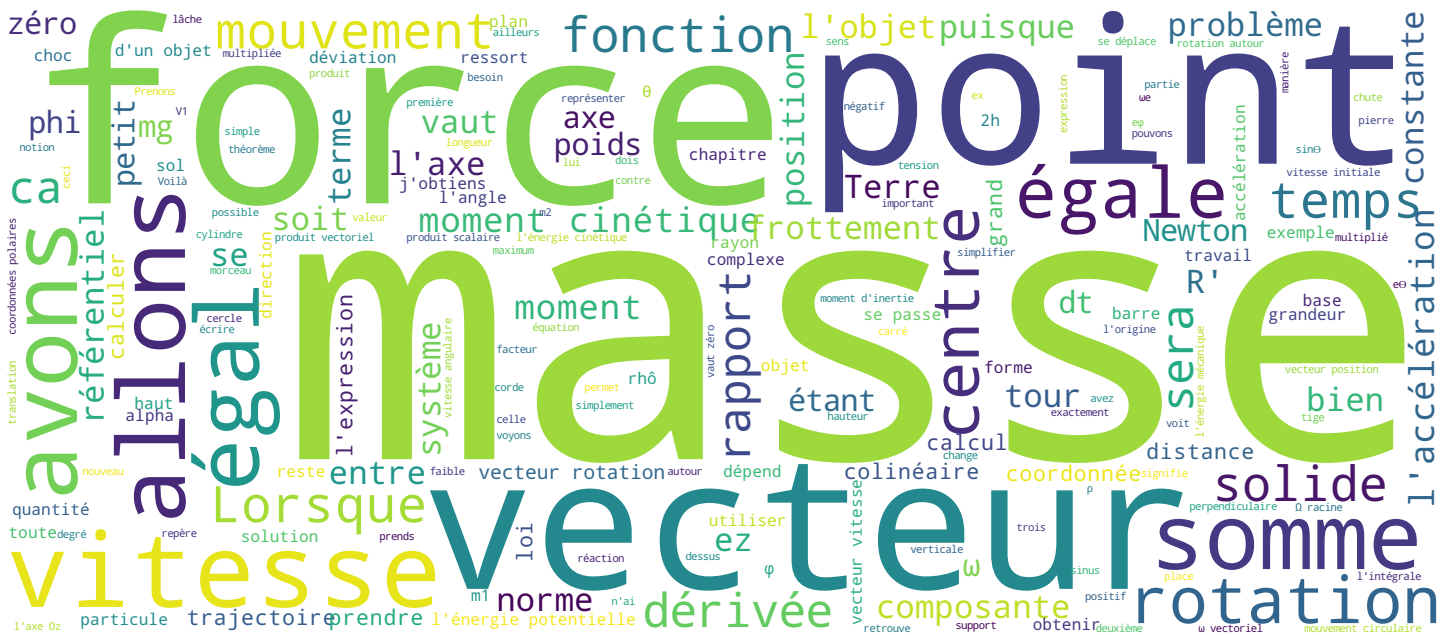


Prof. Cécile Hébert



Plan du cours

- I - Cinématique
- II - Référentiel accélérés
- III - Lois de Newton
- IV - Balistique – effet d'une force constante et uniforme
- V - Bilan des forces ; application des lois de Newton
- VI - Travail, Energie, principes de conservation
- VII - Chocs, systèmes de masse variable
- VIII - Oscillateur harmonique
- IX - Moment cinétique ; Gravitation
- X - Solide indéformable
- XI - Application du solide indéformable

2

Bonjour ! Jusqu'à présent, dans notre approche de la balistique, nous avons uniquement considéré le poids d'un objet et nous avons considéré l'auditoire comme un référentiel galiléen. Nous avons négligé deux choses. D'une part, les frottements de l'air et d'autre part, la rotation de la Terre. Dans ce paragraphe, nous allons maintenant nous intéresser à l'effet de la rotation de la Terre sur la trajectoire balistique d'un objet. Et pour rester simple, nous nous contenterons de regarder la chute d'un objet lâché d'une hauteur h sans vitesse initiale. Cette partie est complexe et divisée en deux vidéos. Dans la première, nous allons poser le problème et faire une analyse conceptuelle et voir ce qui se passe quand on prend une approche en quelque sorte intuitive.

Notes

Summary



0m 05s

Table des matières

- 1 - Poids d'un objet
- 2 - Cas d'un lancer vertical (1 dimension)
- 3 - Cas général
- 4 - Trajectoire, hauteur maximale, point d'impact
- 5 - Portée maximale ou atteindre une cible
- 6 - Temps de vol
- 7 - Parabole de sûreté
- 8 - Effet de la rotation de la Terre

3

Nous sommes dans le chapitre 4 sur la balistique et nous allons voir l'effet de la rotation de la Terre sur la chute d'un objet.

Notes

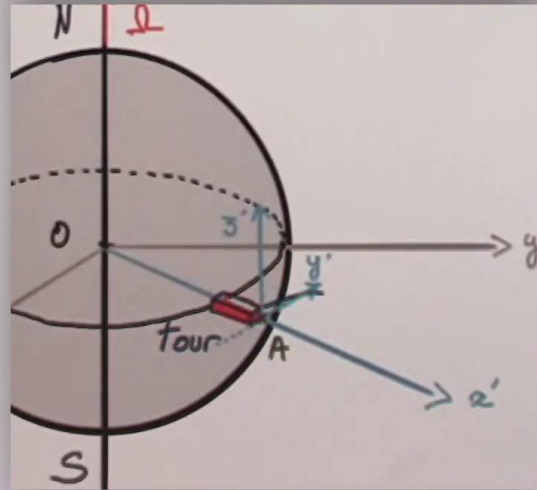
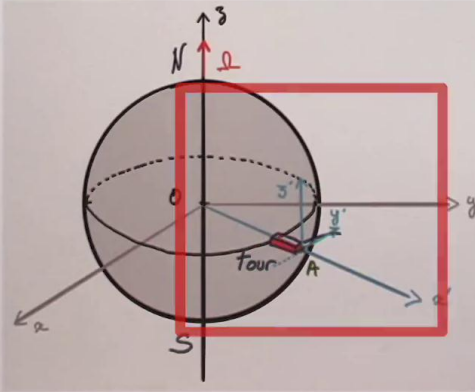
Summary



0m 51s

8 - Effet de la rotation de la Terre : pierre qui tombe d'une tour

On considère qu'on lâche une pierre d'une hauteur h depuis une tour située à l'équateur. De quelle distance et dans quelle direction la pierre est-elle déviée ?



20

L'effet de la rotation de la Terre sera suffisamment compliqué. Nous allons donc vraiment simplifier le problème. Nous reprenons le problème de base d'un objet lâché d'une hauteur h sans vitesse initiale. On le lâche depuis une tour de hauteur h et pour simplifier encore un peu plus, nous considérons que la tour se trouve à l'équateur. La question que nous nous posons, c'est : est-ce que le fait de prendre en compte la rotation de la Terre va provoquer une déviation de la pierre ? Et si oui, de quelle distance et dans quelle direction ? Nous avons deux moyens d'aborder le problème. Le premier, intuitif, est de se dire puisque je lâche la pierre de la tour alors que la Terre tourne, la Terre tournant autour de son axe, cela revient à dire que j'ai aussi, au moment du lâcher, une vitesse qui, pour l'observateur, paraît horizontale, dirigée vers l'est. Lorsque je lâche un objet en lui communiquant une vitesse horizontale, il va avoir une trajectoire parabolique et cela va provoquer une déviation. Maintenant, il ne faut pas oublier que le sol tourne aussi. Donc pendant le temps de chute, la Terre s'est déplacée, le pied de la tour a avancé et cela va raccourcir la distance de la parabole. Il nous faudra donc faire le calcul pour vérifier que nous avons bien une déviation et dans quel sens.

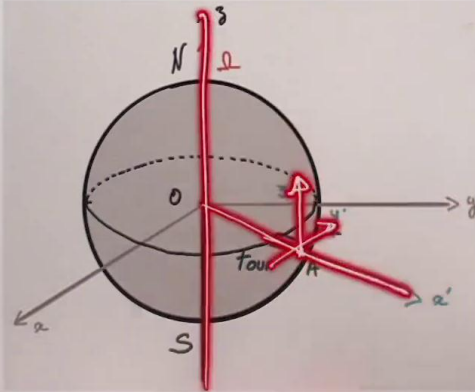
Notes

Summary



8 - Effet de la rotation de la Terre : pierre qui tombe d'une tour

On considère qu'on lâche une pierre d'une hauteur h depuis une tour située à l'équateur. De quelle distance et dans quelle direction la pierre est-elle déviée ?



20

La deuxième option sera de considérer que nous faisons l'observation dans un référentiel accéléré puisqu'il est en rotation autour de l'axe de la Terre. Nous allons donc prendre deux référentiels, un référentiel fixe géocentrique avec des axes x , y et z , l'axe Oz étant l'axe de rotation de la Terre. L'origine de ce référentiel sera le centre de la Terre. Notre deuxième référentiel sera adapté à l'observateur. L'observateur est en haut de la tour. Nous allons donc prendre l'origine A en haut de la tour comme axe qui sera vertical pour l'observateur, un axe Ax' parallèle à la tour. L'axe Ay' sera un axe ouest-est et l'axe Az' sera orienté sud-nord, donc parallèle à l'axe Oz .

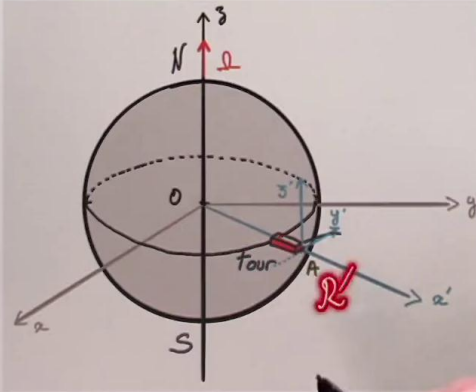
Notes

Summary



8 - Effet de la rotation de la Terre : pierre qui tombe d'une tour

On considère qu'on lâche une pierre d'une hauteur h depuis une tour située à l'équateur. De quelle distance et dans quelle direction la pierre est-elle déviée ?



20

Nous aurions pu prendre aussi les axes des coordonnées sphériques, mais puisque nous sommes à l'équateur, ça n'est pas nécessaire.

Notes

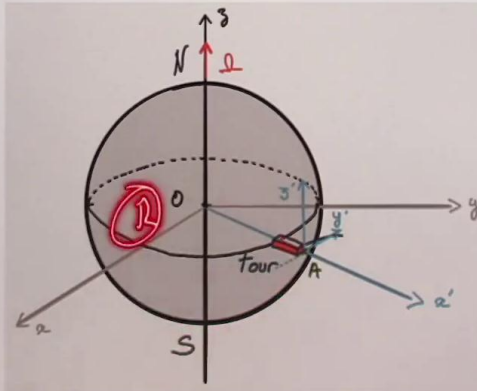
Summary



3m 30s

8 - Effet de la rotation de la Terre : pierre qui tombe d'une tour

On considère qu'on lâche une pierre d'une hauteur h depuis une tour située à l'équateur. De quelle distance et dans quelle direction la pierre est-elle déviée ?



20

Ce deuxième référentiel sera appelé R' et le premier référentiel sera R .

Notes

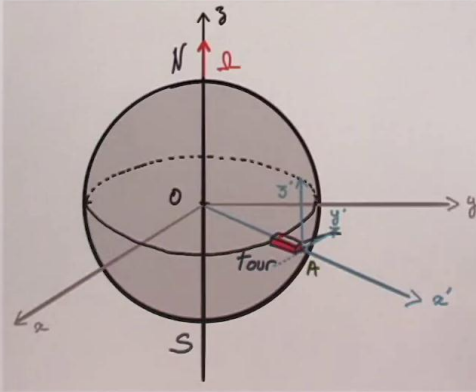
Summary



3m 36s

8 - Effet de la rotation de la Terre : pierre qui tombe d'une tour

On considère qu'on lâche une pierre d'une hauteur h depuis une tour située à l'équateur. De quelle distance et dans quelle direction la pierre est-elle déviée ?



$$\vec{F}_c = -2m \vec{\Omega} \wedge \vec{v}_R(P)$$

20

Je fais le produit vectoriel $\vec{\Omega}$ vectoriel \vec{v} dans R' de P et j'obtiens un vecteur qui est colinéaire à Oy' vers les Y' négatifs. La force de Coriolis est égale à moins $2m \vec{\Omega}$ vectoriel \vec{v} dans R' de P. Elle est donc dirigée à l'opposé de cette accélération de Coriolis.

Notes

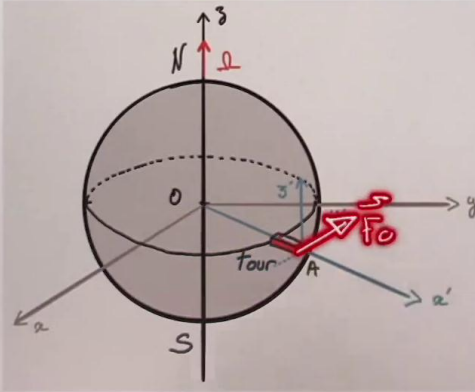
Summary



4m 17s

8 - Effet de la rotation de la Terre : pierre qui tombe d'une tour

On considère qu'on lâche une pierre d'une hauteur h depuis une tour située à l'équateur. De quelle distance et dans quelle direction la pierre est-elle déviée ?



20

Je vais donc avoir une force d'inertie, force de Coriolis, selon les y' positifs.

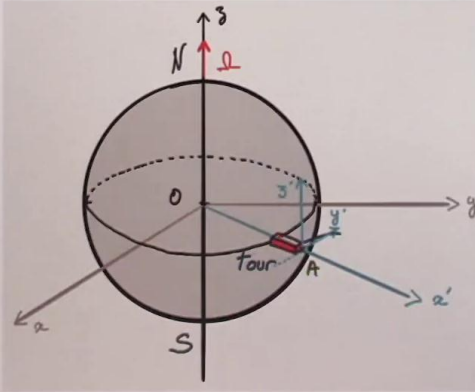
Notes

Summary



8 - Effet de la rotation de la Terre : pierre qui tombe d'une tour

On considère qu'on lâche une pierre d'une hauteur h depuis une tour située à l'équateur. De quelle distance et dans quelle direction la pierre est-elle déviée ?



2 moyens d'analyser le problème

- "intuitive"

- complète \vec{a}_c

20

Cela va nous provoquer une déviation de la pierre vers l'est. Nous avons donc deux moyens d'analyser le problème. Une analyse intuitive. Nous allons commencer par celle-là pour faire le calcul et une analyse complète avec l'accélération de Coriolis. Commençons par cette analyse intuitive.

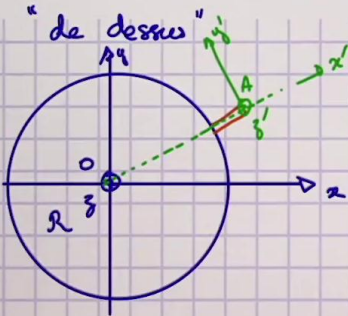
Notes

Summary



4m 51s

Calcul "intuitif", ne prenant en compte que les vitesses de rotations :



$$\vec{v}_i = (R+h)\Omega \vec{e}_{y'}$$

$$\vec{v}_s = R\Omega \vec{e}_{y'}$$

$$t_{chute} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

R : rayon de la Terre
h : hauteur tour

21

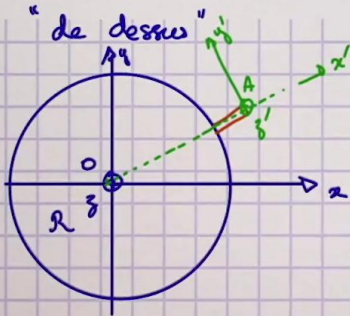
Puisque la tour est à l'équateur, nous allons faire « une vue de dessus », c'est-à-dire pointant selon un axe sud-nord. Je vais avoir l'axe de rotation de la Terre pointant hors de la feuille. Je commence par représenter le référentiel R géocentrique. La Terre tourne dans ce référentiel, donc la tour à l'équateur que nous allons voir dans le plan de la feuille, va faire le tour dans ce référentiel. Elle aura un mouvement circulaire uniforme. Je vais la représenter à une certaine position. Voici la tour. Cela me permet de représenter le référentiel R' et son repère cartésien. A, x', y', z'. Je lâche la pierre depuis A sans vitesse initiale, mais la rotation de la Terre lui donne une vitesse horizontale v_i . Cette vitesse initiale v_i s'écrit donc $v_i = (R+h)\Omega \vec{e}_{y'}$. R est le rayon de la Terre, h la hauteur de la tour. Le sol a une vitesse $v_s : R\Omega \vec{e}_{y'}$. Le temps de la chute est uniquement lié à la hauteur de chute. Nous avons vu en balistique que le temps de chute ne dépend pas de la vitesse horizontale. Nous avons déjà calculé ce temps : racine de $2h/g$. Le vecteur déplacement de la pierre lors de la chute selon $\vec{e}_{y'}$ sera donc égal à $v_i t$ chute soit $(R+h)\Omega$ racine de $2h/g$ $\vec{e}_{y'}$.

Notes

Summary



Calcul "intuitif", ne prenant en compte que les vitesses de rotations :



$$\vec{v}_i = (R+h)\Omega \vec{e}_{y'}$$

$$\vec{v}_s = R\Omega \vec{e}_y$$

$$t_{chute} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

R : rayon de la Terre
h : hauteur tour

\vec{D}_{pierre} selon $\vec{e}_{y'}$

$$\vec{D}_{pierre} = \vec{v}_i \cdot t_{chute} = (R+h)\Omega \sqrt{\frac{2h}{g}} \vec{e}_{y'}$$

$$\vec{D}_{sol} = \vec{v}_s \cdot t_{chute} = R\Omega \sqrt{\frac{2h}{g}} \vec{e}_y$$

$$\begin{aligned} \vec{D}_{\text{déviation}} &= \vec{D}_{pierre} - \vec{D}_{sol} = (R+h)\Omega \sqrt{\frac{2h}{g}} \vec{e}_{y'} - R\Omega \sqrt{\frac{2h}{g}} \vec{e}_y \\ &= h\Omega \sqrt{\frac{2h}{g}} \vec{e}_{y'} \end{aligned}$$

$$\Omega = \frac{2\pi}{24 \times 3600} = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1} \quad h = 300 \text{ m} \Rightarrow \vec{D}_{\text{déviation}} \approx 17 \text{ cm}$$

21

Le déplacement du sol, de la même manière sera égal à $v_s t_{chute} = R\Omega \sqrt{2h/g} \vec{e}_y$. Je vais donc mesurer une déviation de la pierre qui sera égale à D_{pierre} moins D_{sol} , soit $(R+h)\Omega \sqrt{2h/g} \vec{e}_{y'}$ moins $R\Omega \sqrt{2h/g} \vec{e}_y$. $R\Omega \sqrt{2h/g}$, $R\Omega \sqrt{2h/g}$, ces deux termes vont se simplifier. Il ne me restera donc plus que $h\Omega \sqrt{2h/g} \vec{e}_{y'}$. Nous observons donc bien une déviation vers l'est positive selon $\vec{e}_{y'}$. Si j'essaie de faire l'application numérique, le vecteur rotation de la Terre Ω , la Terre fait un tour 2π en 24 heures, donc 24 multiplié par 3 600 secondes par heure, soit $7,3 \times 10^{-5}$ radian par seconde. Prenons une hauteur de 300 mètres, nous obtenons une déviation de 17 centimètres. Ça n'est pas grand chose, mais ça reste quand même significatif. On voit que cette déviation est petite devant la hauteur de la tour. Nous avons raison de la négliger dans nos expériences auditoires, mais peut-être qu'elle serait mesurable.

Notes

Summary





Voilà, vous avez vu la problématique qu'est-ce qui se passe quand on veut tenir compte de la rotation de la Terre pour la chute d'un objet ? Et vous avez vu l'approche intuitive lorsqu'on prend uniquement en compte la rotation de la Terre et la vitesse horizontale communiquée à l'objet lorsqu'on le lâche à cause de la rotation de la Terre. Dans la prochaine vidéo, nous allons faire le calcul complet en tenant compte du changement de référentiel et du fait qu'on est dans un référentiel non galiléen.

Notes

Summary



9m 27s