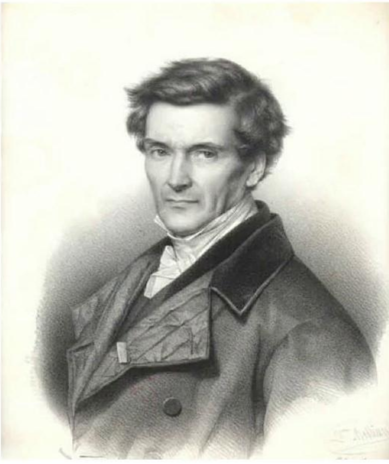
Physique générale : mécanique

Les lois de Newton en référentiel accéléré

Prof. Cécile Hébert



Gaspard-Gustave de Coriolis 1792-1843

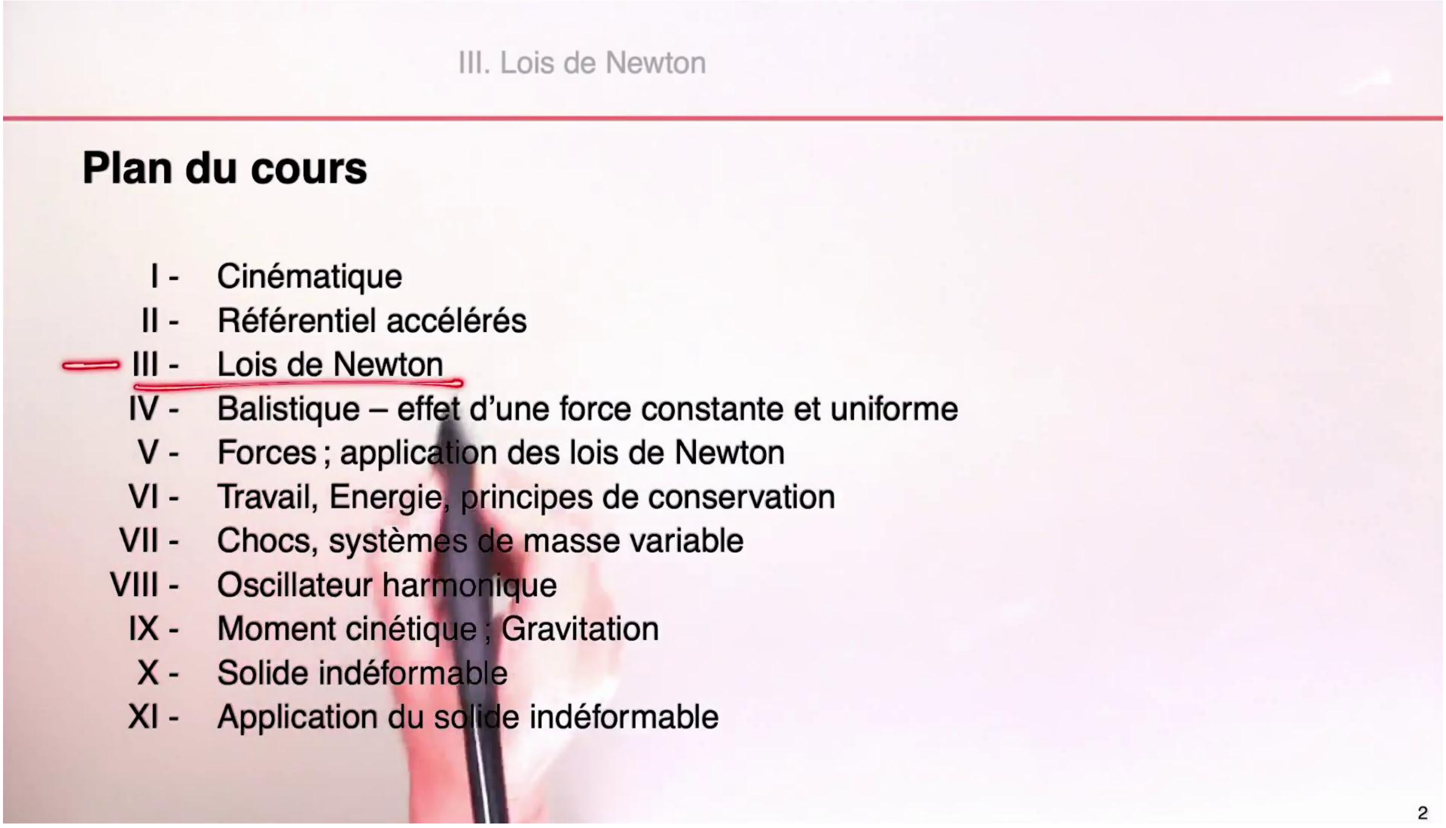
Video

Bonjour. Nous avons vu les lois de Newton et puis nous avions vu précédemment le lien entre accélération dans un référentiel et accélération dans un autre référentiel. Nous avons vu que les lois de Newton s'appliquent dans un référentiel d'inertie ou référentiel galiléen. Nous allons maintenant utiliser les deux outils que nous avons à notre disposition pour voir ce qui se passe si j'ai besoin de travailler dans un référentiel non galiléen.

Notes

Summary

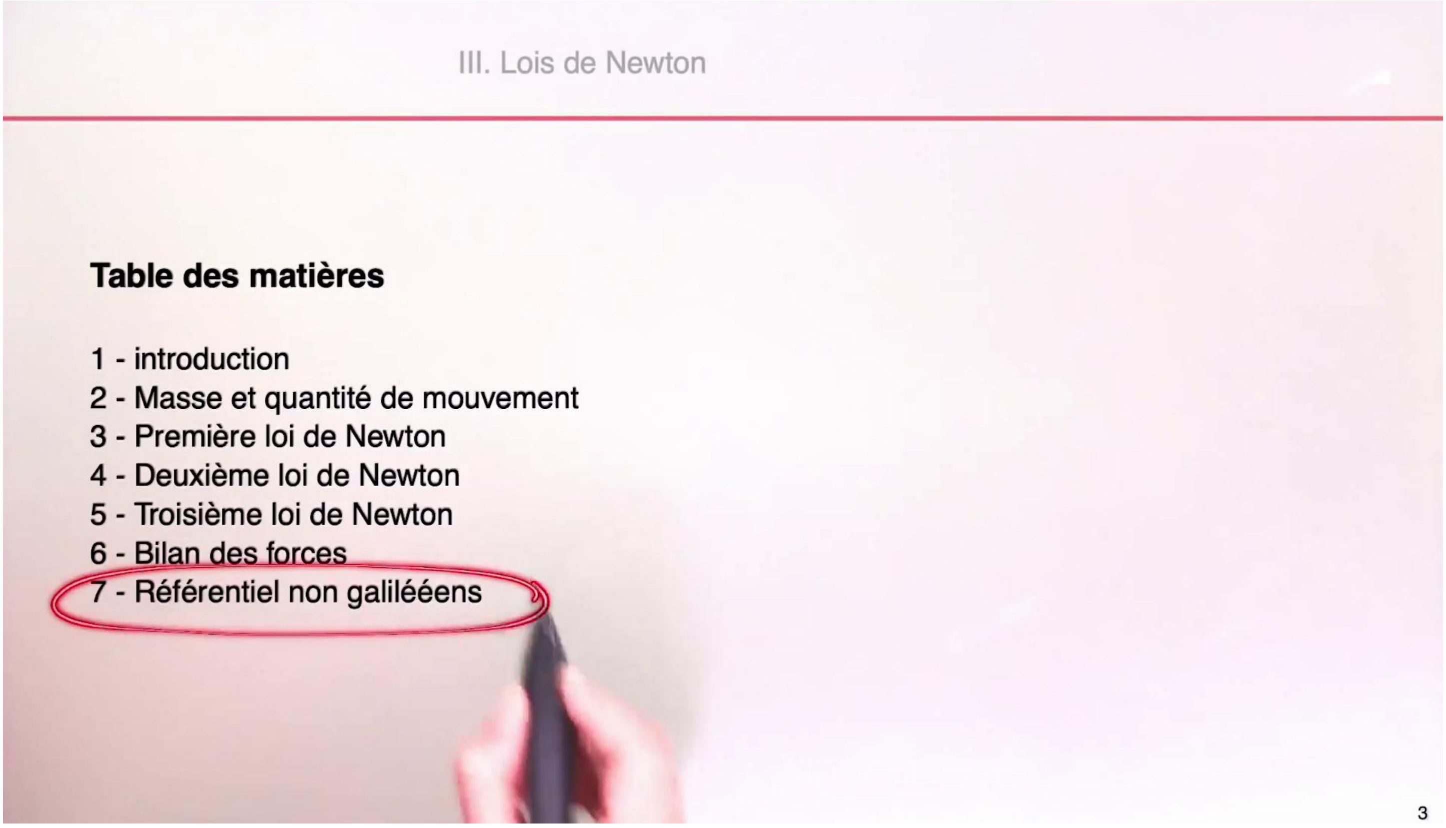
0m 05s



Notes

Summary

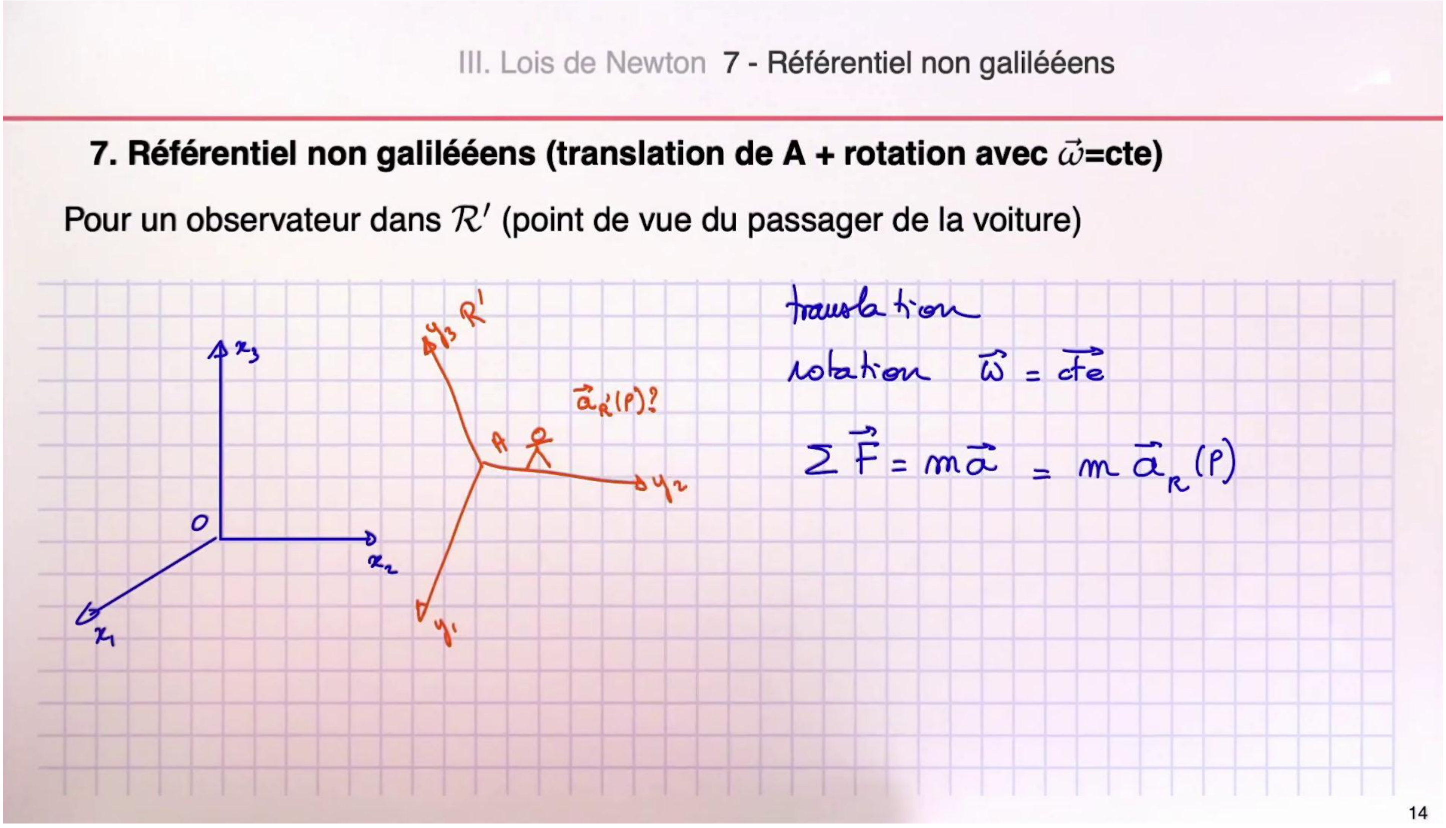
0m 33s



Notes

Summary

0m 36s

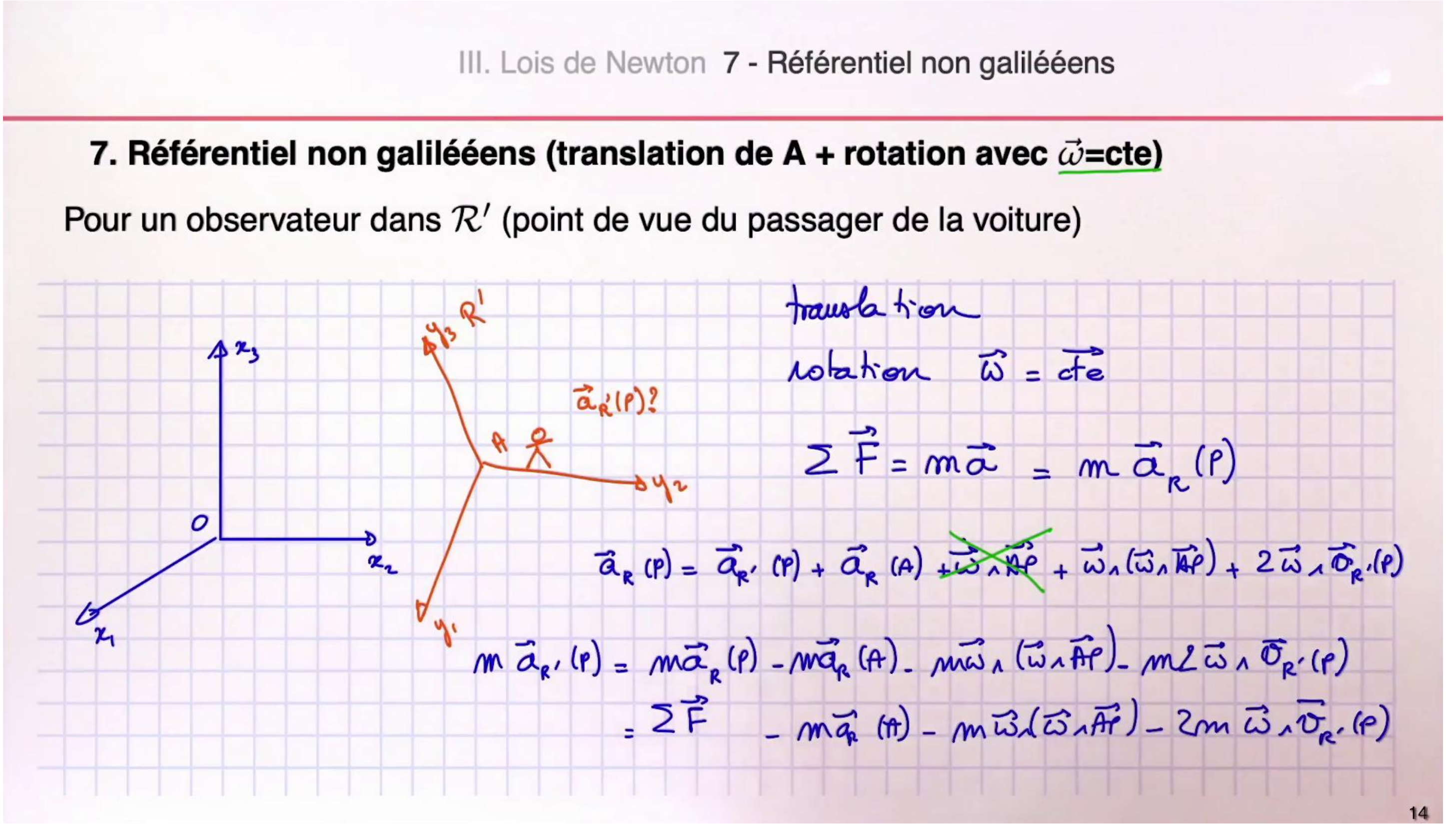


Nous sommes dans le chapitre 3 sur les lois de Newton et nous allons voir les lois de Newton dans un référentiel non galiléen. Supposons que j'aie un référentiel qui soit à la fois en translation et en rotation avec un vecteur rotation ω = cte, donc non galiléen, mais dans un référentiel galiléen et que je cherche à me placer, du point de vue de l'observateur, dans R'. J'ai donc R, O, x1, x2, x3 et R', A, y1, y2, y3. Mon observateur est dans R'. R' subit à la fois un mouvement de translation, translation de A dans R, et un mouvement de rotation avec ω = cte. C'est, par exemple, le point de vue du passager de la voiture, alors que la voiture se déplace sur une route et, éventuellement, dans un tournant. Si je souhaite analyser les forces, je peux écrire les lois de Newton : Σ F = ma. Mais ces lois de Newton ne sont valables que dans un référentiel d'inertie. Elles ne sont donc valables que dans R. Je dois donc bien préciser que la somme des forces externes est égale à m a dans R de l'objet P que je cherche à étudier. Malheureusement, ce que cherche l'observateur, c'est l'accélération pour lui. Donc a dans R'. Je vais donc utiliser le lien entre a dans R' et a dans R.

Notes

Summary

0m 35s

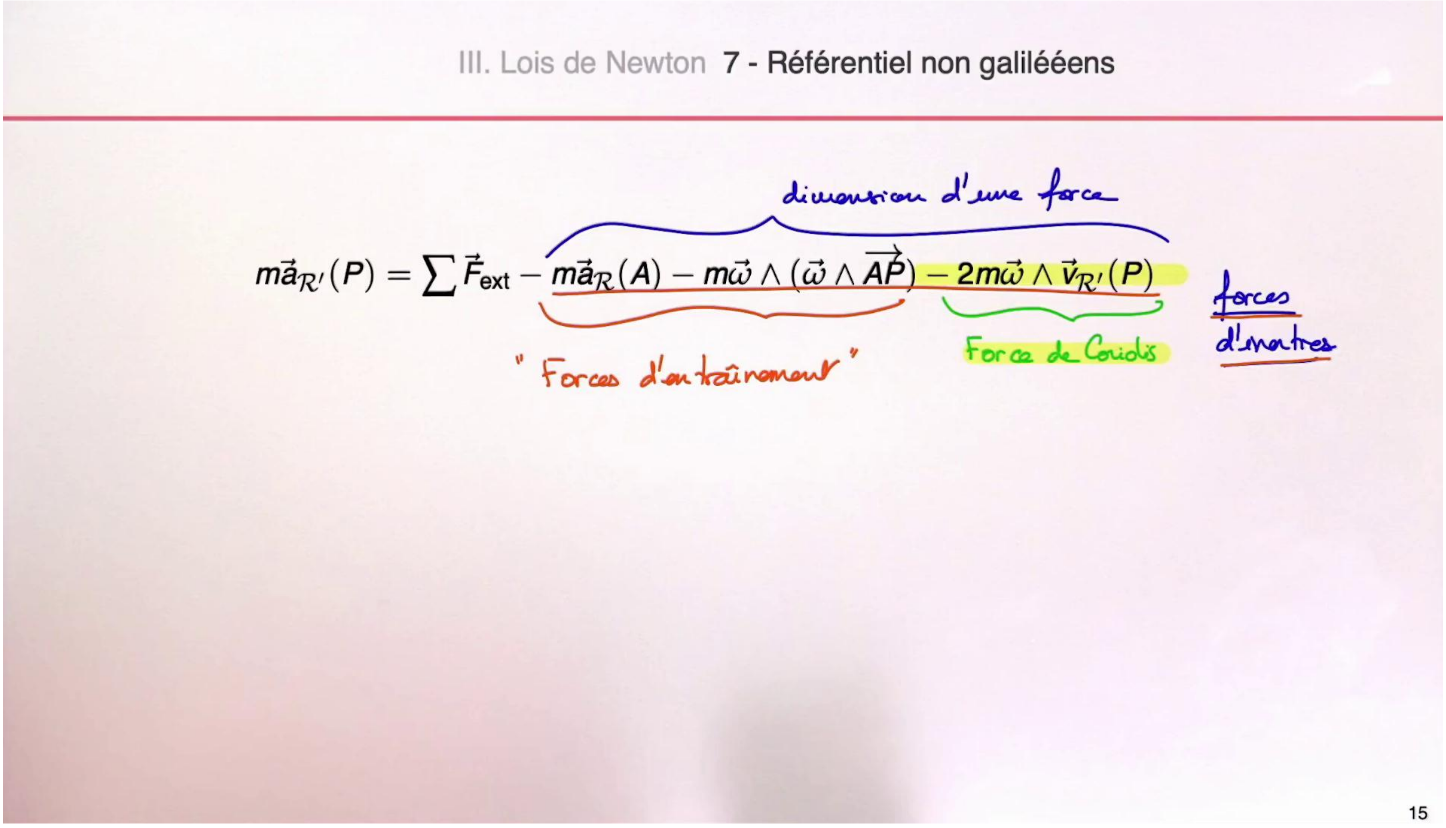


Je rappelle que nous avions a dans R de P est égal à a dans R' de P + a dans R de A + ω point vectoriel AP + ω vectoriel (ω vectoriel AP) + 2ω vectoriel V dans R' de P. Puisque nous venons de dire que nous simplifions le problème avec ω = cte, je vais oublier ce terme pour la suite. Je cherche a dans R'. La quantité qui m'intéresse est donc celle-ci. Les lois Newton me permettent d'accéder à a dans R. Je vais donc réécrire cette équation en isolant a dans R', qui est ce qui m'intéresse, et en faisant passer tous ces termes de l'autre côté. J'ai a dans R' de P = a dans R de P - a dans R de A - ω vectoriel (ω vectoriel AP) - 2ω vectoriel V dans R' de P. Les lois de Newton s'écrivent Σ F = ma. Pour avoir la dimension d'une force, je dois multiplier par m. Je vais donc multiplier toute mon équation par m. Je retrouve donc ici la somme des forces, les forces réelles, celles qui s'appliquent effectivement à l'objet, moins un certain nombre de termes.

Notes

Summary

2m 18s

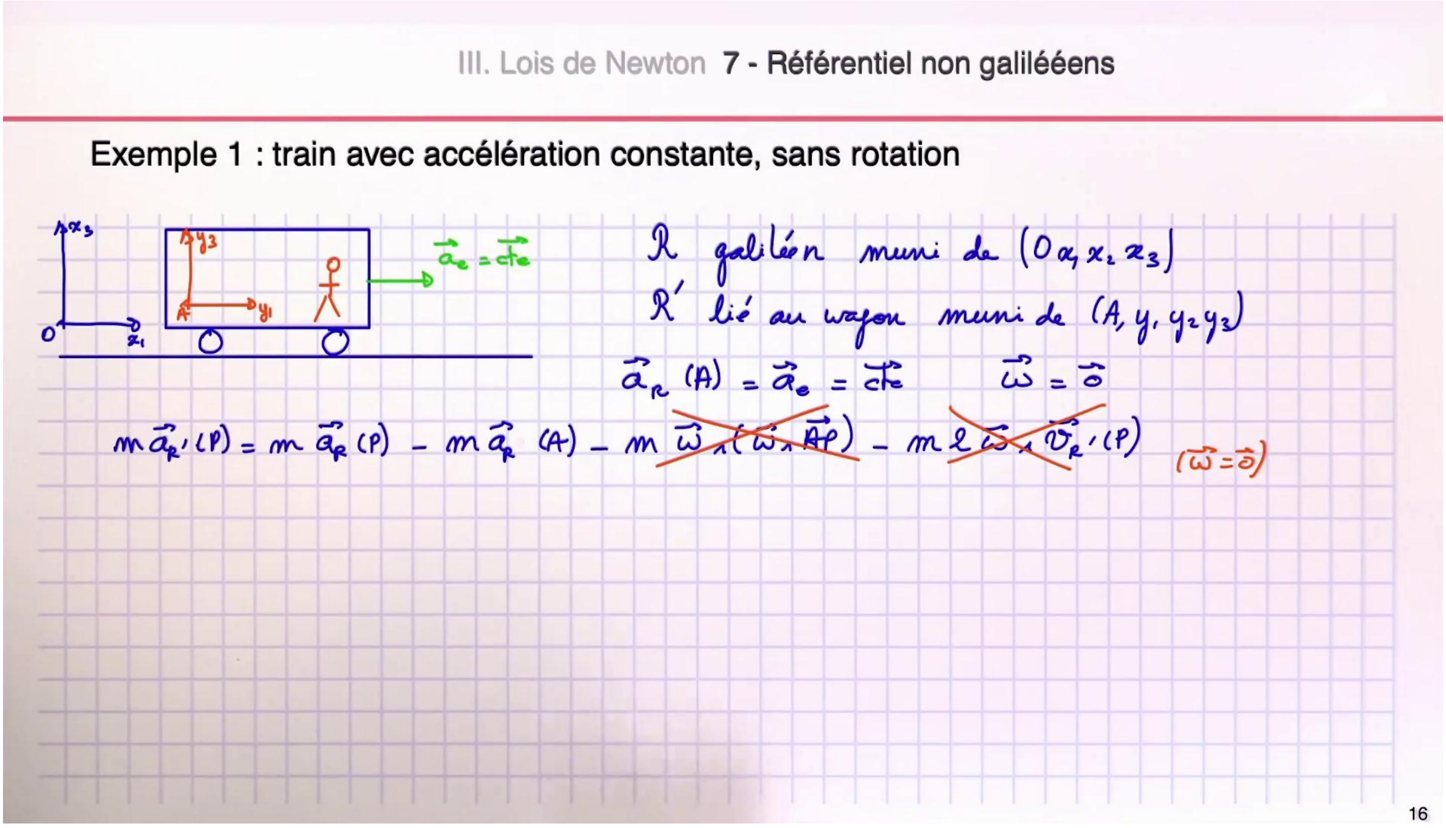


Ces termes, qui sont une masse multipliée par une accélération, ont la dimension d'une force. Mais ce ne sont pas des forces créées par un objet externe sur l'objet qui m'intéresse. Ce sont des forces qui ne sont apparues que parce que je me suis placée dans R'. Lorsque j'étais dans R, ces forces n'existaient pas. C'est ce que l'on appelle des forces d'inertie. Ce sont donc ces forces d'inertie qui sont apparues parce que je me suis placée dans un référentiel non galiléen. Le dernier terme est lié à l'accélération de Coriolis. C'est ce qu'on appelle la force de Coriolis. Elle est donc égale à - 2mω vectoriel V dans R' de P. Et le « moins »est important, c'est parce que j'ai changé de côté et il fait partie de la force de Coriolis. Les autres termes sont apparus parce que le point P est, à un certain moment, dans un référentiel qui est lui-même accéléré. Ce point P est donc entraîné par l'accélération du référentiel. On appelle ces forces les forces d'entraînement. Nous allons maintenant analyser ces différents éléments individuellement.

Notes

Summary

3m 42s



Commençons par un premier exemple et nous allons prendre un cas très simple, un train en ligne droite, qui subit une accélération constante, donc sans vecteur rotation. La situation est donc la suivante. J'ai un wagon, par exemple, et dans ce wagon, une expérience en cours. Nous allons imaginer qu'un pendule est accroché au plafond du wagon. Un observateur est placé dans ce wagon et s'intéresse au mouvement du pendule. Tiré par la locomotive, le wagon est soumis à une accélération constante ae. Le référentiel R, muni d'un repère O, x1, x2, x3 est le référentiel fixe galiléen, lié à la voie. Le référentiel R' est lié au wagon. Il est muni des axes A, y1, y2, y3. C'est aussi un repère cartésien lié à R'. Dans ce cas là, l'accélération dans R de A = ae. C'est la donnée constante de l'accélération du wagon. Le vecteur rotation de R' dans R est nul. Si je reprends l'expression précédente, puisque le vecteur ω est nul, tous les termes qui le comprennent disparaissent. Il me reste donc ma dans R' de P = ma dans R de P - ma dans R' de A. Et ce a dans R' de A n'est rien d'autre que ae, donnée du problème.

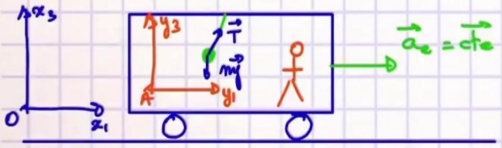
Notes

Summary

5m 10s

III. Lois de Newton **7 - Référentiel non galiléens**

Exemple 1 : train avec accélération constante, sans rotation



$\mathcal{R}$ galiléen muni de $(O, x_1 x_2 x_3)$

$\mathcal{R}'$ lié au wagon muni de $(A, y_1 y_2 y_3)$

$\vec a_R(A) = \vec a_e = \vec{cte}$ $\qquad \vec\omega = \vec 0$

$$m\vec a_{R'}(P) = m\underbrace{\vec a_R(P)}_{\Sigma \vec F^{ext} = m\vec g + \vec T} - m\underbrace{\vec a_R(A)}_{\vec a_e} - m\cancel{\vec\omega\wedge(\vec\omega\wedge\vec{AP})} - m\cancel{2\vec\omega\wedge\vec v_{R'}(P)} \quad (\vec\omega = \vec 0)$$

Observateur dans R' $\qquad m\vec a_{R'}(P) = \Sigma \vec F^{ext} + (-m\vec a_e)$

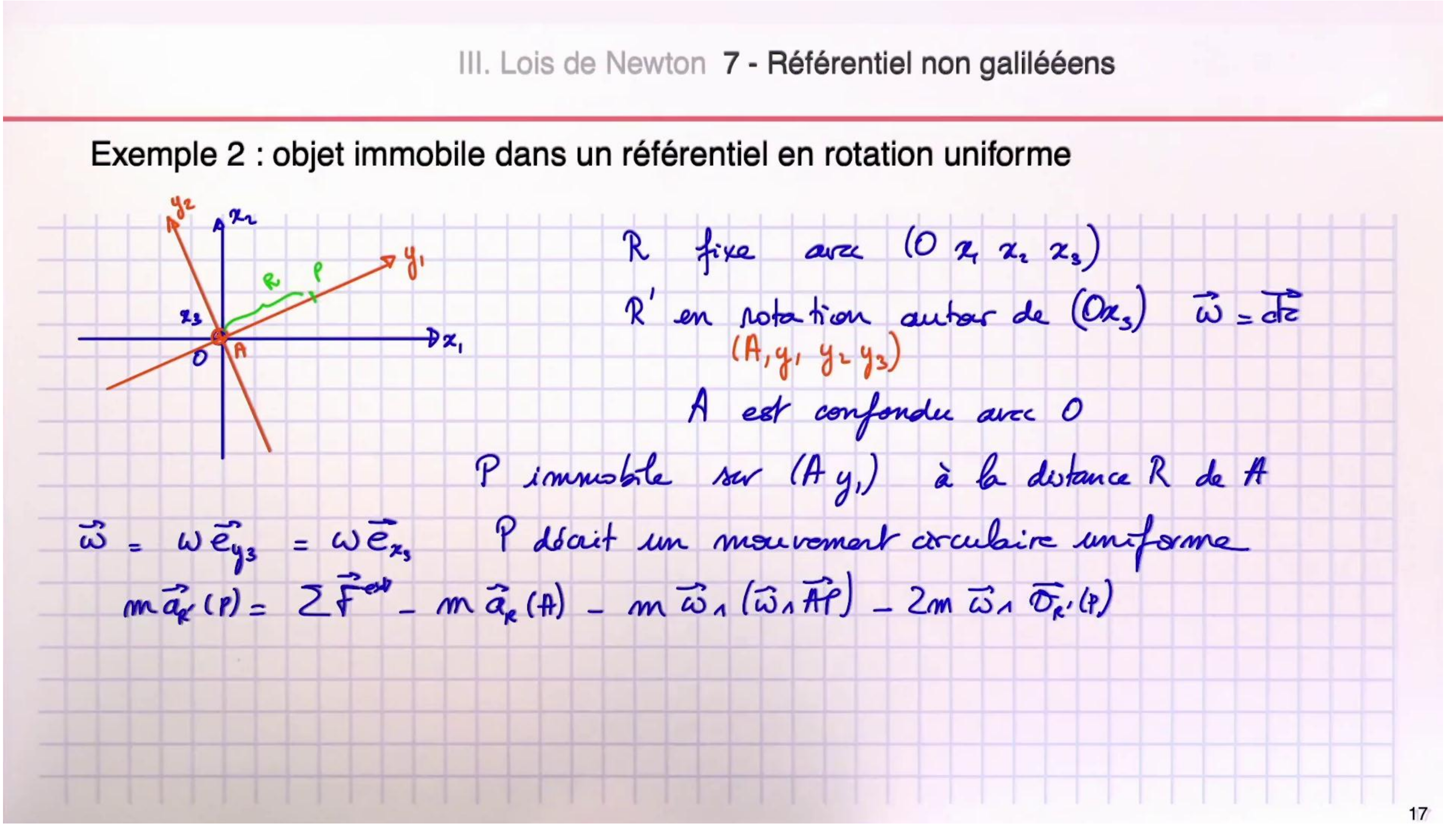
16

Si je m'intéresse au pendule accroché au plafond, il est soumis à des forces réelles, par exemple la tension dans le fil, son poids mg, et c'est ces forces réelles qui me permettent d'obtenir l'accélération dans R de P. Donc m x accélération dans R de P = somme des forces externes égale, par exemple, mg + T. Au final, pour l'observateur dans R', les lois de Newton semblent s'écrire : ma dans R' de P = Σ F externes + (-mAe) J'ai donc l'apparition d'une « force » supplémentaire. Ça a bien la dimension d'une force, qui n'est pas due à une cause externe sur l'objet, mais uniquement au fait que je suis dans un référentiel non galiléen. Cette force est une force d'inertie et on voit qu'elle est collinéaire à l'accélération, proportionnelle à l'accélération, le facteur de proportionnalité est la masse, et dirigée dans l'autre sens. Lorsque vous êtes dans une voiture qui accélère, c'est la « force » qui vous colle au siège de la voiture. Dans le cas de notre pendule, ce qui va se passer, c'est que sa position d'équilibre ne sera pas verticale, mais dirigée vers l'arrière, si l'accélération est vers l'avant.

Notes

Summary

7m 06s

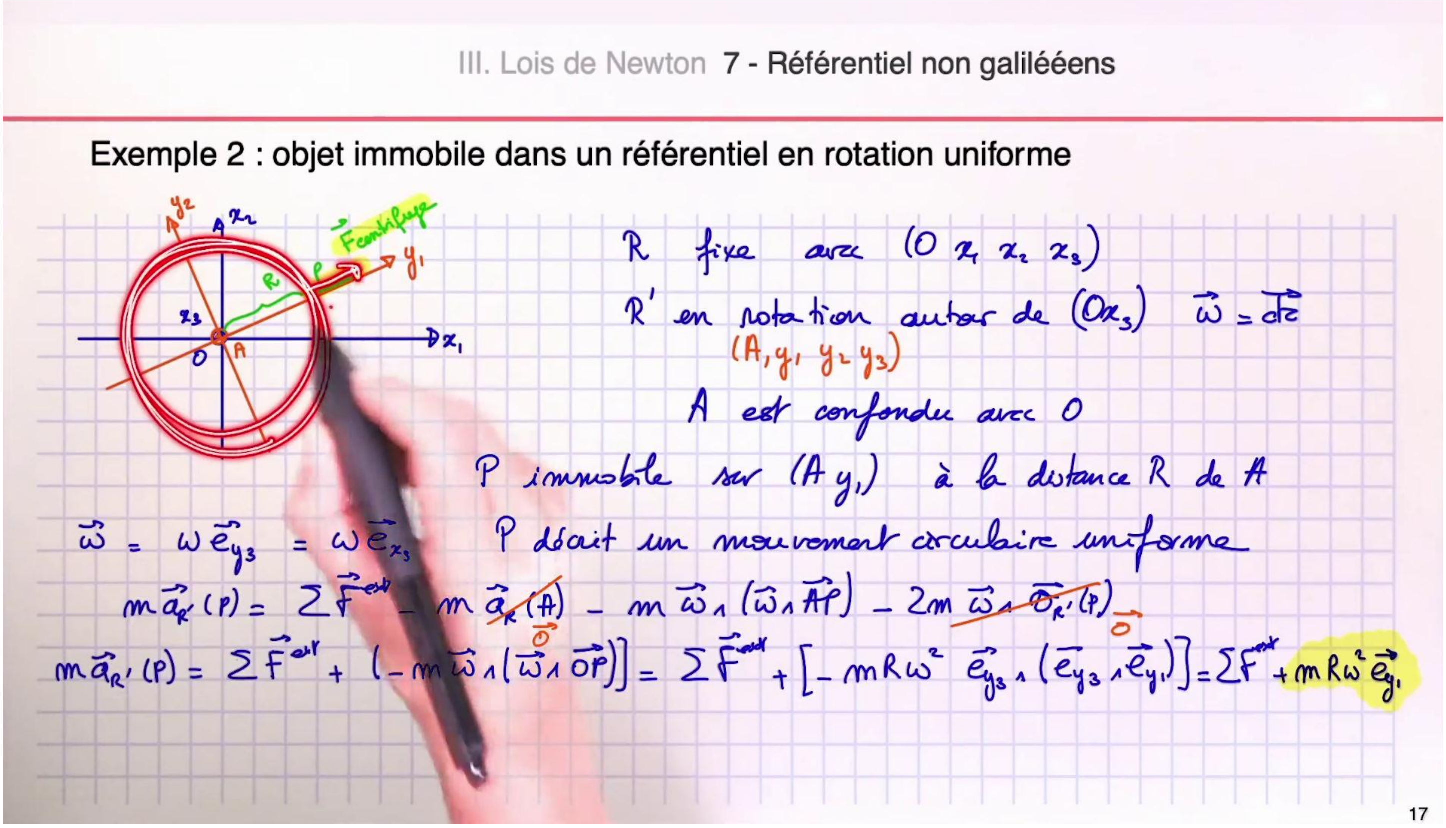


Voyons maintenant un deuxième exemple si nous avons un objet immobile dans un référentiel en rotation uniforme, lui-même dans un référentiel fixe. Je suppose donc que j'ai un référentiel fixe O, x1, x2, x3 et je veux prendre l'axe x3 vertical. Dans R, j'ai un référentiel R' en rotation autour de l'axe (Ox3). Le vecteur rotation est ω = cte. L'origine de ce repère est A. R' est donc muni de A, y1, y2, y3. Dans notre cas particulier, A est confondu avec O. Prenons un point P immobile et plaçons le sur l'axe (Ay1) à la distance R du point A. Puisque R' est en rotation autour de (Ox3) avec le vecteur rotation ω, je peux déjà écrire que le vecteur rotation ω = ωEy3. L'axe y3 étant aligné avec l'axe x3, c'est aussi ωex3. R' étant en rotation à ω constante, le point P décrit un mouvement circulaire uniforme. À nouveau, pour un observateur dans R', qui s'intéresse au mouvement de P, il voudra voir l'accélération, dans R', de P. L'expression de Newton dans R' est ma dans R' de P égale somme des forces externes moins ma dans R de A moins mω vectoriel ω vectoriel AP moins 2m ω vectoriel V dans R' de P. Le point P est immobile dans R'. La vitesse dans R' de P vaut donc 0. Ce terme disparaît.

Notes

Summary

8m 54s

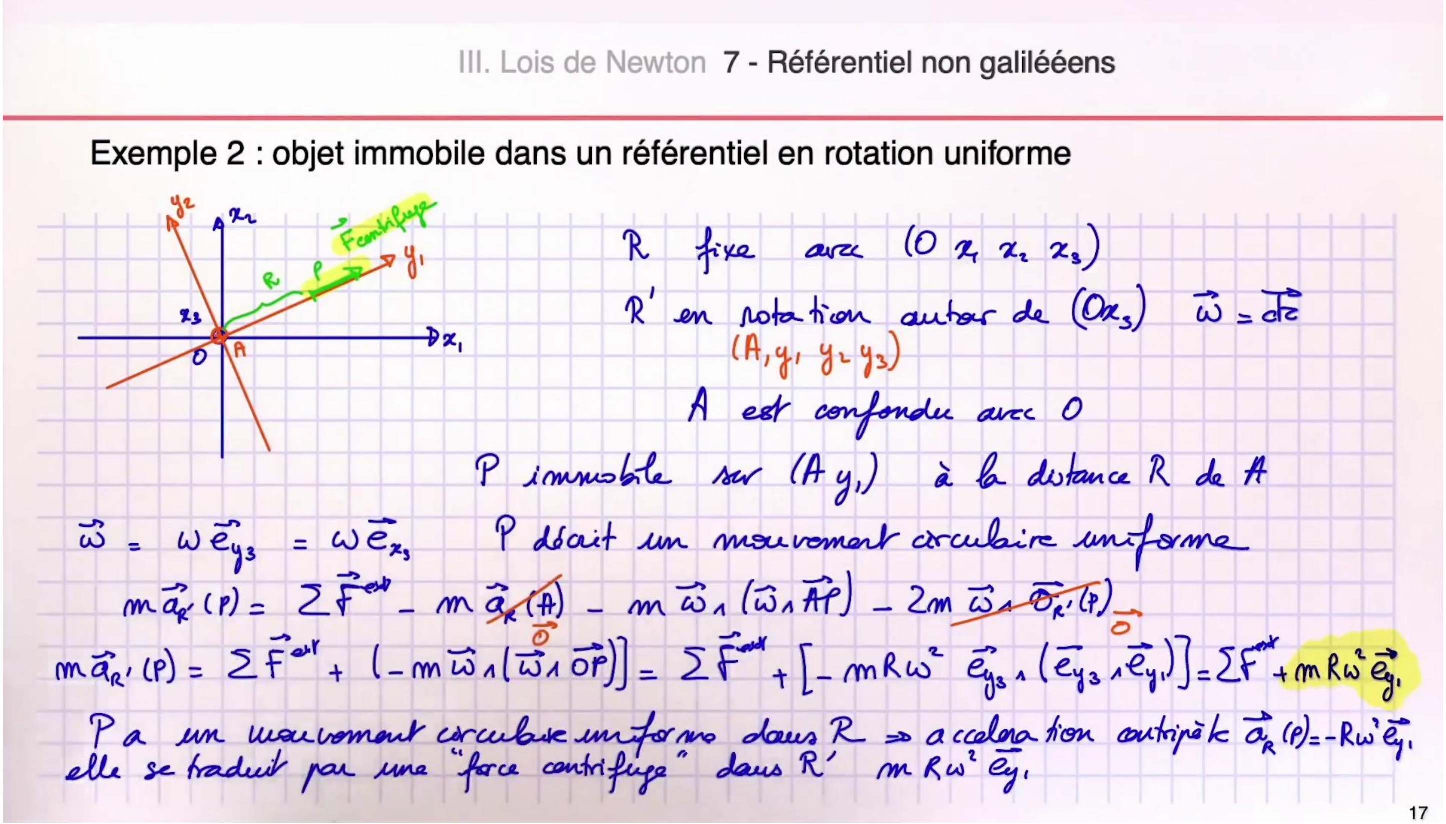


Nous avons dit que A est confondu avec O, donc la vitesse dans R de A est égale à 0, l'accélération dans R de A aussi. Il nous reste donc ma dans R' de P égale la somme des forces externes, les forces réelles qui s'exercent sur l'objet, plus un terme qui a la forme - mω vectoriel ω vectoriel AP. À nouveau, A est confondu avec O, donc AP est égal à OP. Puisque P est sur Ay1 à la distance R de A, le vecteur OP = Rey1. Par ailleurs, le vecteur ω vaut ωey3. Je vais donc obtenir R ω², pour les normes, est le produit vectoriel ey3 vectoriel ey3, vectoriel ey1. ey3 vectoriel ey1 = ey2. ey3 vectoriel ey2 = -ey1. Moins par moins va faire plus. Il va donc me rester mRω² ey1. Je vois donc que Newton sur P dans R' me donne bien la somme des forces externes plus un terme supplémentaire, qui vient du fait que R' est un référentiel non galiléen, ce terme supplémentaire a la forme mRω² ey1. Il est donc dirigé selon les ey1 positifs, c'est ce que nous appelons la force centrifuge. Cette force centrifuge, que vous connaissez bien, par exemple, en voiture ou dans un manège, est donc une force fictive. C'est une force d'inertie, qui est apparue parce que nous sommes dans un référentiel non galiléen et, en l'occurrence, un référentiel en rotation autour de l'axe (Ox3).

Notes

Summary

11m 11s



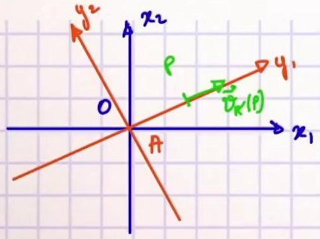
Cette force centrifuge est proportionnelle à l'accélération centripète et de direction opposée, l'accélération centripète de P étant l'accélération que l'on voit dans le référentiel immobile R. Si j'étudie le mouvement de P dans le référentiel fixe, puisque P a un mouvement circulaire uniforme, son accélération est non nulle, elle est dirigée vers le centre alors que l'accélération dans R' de P, puisque j'ai dit que P était immobile dans R', celle-là est forcément égale à 0. P a un mouvement circulaire uniforme dans R, il a donc une accélération centripète dans R. Cette accélération est a dans R de P, et elle vaut -R ω^2 ey1. Cette accélération centripète se traduit par une force centrifuge dans R' et cette force centrifuge a la forme mR ω^2 ey1.

Notes

Summary

13m 54s

Exemple 3 : objet en mouvement dans un référentiel en rotation uniforme



$$m\vec{a}_{R'}(P) = \sum \vec{F}^{ext} - m\underbrace{\vec{a}_R(A)}_{\vec{0}} - m\vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{AP}) - 2m\vec{\omega}\wedge\vec{v}_{R'}(P)$$

$$- m\vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{OP})$$

$$m\vec{a}_{R'}(P) = \sum \vec{F}^{ext} + \left[-m\vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{OP})\right] + \left[-2m\vec{\omega}\wedge\vec{v}_{R'}(P)\right]$$

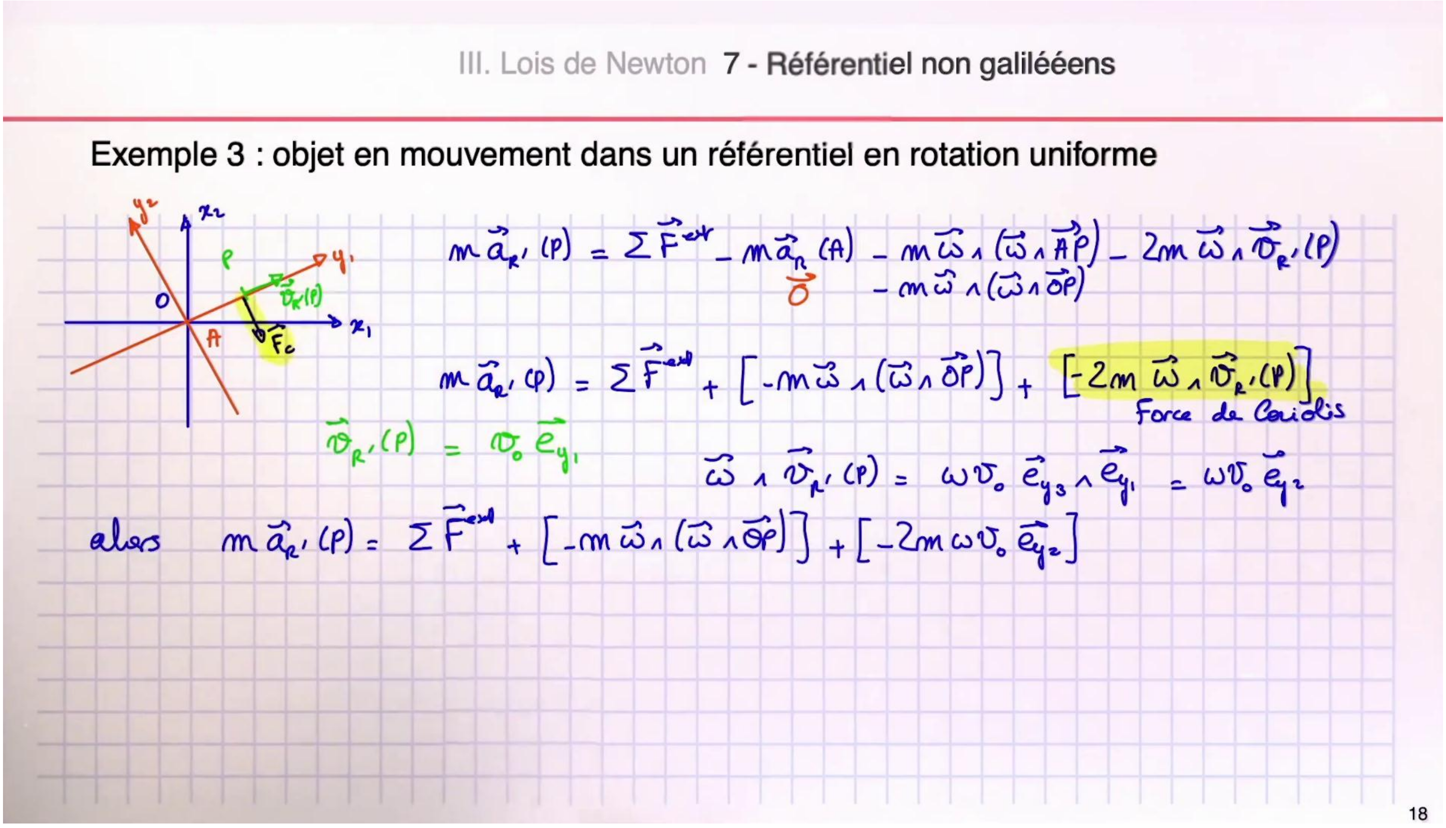
18

Maintenant, que se passe-t-il, pour l'exemple 3, si j'ai toujours mon référentiel en rotation uniforme, mais maintenant, le point P est en mouvement dans ce référentiel. Nous reprenons donc le même cas et la même notation que tout à l'heure, à un détail près. Lorsque j'exprime les lois de Newton dans R', toujours en rotation dans R à la vitesse angulaire ω, maintenant, ce terme-là ne disparaîtra pas puisque V dans R' de P est non nulle. Par contre, les deux points O et A étant confondus, ce terme vaut toujours zéro. Nous avons déjà analysé ce terme avant et nous avons vu qu'il est colinéaire à OP. Cela reste valable même si P n'est pas sur Ay1. Nous allons maintenant nous intéresser à ce deuxième terme. Supposons que P se déplace sur la droite Ay1. P n'est pas une position quelconque, comme je l'ai mis là, mais quelque part sur Ay1. Supposons de plus que sa vitesse est non nulle, puisqu'il se déplace sur la droite, sa vitesse est collinéaire à ey1, et supposons qu'elle soit vers les ey1 positifs. C'est donc ici la vitesse dans R' de P. Nous avons donc fait l'hypothèse que V dans R' de P en vecteur est un vecteur de norme constante V0, dirigé selon ey1.

Notes

Summary

15m 12s



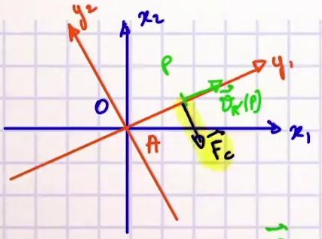
Avec cette hypothèse, le produit vectoriel ω vectoriel V dans R' de P sera égal à ωV0, ω est colinéaire à ey3 et je dois faire le produit vectoriel ey1. ey3 vectoriel ey1 = ey2. J'obtiens donc ωv0 ey2. Ceci pour le produit vectoriel ω vectoriel V dans R' de P. Ce dernier terme sera donc égal à −2m ω V0 ey2. C'est donc un terme colinéaire à ey2, donc perpendiculaire à V et dirigé vers les ey2 négatifs. Je retrouve donc un terme, ici, perpendiculaire à V et vers les ey2 négatifs. Cela signifie que si P est immobile, il ressent seulement la force centrifuge qui était celle là, mais dès que P commence à se déplacer selon y_1, il semble apparaître une deuxième force, qui, elle, est perpendiculaire à la vitesse. Lorsque P avance, c'est une force qui le pousse sur le côté. C'est donc l'effet de ce terme qui est la force d'inertie appelée force de Coriolis. Au passage, on remarque que dans cette expression, il y a une difficulté, c'est que nous avons l'accélération dans R' de P, qui est en principe ce qui nous permet d'obtenir la vitesse et la position dans R' grâce à l'intégration, mais cette accélération dépend de la vitesse dans R', qui elle-même est la primitive de a.

Notes

Summary

16m 59s

Exemple 3 : objet en mouvement dans un référentiel en rotation uniforme



$$m\vec{a}_{R'}(P) = \sum \vec{F}^{ext} - m\underbrace{\vec{a}_R(A)}_{\vec{0}} - m\vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{AP}) - 2m\vec{\omega}\wedge\vec{v}_{R'}(P)$$

$$- m\vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{OP})$$

$$m\vec{a}_{R'}(P) = \sum \vec{F}^{ext} + \left[-m\vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{OP})\right] + \underbrace{\left[-2m\vec{\omega}\wedge\vec{v}_{R'}(P)\right]}_{\text{Force de Coriolis}}$$

$$\vec{v}_{R'}(P) = v_0\,\vec{e}_{y_1}$$

$$\vec{\omega}\wedge\vec{v}_{R'}(P) = \omega v_0\,\vec{e}_{y_3}\wedge\vec{e}_{y_1} = \omega v_0\,\vec{e}_{y_2}$$

alors $m\vec{a}_{R'}(P) = \sum \vec{F}^{ext} + \left[-m\vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{OP})\right] + \left[-2m\omega v_0\,\vec{e}_{y_2}\right]$

18

Nous avons donc ici une équation différentielle vectorielle qui lie l'accélération dans R' et la vitesse dans R'. Cela compliquera un peu la résolution des problèmes. Et au passage,on voit que l'accélération de Coriolis était 2 ω vectoriel V dans R' de P, on pouvait obtenir ici l'accélération de Coriolis en faisant le produit vectoriel ω vectoriel V, nous donnant un vecteur pointant vers les y2 positifs. Puisque la force de Coriolis est à l'opposé de l'accélération de Coriolis, je vois que c'est un vecteur qui pointe vers les y2 négatifs.

Notes

Summary

19m 13s

Voilà, nous avons vu qu'il est possible, en mettant ensemble les lois de Newton et les changements de référentiels lorsqu'on a un référentiel en mouvement accéléré dans un référentiel fixe, pour comprendre l'origine de ces forces fictives. Il est bien important d'avoir une démarche cohérente. Soit vous rajoutez ces forces fictives dans le bilan des forces, soit vous faites le lien entre les deux référentiels, mais il ne faut pas mélanger les approches. Ce que nous ferons dans tout le cours et tous les exercices sera toujours de ne prendre que les forces réelles dans somme des forces et de faire apparaître les forces fictives par le changement de référentiel. C'est une démarche plus formelle qui peut paraître plus compliquée, mais qui a l'avantage d'être plus sûre. Si vous la menez correctement, elle ne vous amènera aucune erreur.

Notes

Summary

19m 59s