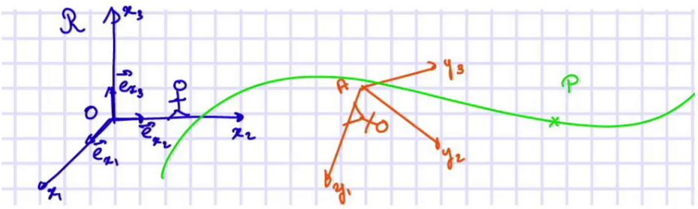
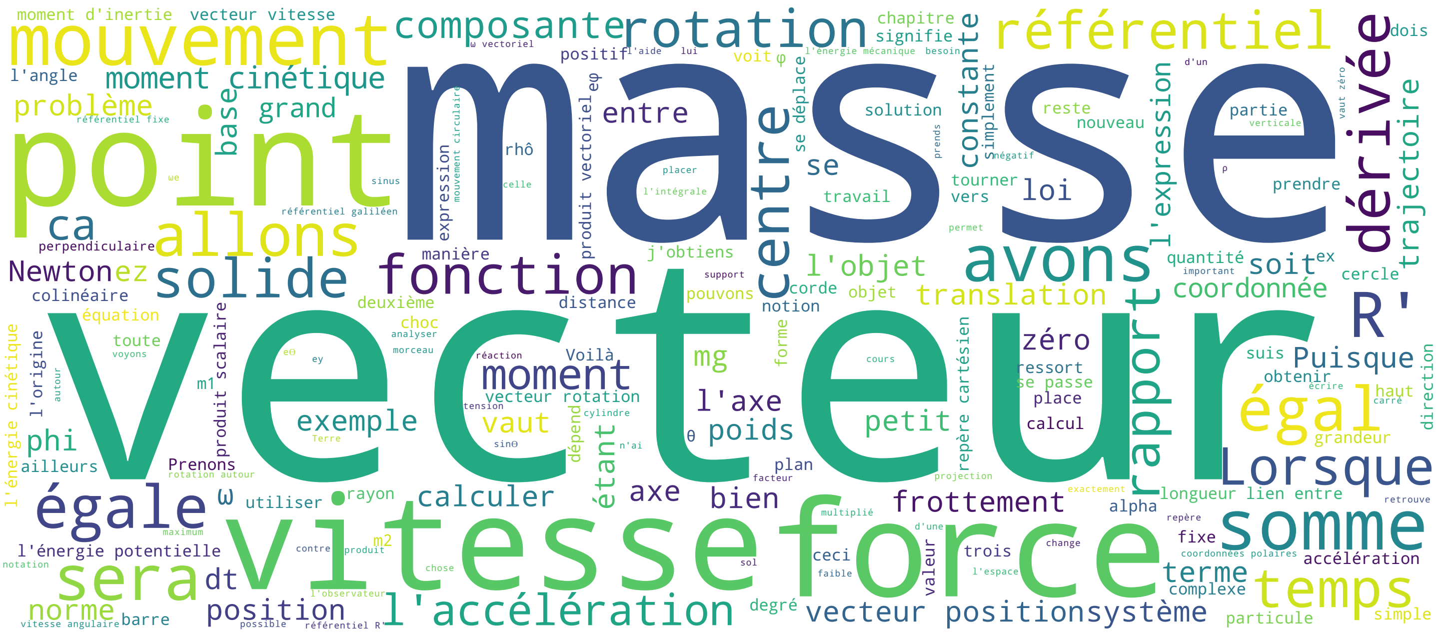
Physique générale : mécanique



Introduction

Prof. Cécile Hébert



Video

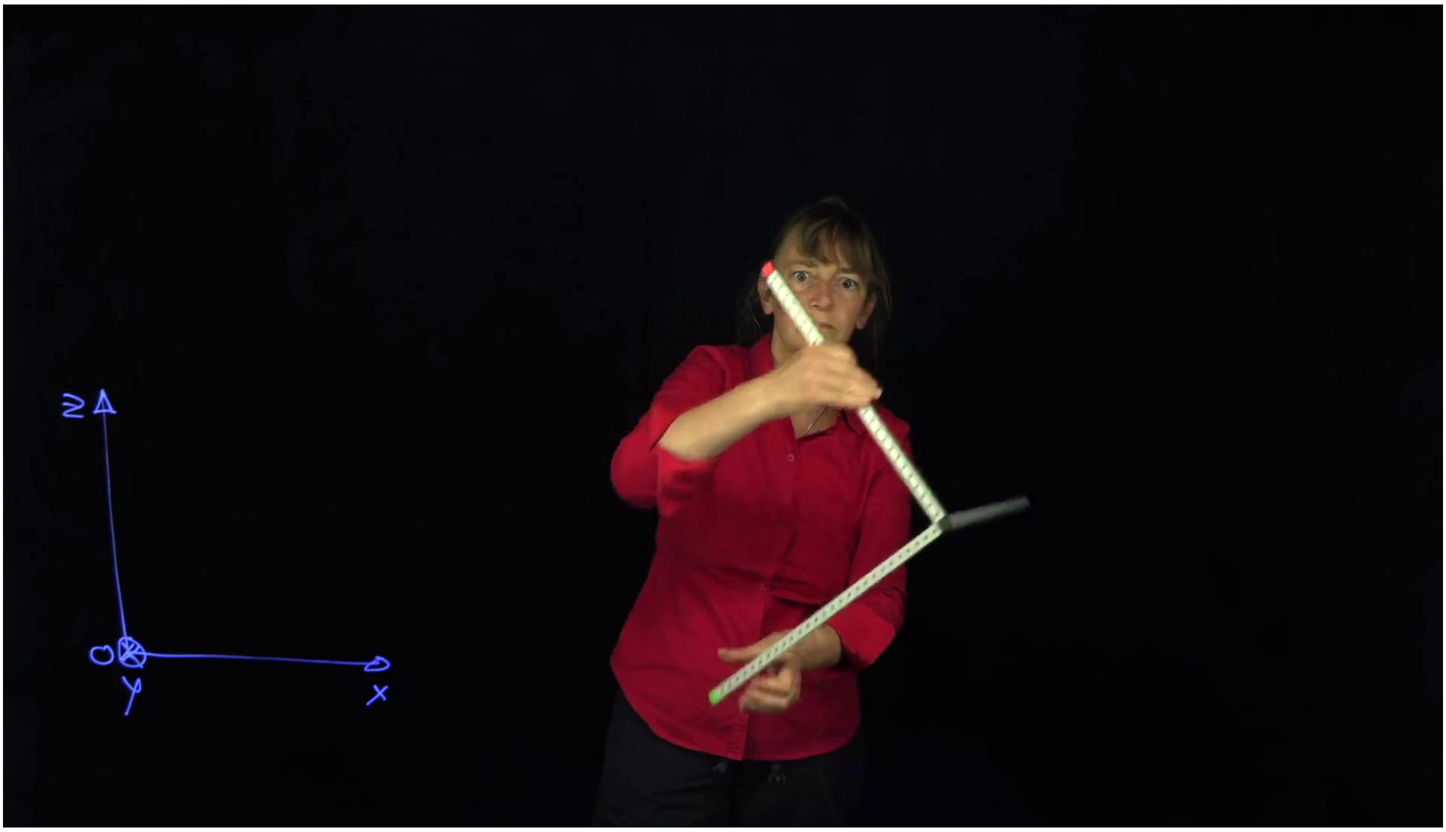
EPFL

Les lois de Newton sont applicables dans un référentiel dit « galiléen ». Donc fixe ou en translation rectiligne uniforme. Malheureusement, parfois, on n'a pas à notre disposition un référentiel galiléen adapté à notre expérience. Imaginez que vous êtes dans un train en mouvement et vous voulez analyser le mouvement d'un objet dans ce train. Le train sera peut-être en train d'accélérer ou de tourner. Ça ne sera donc pas un référentiel galiléen. Mais pourtant, ce sera le référentiel adapté à la description du mouvement que vous observez. Il faudra donc faire le lien entre le référentiel en mouvement non galiléen et le référentiel galiléen. Supposons que nous ayons un référentiel fixe d'origine O auquel j'attache un repère cartésien OXYZ. Origine O, je prends l'axe X horizontal, l'axe Z vertical vers le haut. À ce moment-là, l'axe Y est fixé et il doit rentrer dans la feuille.

Notes

Summary

0m 05s

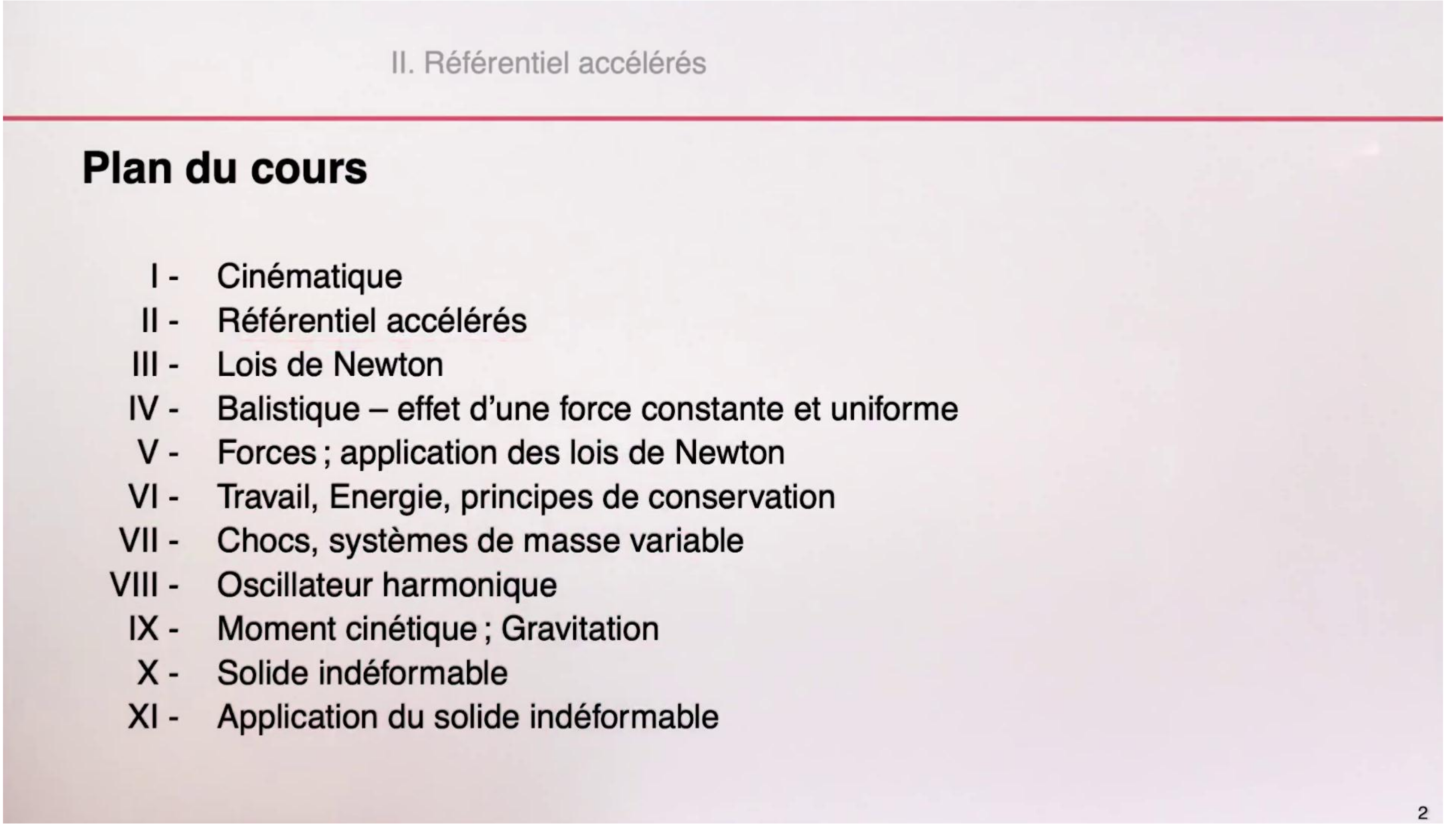


Maintenant, dans ce référentiel fixe, nous pouvons avoir un second référentiel en mouvement. Il peut être en mouvement en trois dimensions, donc, il peut sortir du plan de la feuille. Supposons que nous ayons ce référentiel en mouvement avec un repère cartésien. L'origine du référentiel en mouvement est A, et les axes du repère cartésien seront appelés X', Y', Z'. Au départ, ils sont alignés avec O, X, Y, Z. Lors du déplacement, j'ai deux possibilités. Les axes de mon référentiel en mouvement, peuvent rester colinéaires aux axes du référentiel fixe. Ce qui n'empêche pas le référentiel en mouvement de se déplacer en trois dimensions. C'est un mouvement de translation. J'ai la translation du point A et tous les points de ce référentiel en mouvement suivent la même translation. Mais je peux aussi avoir un mouvement de rotation. Par exemple ici, une rotation autour de l'axe Y dans lequel le référentiel en mouvement se met à tourner. Il peut tourner aussi autour d'un autre axe, par exemple de l'axe Z. À ce moment-là, les axes du référentiel en mouvement ne sont plus alignés avec les axes d'origine. Et bien entendu, je peux avoir le mouvement compliqué qui combine les deux mouvements, à la fois un mouvement de rotation et un mouvement de translation. Nous allons donc prendre le cas le plus général et analyser ce mouvement complet qui combine à la fois la translation et la rotation.

Notes

Summary

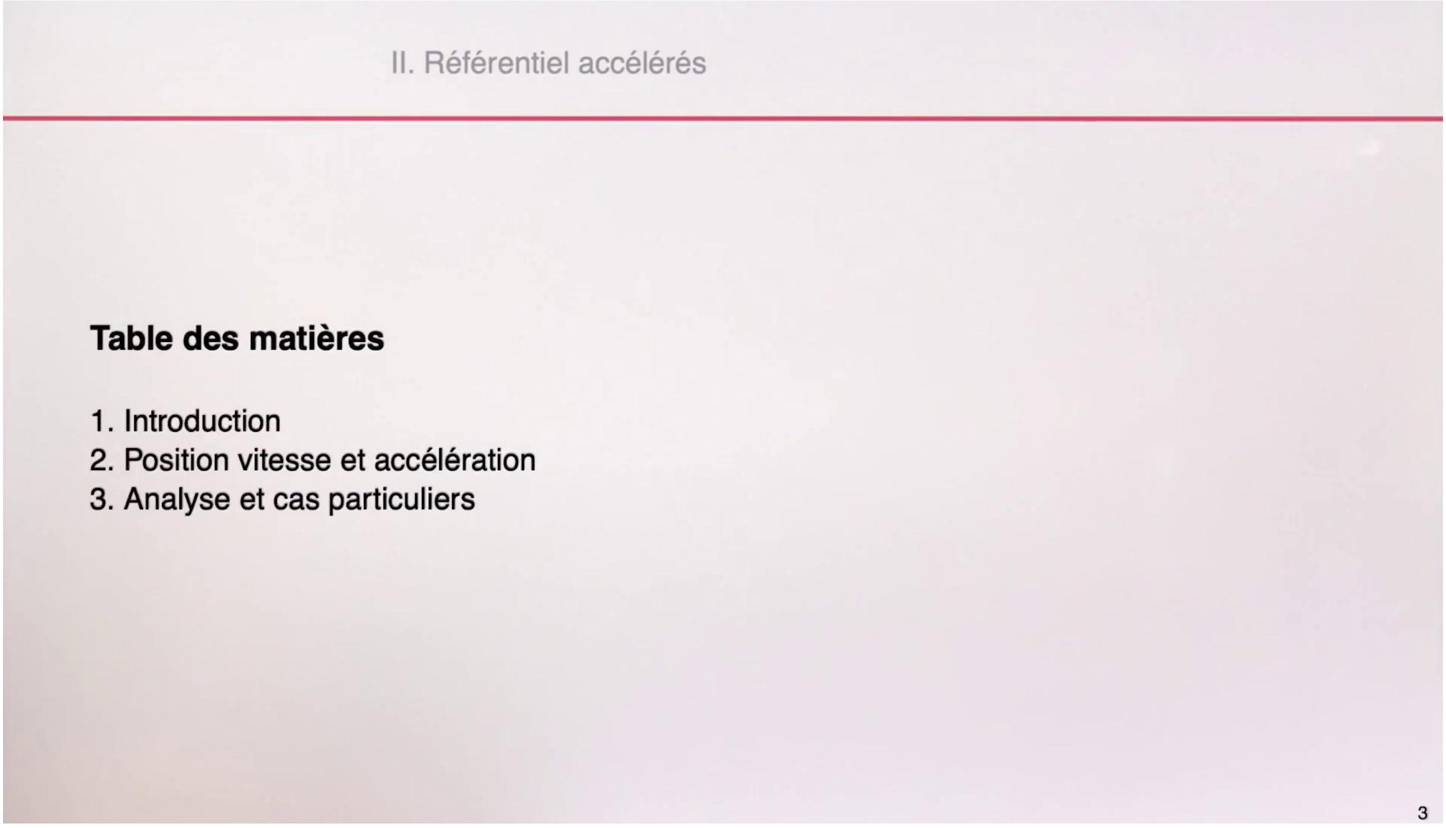
1m 18s



Notes

Summary

3m 24s

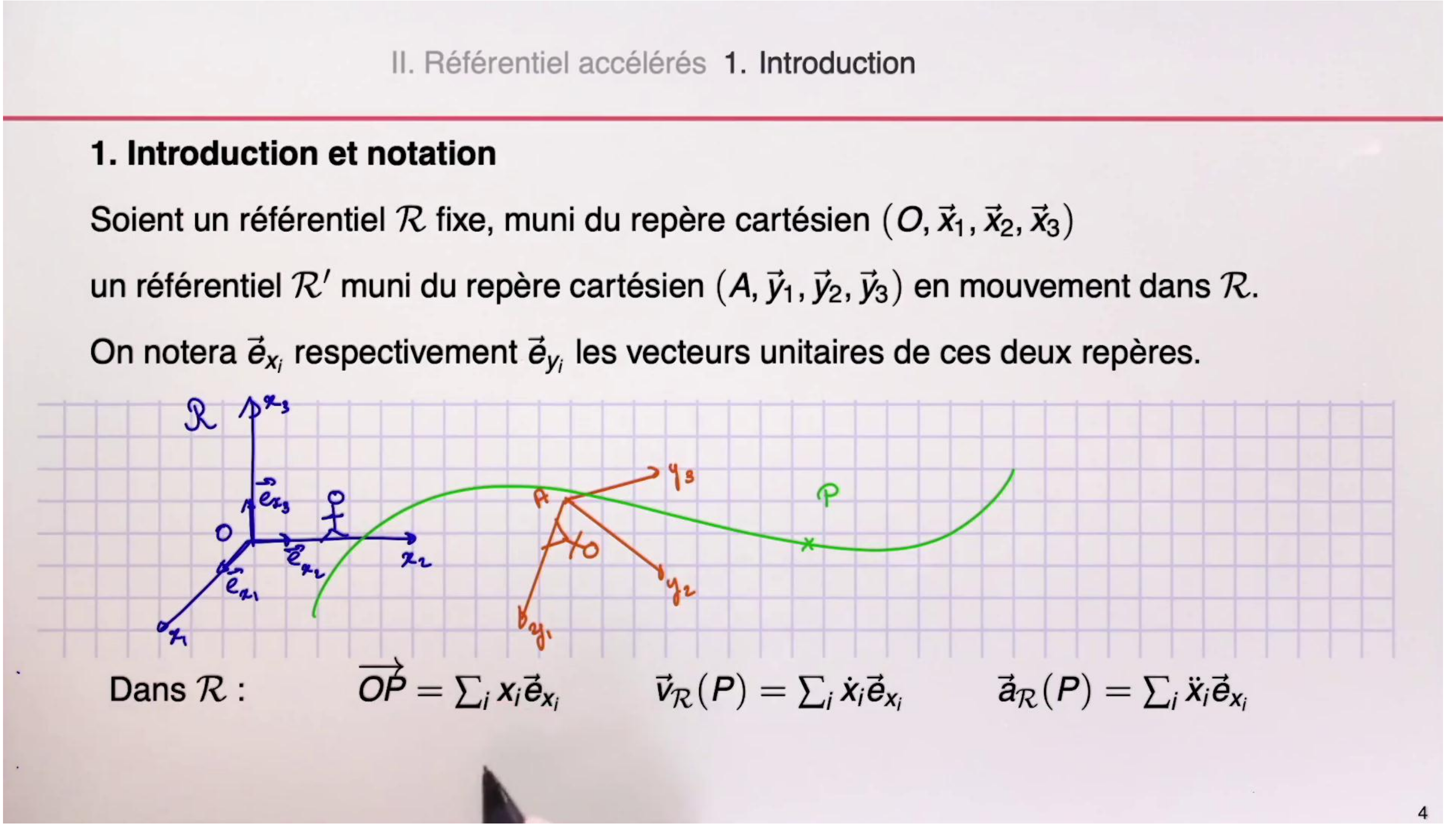


Nous sommes donc dans le chapitre 2 sur les référentiels accélérés, et nous allons commencer par voir l'introduction qui nous permettra de poser les notations.

Notes

Summary

3m 24s

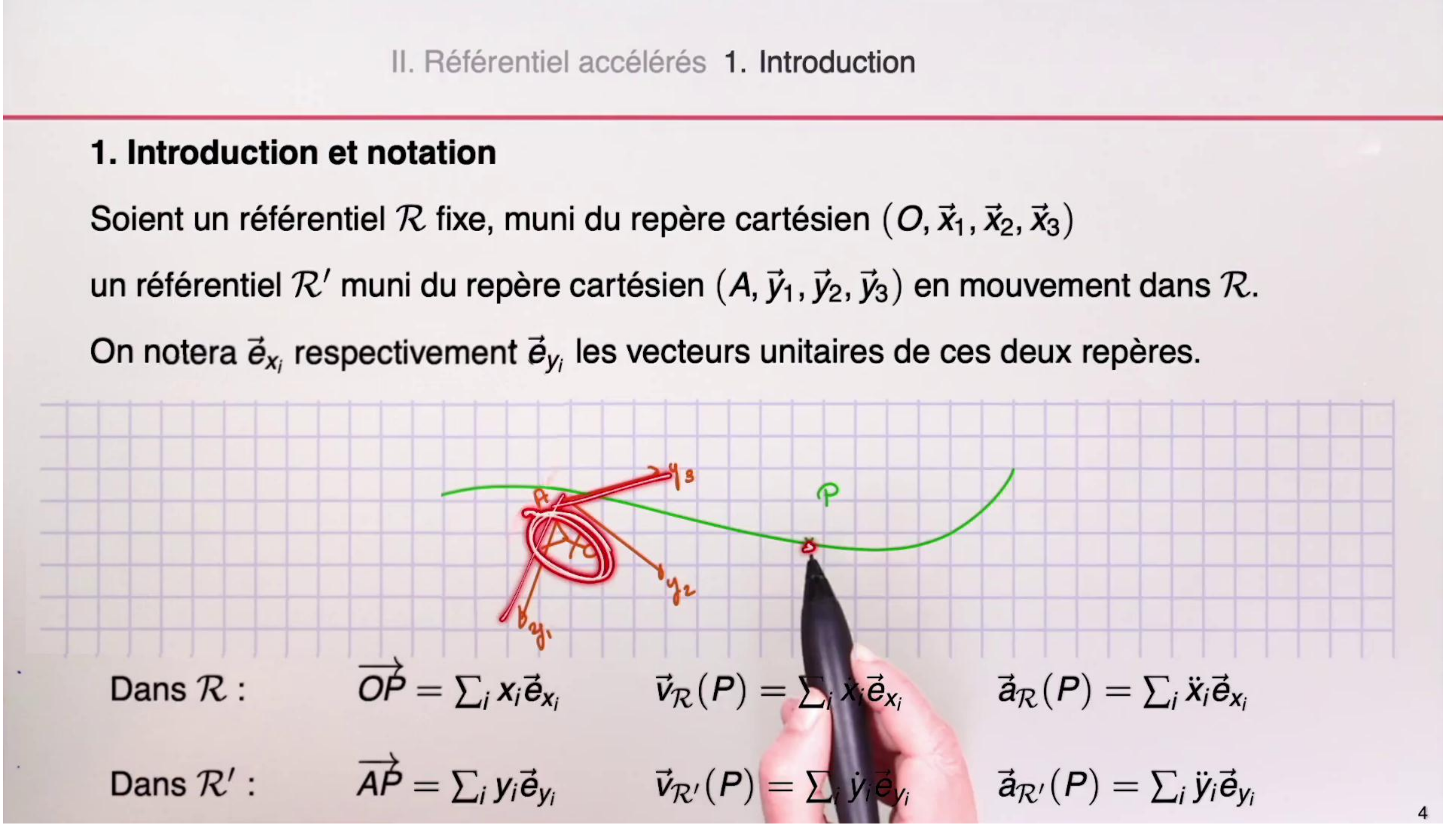


Nous prenons donc un référentiel fixe R et nous allons le munir d'un repère cartésien d'origine O et nous appellerons les axes (X_1, X_2, X_3) et un référentiel R' d'origine A avec les axes cartésiens (Y_1, Y_2, Y_3). R' est en mouvement dans R. Nous prenons ces notations avec des 1, 2, 3, car elles nous permettront une notation raccourcie. Nous appellerons exi les vecteurs de base du repère cartésien dans R et ey, les vecteurs de base dans R'. Ce sont des vecteurs unitaires. Nous avons donc R dans R le référentiel R' d'origine A muni de ces axes. Un point P se déplace dans l'espace en suivant une trajectoire. J'ai deux possibilités pour l'analyse du mouvement de ce point P. Je peux me placer dans le référentiel R ou je peux me placer dans le référentiel R'. Suivant que je suis dans R ou dans R', je ne verrai pas la même chose, pour la position de P, la vitesse de P ou l'accélération de P. Si je me place dans R, le vecteur position est le vecteur OP. Puisque je suis dans R, je vais le décomposer sur les vecteurs de base ex_1, ex_2 et ex_3. Le vecteur OP sera la somme sur i des xi exi. C'est en effet $x_1ex+x_2ex_2+x_3ex_3$.

Notes

Summary

3m 37s



Toujours pour l'observateur dans R, ce que nous appellerons la vitesse dans R du point P sera la somme sur i des dérivées de la composante du vecteur position multipliée par le vecteur de base. Ce sera donc la somme des xi point exi. Et toujours pour mon observateur dans R, l'accélération dans R de P sera la somme sur i des dérivées secondes des composantes du vecteur position dans R, donc ẍi sur les vecteurs de base exi. Maintenant, pour l'observateur dans R', comment vont s'exprimer position, vitesse et accélération ? Dans R', le vecteur position part de l'origine de R', c'est donc le vecteur AP. Puisque je suis dans R', je dois l'exprimer avec les vecteurs de base dans R', soit ey_1, ey_2 et ey_3. Le vecteur position dans R' est donc la somme sur i, les yi étant la projection de P sur les axes du repère cartésien dans R'. Je suppose maintenant que je suis vraiment dans R'. Le référentiel R n'existe en quelque sorte plus. Comment va s'exprimer la vitesse de P dans R' pour l'observateur dans R' ? Le fait que le référentiel R' soit en mouvement ne change rien à la façon dont on calcule le vecteur vitesse. C'est la dérivée du vecteur position.

Notes

Summary

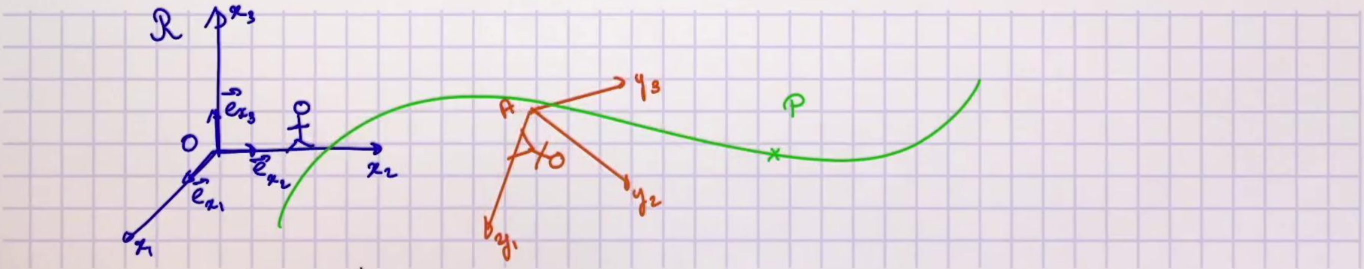
5m 47s

1. Introduction et notation

Soient un référentiel $\mathcal{R}$ fixe, muni du repère cartésien $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$

un référentiel $\mathcal{R}'$ muni du repère cartésien $(A, \vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3)$ en mouvement dans $\mathcal{R}$.

On notera $\vec{e}_{x_i}$ respectivement $\vec{e}_{y_i}$ les vecteurs unitaires de ces deux repères.



Dans $\mathcal{R}$: $\overrightarrow{OP} = \sum_i x_i \vec{e}_{x_i}$ $\quad \vec{v}_{\mathcal{R}}(P) = \sum_i \dot{x}_i \vec{e}_{x_i}$ $\quad \vec{a}_{\mathcal{R}}(P) = \sum_i \ddot{x}_i \vec{e}_{x_i}$

Dans $\mathcal{R}'$: $\overrightarrow{AP} = \sum_i y_i \vec{e}_{y_i}$ $\quad \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P) = \sum_i \dot{y}_i \vec{e}_{y_i}$ $\quad \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P) = \sum_i \ddot{y}_i \vec{e}_{y_i}$

4

Puisque je suis dans R', maintenant, pour cet observateur dans R', les vecteurs de base de R' sont fixes. La dérivée du vecteur position sera donc pas problématique. La vitesse dans R' de P est donnée par la somme sur les trois axes de la dérivée de la composante dans R' multipliée par le vecteur de base dans R'. C'est donc la somme sur i des yi point eyi. Et toujours pour l'observateur dans R', l'accélération dans R' de P est la somme sur i des dérivées secondes de la position dans R' multipliée par le vecteur de base de R'. Les problèmes vont arriver lorsque je vais vouloir faire le lien entre les deux. En effet, à partir du moment où je veux faire le lien entre R et R', je vais me placer par exemple dans R et regarder ce qui se passe pour le point P exprimé dans R', mais avec R' qui bouge. À ce moment-là, le problème viendra du fait que dans R, les vecteurs de base de R' ne sont pas fixes.

Notes

Summary

7m 46s

On peut séparer le mouvement de $\mathcal{R}'$ dans $\mathcal{R}$ en deux composantes : une rotation et une translation.

La translation donne le mouvement de A dans $\mathcal{R}$ et la rotation la rotation des axes (y_j) par rapport aux axes (x_i). On appelle $\vec{\omega}$ le vecteur rotation. $\vec{\omega}$ quelconque $\vec{\omega}(t)$!

Les vecteurs $\vec{e}_{y_j}$ changent dans $\mathcal{R}$. On obtient leur dérivée par :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{e}_{y_j} = \vec{\omega} \wedge \vec{e}_{y_j} = \dot{\vec{e}}_{y_j}$$

position dans $\mathcal{R} \leftrightarrow$ position dans $\mathcal{R}'$ $\quad \vec{v}_{\mathcal{R}}(P) \leftrightarrow \vec{v}_{\mathcal{R}'}(P)$ $\quad \vec{a}_{\mathcal{R}}(P) \leftrightarrow \vec{a}_{\mathcal{R}'}(P)$

Nous avons vu qu'on peut séparer le mouvement de R' dans R en deux parties, une rotation et une translation. La translation correspond au mouvement de A dans R. La rotation correspond à la rotation des axes de R' dans R, donc la rotation des axes yj par rapport aux axes xi. Nous appellerons ω le vecteur rotation. Attention, puisque ce vecteur rotation peut-être quelconque. Il n'est donc pas forcément colinéaire à un des axes dans le référentiel R. En plus, il peut même changer au cours du temps. Ça peut être une fonction du temps. Puisque les vecteurs eyi changent dans R, leur dérivée est non nulle. On obtiendra leur dérivée à l'aide du produit vectoriel. La dérivée par rapport au temps du vecteur eyj est égal à ω vectoriel eyj. Nous utiliserons beaucoup la notation point eyj point. Munis de ces éléments, nous pourrons nous atteler à la tâche de faire le lien entre la position dans R et la position dans R', entre la vitesse dans R de P et la vitesse dans R' de P, et entre l'accélération dans R de P et l'accélération dans R' de P.

Notes

Summary

9m 17s

II. Référentiels accélérés Video conclusion

Voilà, on a vu pourquoi il est parfois important de se placer dans un référentiel non galiléen et nous avons vu les notations que nous allons utiliser pour un référentiel galiléen, un référentiel non galiléen. Il nous reste à faire le lien entre position, vitesse et accélération dans ces deux référentiels. Ce sera l'objet de la prochaine vidéo.

Notes

Summary

10m 54s