donc avoir à t = 0 Ae0, ce qui n'est autre chose que A. Donc A= v0. J'ai obtenu ma constante d'intégration. Et donc la fonction vitesse en fonction du temps =v0e-λt. Cette fonction est une fonction décroissante du temps. À t = 0, cela vaut v0. La dérivée à t=0 est négative, mais non nulle. Donc j'ai là une tangente à t=0 qui correspond à une pente négative, pas à une pente horizontale. Et lorsque t tend vers l'infini, la vitesse tend vers 0. La vitesse en fonction du temps ressemble donc à cela. À t = 0, dvx/dt = -λv0, soit -kη/m v0. La pente de cette courbe est égal à v0 sur la distance que j'ai là. Ce que l'on a ici, c'est ce que l'on appelle le temps caractéristique **τ**. Mais la pente est aussi égale à v0 fois λ. Donc ce **τ** = 1/λ.

Notes

Summary

10m 29s

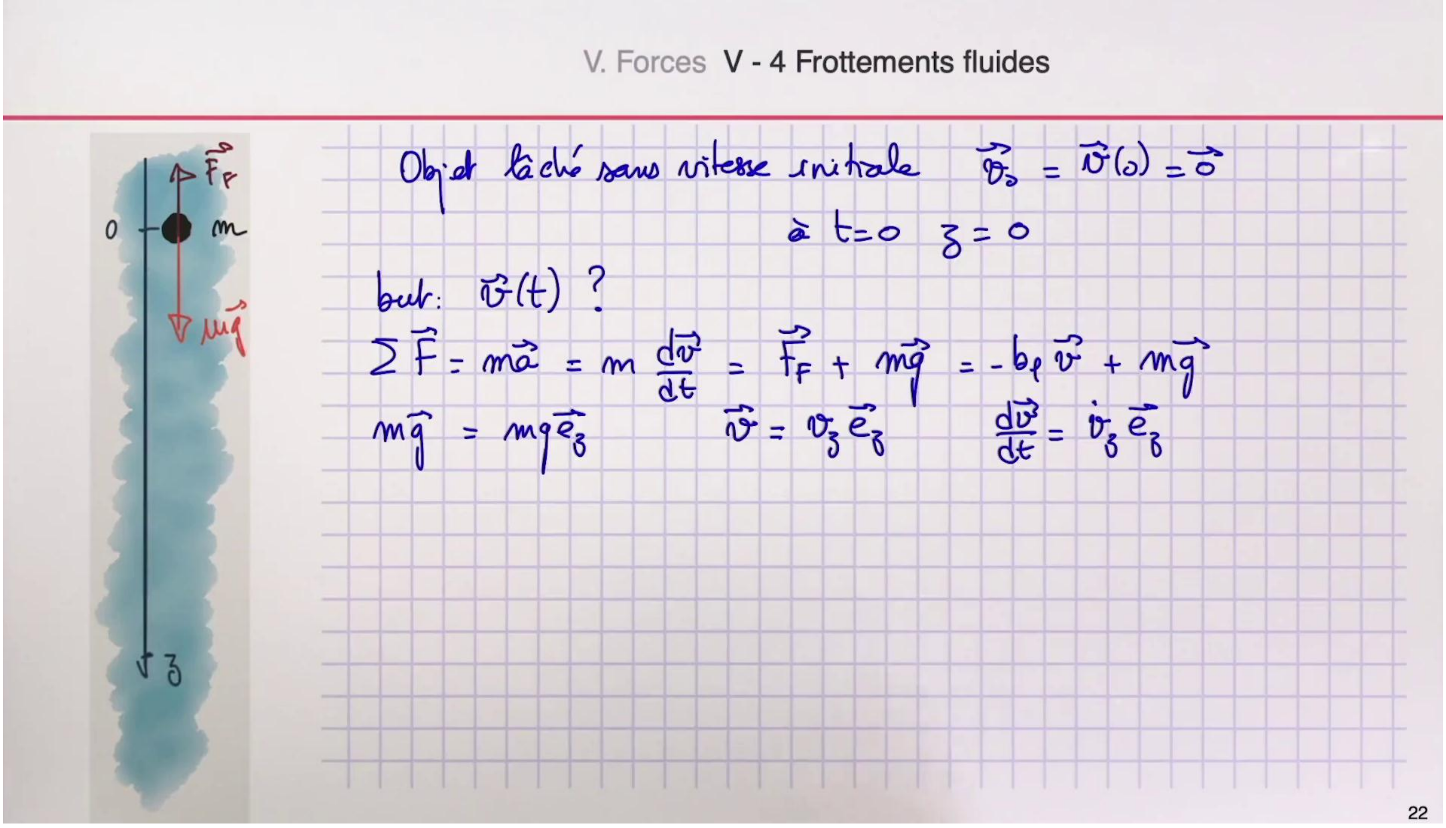


Regardons ce qui se passe si je change les paramètres du problème v0, m et bl. Lorsque je diminue bl, je vois que la diminution de la vitesse du projectile est moins rapide. Lorsque j'ai bl = 0, la vitesse reste constante, égal a v0. C'est normal, car à ce moment-là, je n'ai plus de frottement, ce qui signifie que je n'ai plus aucune force. J'avais négligé le poids, il me restait que les frottements, je les enlève, je n'ai plus rien. Lorsque j'augmente bl, on voit que la vitesse du projectile revient plus rapidement à une vitesse nulle. Prenons une valeur donnée de bl. À ce moment là, si j'augmente la masse, la diminution de la vitesse est moins rapide.

Notes

Summary

12m 25s

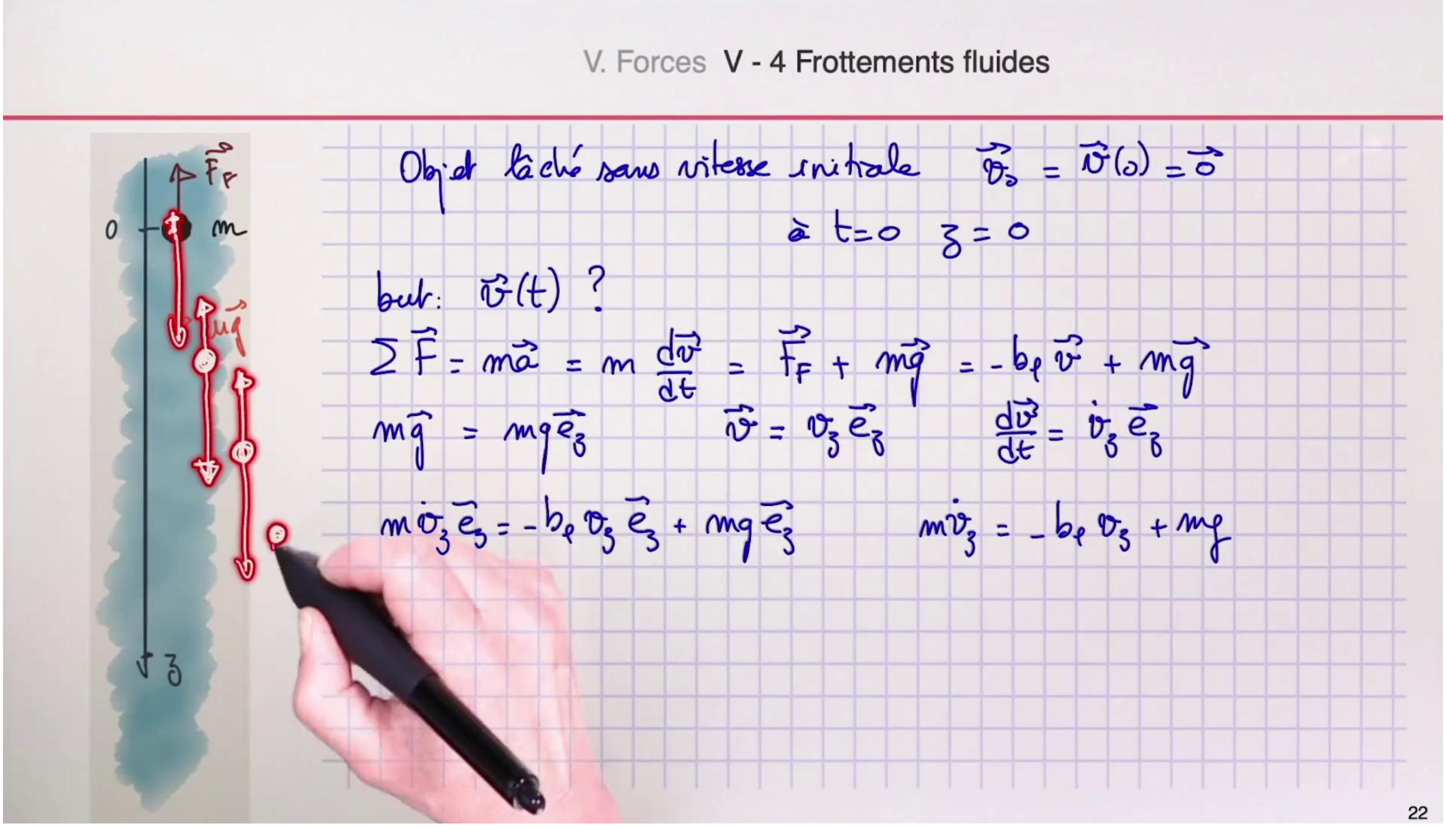


Maintenant, je vais me placer dans un cas un poil plus complexe dans lequel je lâche un objet sans vitesse initiale, je tiens compte de son poids, il va être soumis à son poids mg et il est plongé dans un fluide qui a un coefficient de viscosité η. Le facteur lié à la forme est k. Je m'intéresse donc à la chute libre sans négliger les frottements de l'air. Dans mon référentiel galiléen, je prends un repère avec l'axe oz orienté vers le bas et je choisis l'origine, l'endroit où je lâche l'objet. à t=0, z=0. Le but va être à nouveau de chercher la vitesse en fonction du temps. Nous allons donc à nouveau appliquer les lois de Newton. Somme des forces = ma= m dv/dt. Et les forces sont, ici, la force de frottement Ff et le poids mg. La force de frottement, nous sommes toujours en régime lamitaire, c'est -bl fois v et le poids mg. Puisque j'ai pris un repère orienté vers le bas, je sais que mg va être égal à mg ez. Pour les vitesses, je dois utiliser leurs composantes sur ez. La vitesse v n'a une composante que sur ez, elle est donc égale à vz ez. La dérivée de v sur dt a une seule composante aussi qui est la dérivée de vz sur le vecteur de base ez. Attention, car a priori, je ne connais pas le signe de vz et vz point.

Notes

Summary

13m 22s

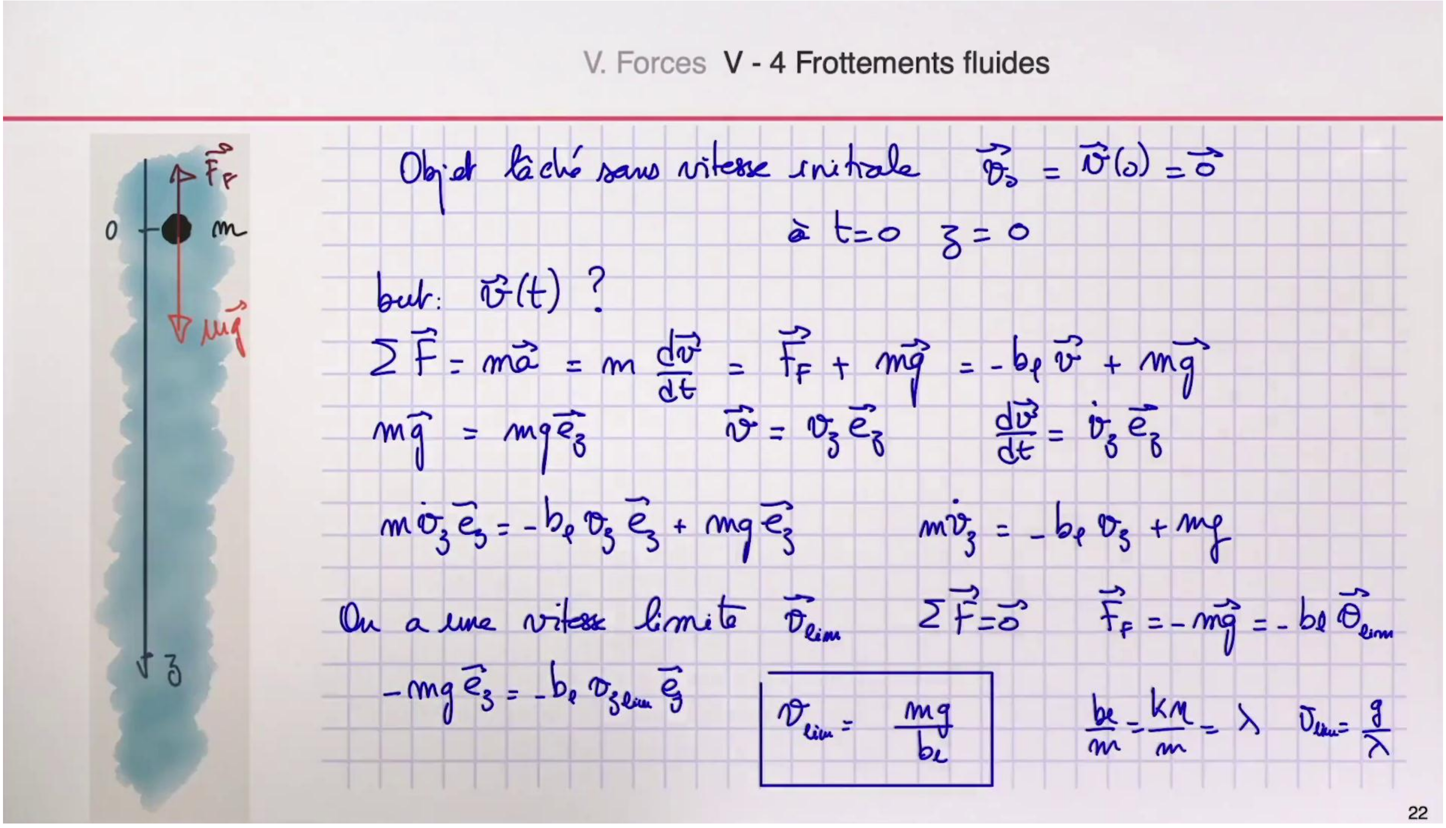


Ce sont deux grandeurs qui peuvent être positives ou négatives. Ce sont des grandeurs algébriques, car ce sont les composantes des vecteurs sur ez. L'intérêt de cette démarche est que je peux faire un calcul général sans avoir à me préoccuper du signe de ces grandeurs et que le signe apparaîtra naturellement dans le déroulement du calcul. J'obtiens donc mvzez= -blvzez + mgez. Projeté sur le vecteur ez, c'est donc mvz =-blvz + mg. Cette équation différentielle est un peu plus complexe que celle que j'avais avant. Nous allons commencer par nous intéresser au comportement aux limites à l'infini. Qu'est ce qui va se passer ? Je lâche l'objet sans vitesse initiale. Au début, il est soumis à son poids et puisque sa vitesse est nulle, la force de frottement est nulle. L'objet commence à tomber, il acquiert donc de la vitesse. Le poids ne change pas, il sera toujours égal à mg. Mais puisque la force de frottement est proportionnelle à la vitesse, elle augmente. Et donc, au fur et à mesure de la chute de l'objet, le poids reste toujours identique, mais la force de frottement augmente. Je vais donc avoir un moment, après un temps peut être infini, où la force de frottement sera opposée au poids.

Notes

Summary

15m 23s

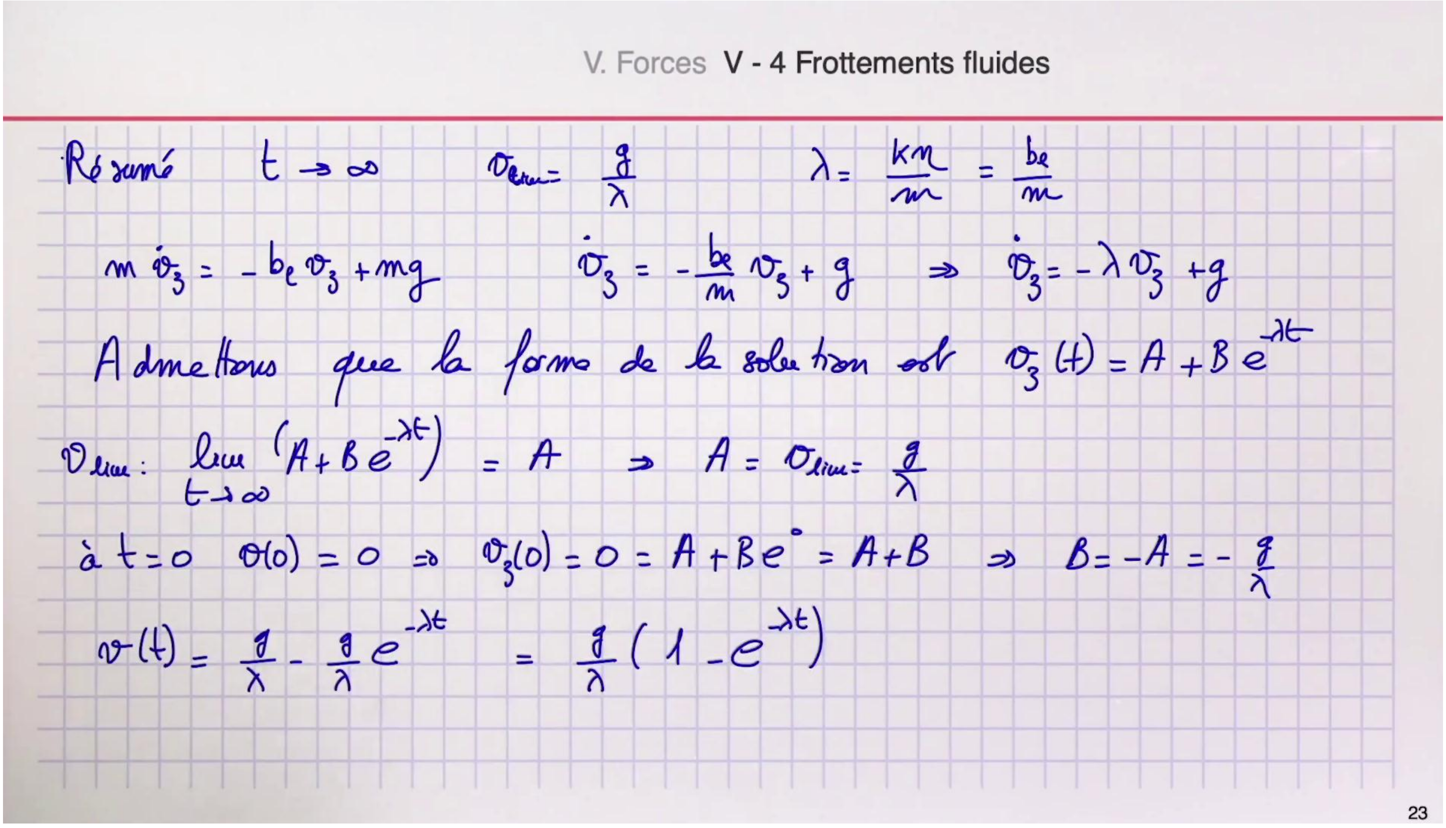


J'aurai Ff =-mg. Et à ce moment-là, somme des forces vaudra 0 et la vitesse sera devenue constante. Donc, après un certain temps de chute, la vitesse de mon objet va être une constante. J'ai une vitesse limite maximum. Cette vitesse limite vlim s'obtient en disant que la somme des forces vaut 0 et que donc la force de frottement Ff =-mg. Mais c'est aussi égal à -bl. Et puisque je suis à la vitesse limite vlim, et projeté sur ez, cela me donne -mgez =-blvzlimez. Soit une valeur pour la vitesse limite qui est mg/bl. bl/m = λ, c'est kη/m =λ. La vitesse limite est donc égale à g/λ.

Notes

Summary

17m 03s

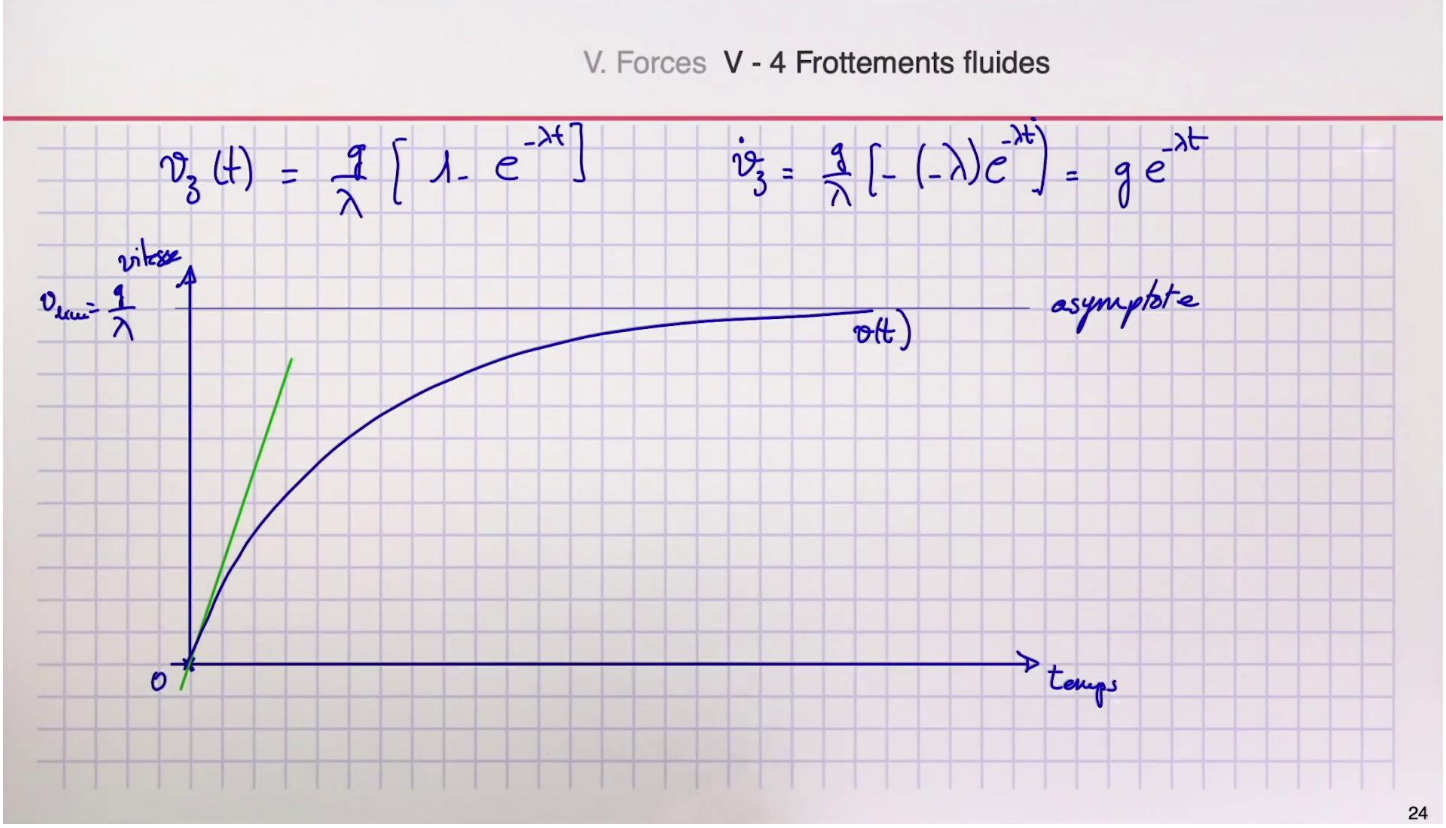


En résumé, quand t tend vers l'infini, l'objet atteint une vitesse limite qui est égale à g/λ, λ= kη/m. Avant, j'ai l'équation différentielle mvz=-blvz + mg. Entre t=0 et t infini, l'équation différentielle du mouvement est mvz= -blvz + mg, soit vz =(-bl/m)vz + g. À nouveau, avec λ = Kη/n = bl/m, je peux réécrire cette équation différentielle comme étant vz = -λvz + g. Lorsque vous aurez une équation différentielle de cette forme-là, en exercice ou à l'examen, la forme de la solution sera donnée. Admettons que la forme de la solution est vz(t)=A+B e-λt. Il faut maintenant trouver A et B. Nous avons pour cela deux choses. Nous avons le comportement à l'infini et nous avons les conditions initiales. vlim, c'est la limite quand t tend vers l'infini de A + Be-λt. Ce terme là tend vers 0, il reste A, c'est donc A. Donc, A = vlim = g/λ. Pour obtenir B, nous allons regarder ce qui se passe quand t=0. À t = 0, v(0) = 0. Lorsque je mets 0 là-dedans, dans vz(t), j'obtiens vz(0)=0=A + Be0, soit A + B. Donc, A + B = 0, B = -A. Donc, -vlim -g/λ. Je peux donc écrire la vitesse en fonction du temps comme étant égal à A, c'était donc, g/λ + B qui est -g/λe-λt. En mettant g/λ en facteurs, j'ai g/λ(1-e-λt).

Notes

Summary

18m 29s

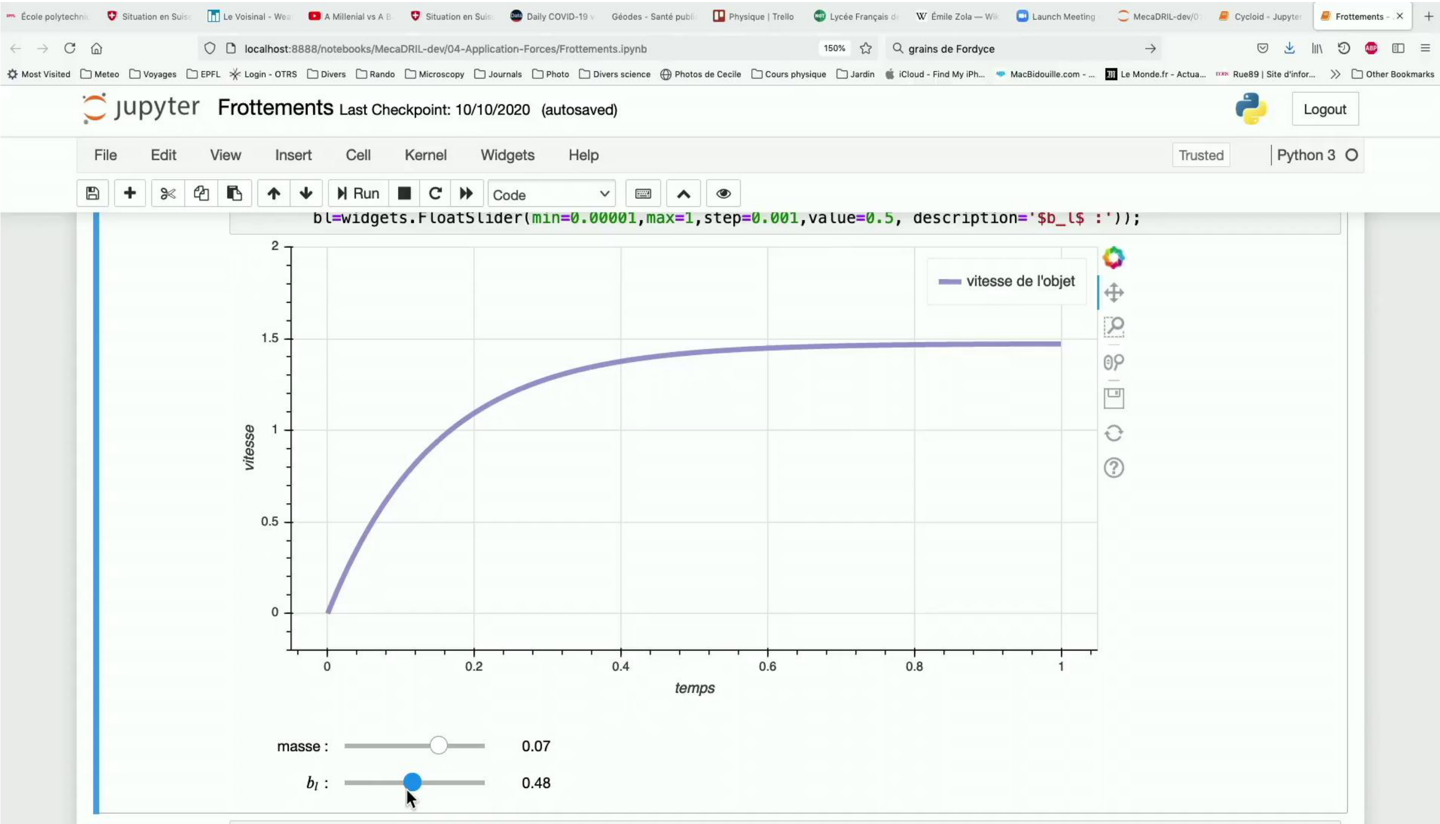


Essayons de voir la forme de la courbe obtenue. vz(t) = g/λ[1-e-λt] Lorsque t tend vers l'infini, j'ai une asymptote, c'est la vitesse limite. v va tendre vers cette vitesse limite. À t=0, v vaut 0. La dérivée de vz(t), vz(t), est égale à, premier terme vaut 0, g/λ[-(-λ)e-λt] = ge-λt. À t =0, c'est dérivée g. j'ai donc une tangente positive à l'origine et la pente de cette tangente est la constante g. Je peux donc schématiser ma courbe grâce à ces deux informations. La vitesse limite est vlim = g/λ. Comme la pente vaut g, le point auquel la pente coupe l'asymptote sera 1/λ.

Notes

Summary

21m 32s



Nous avons ici la courbe représentant la vitesse de l'objet en fonction du temps et je peux faire varier la masse de l'objet ainsi que bl, donc k fois η. Lorsque j'augmente bl, cela revient à augmenter le coefficient de viscosité du fluide. On voit que dans ce cas-là, la vitesse limite est plus faible Elle est aussi atteinte plus rapidement, mais parce qu'elle est plus faible. Lorsque je diminue le coefficient de viscosité, j'obtiens une vitesse limite plus grande. Si j'augmente la masse, à ce moment-là, la vitesse limite est également plus grande. Donc, dans le cas d'une chute libre avec les frottements de l'air, la vitesse obtenue par l'objet dépend de la masse, ce qui n'est pas le cas lorsque je n'ai pas de frottement. On va vérifier. Mettons donc les frottements à 0. À ce moment-là, j'obtiens une courbe qui devient une droite. L'accélération, qui est la pente de la vitesse en fonction du temps, est une constante. C'est g, accélération de la pesanteur. Et effectivement, la masse de l'objet n'a plus aucune influence dessus.

Notes

Summary

23m 04s

Voilà, nous avons vu comment le modèle de frottement fluide, dans le cadre du régime laminaire en particulier, permet d'expliquer comment un objet est freiné lorsqu'il se déplace dans un fluide. À nouveau, gardez en mémoire que c'est un modèle phénoménologique et pas une loi absolue de la nature. Il faudra bien réfléchir, est-ce que ce modèle est adapté aux problèmes ou pas. Cette question, il faudra surtout vous la poser si vous essayez d'utiliser ce modèle dans d'autre domaine.

Notes

Summary

24m 24s