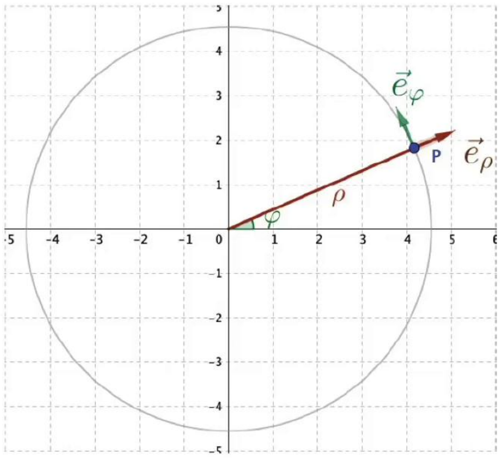
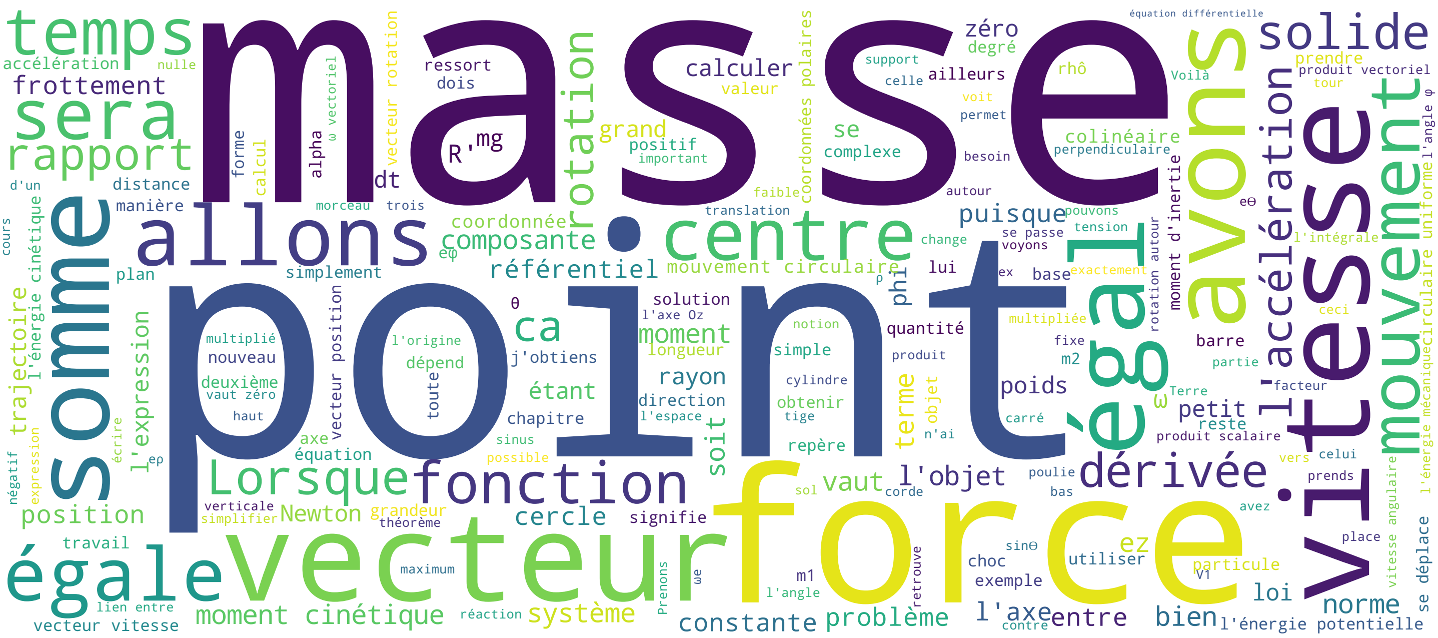
Physique générale : mécanique



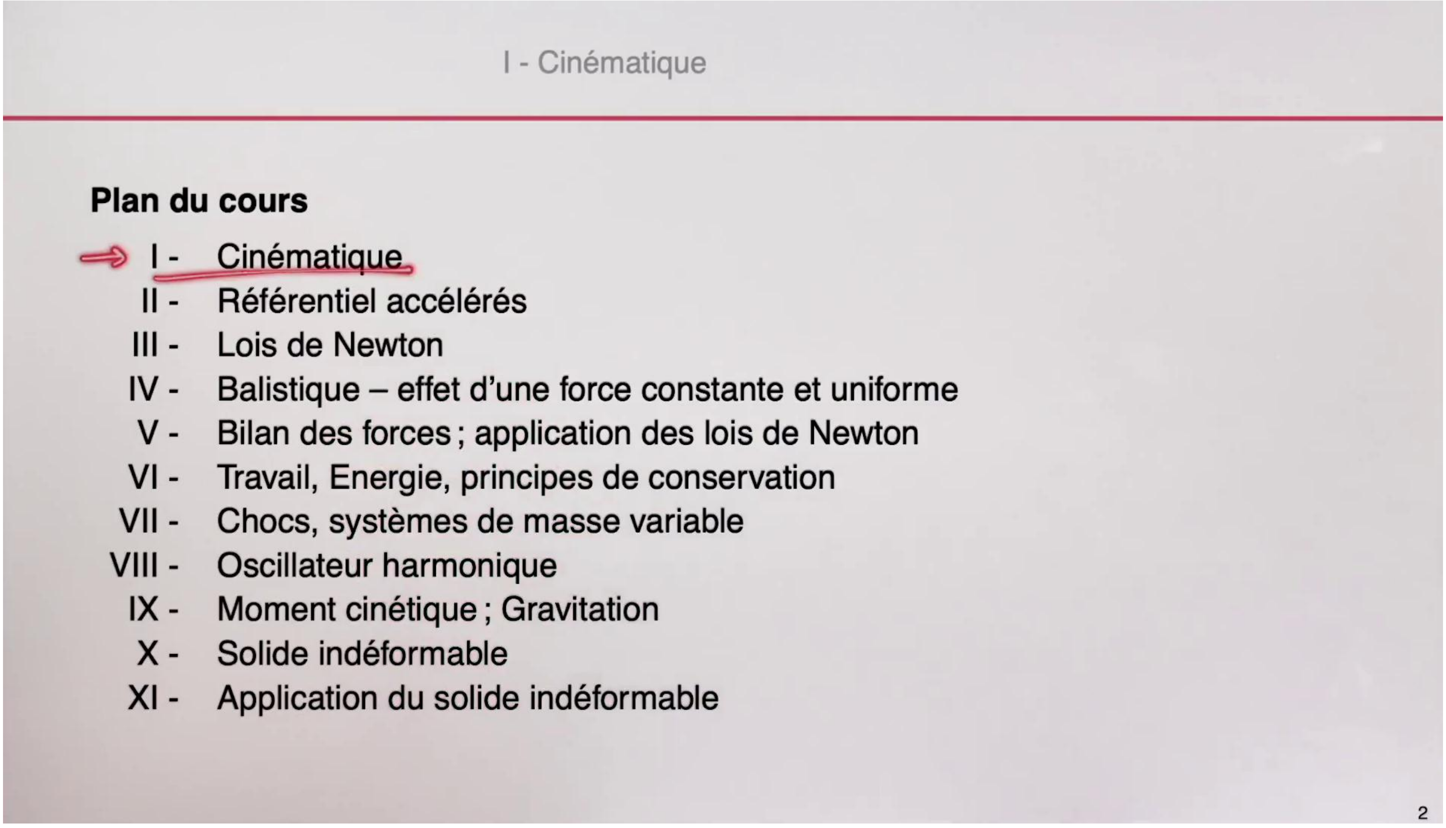
Coordonnées polaires

Partie 2

Prof. Cécile Hébert



Video

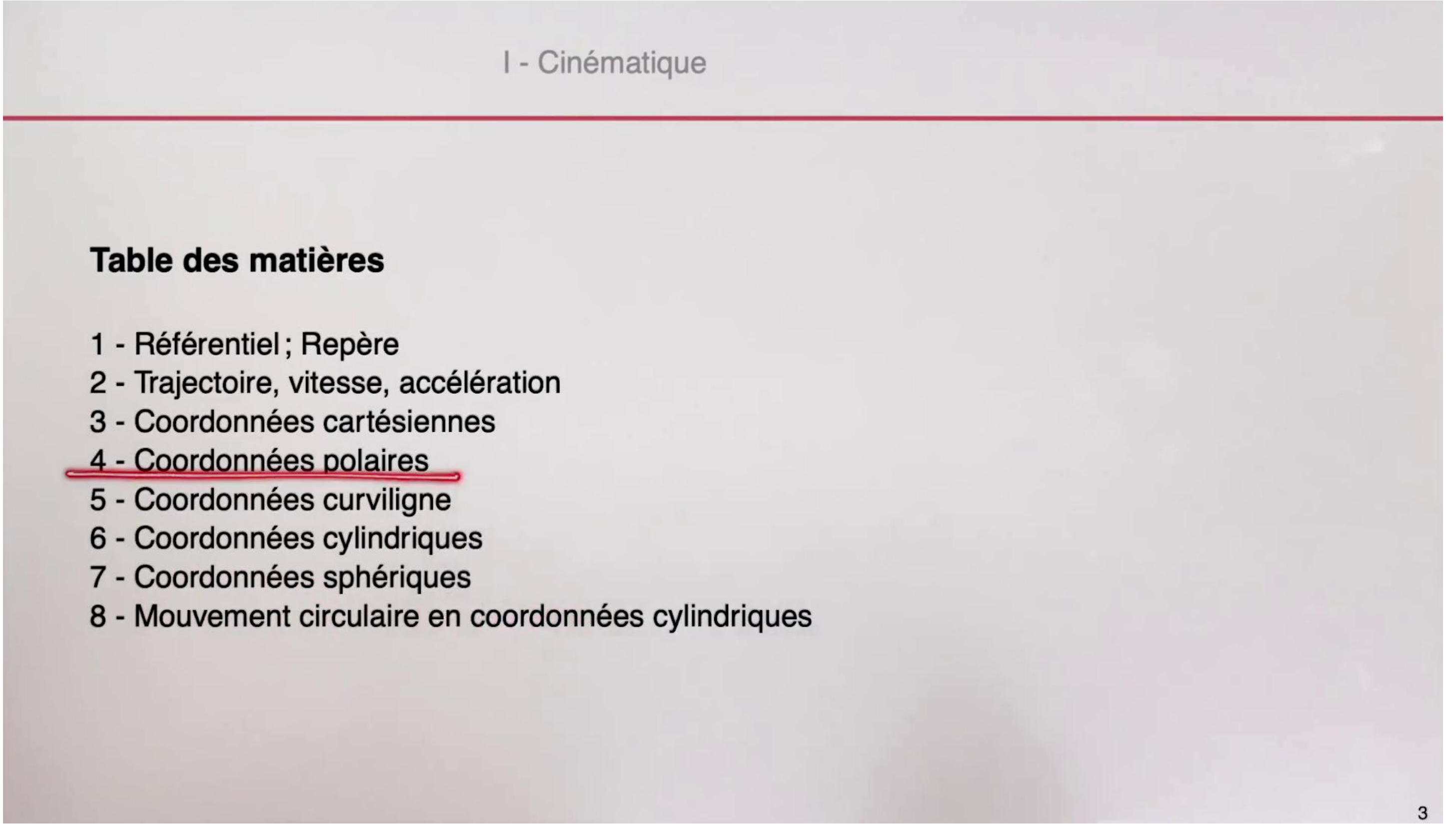


Le système de coordonnées polaires pourrait sembler beaucoup plus complexe que les coordonnées cartésiennes. Nous allons voir un exemple, celui du mouvement circulaire uniforme, où ces coordonnées seront très efficaces. Nous sommes dans le chapitre I, « Cinématique ».

Notes

Summary

0m 05s

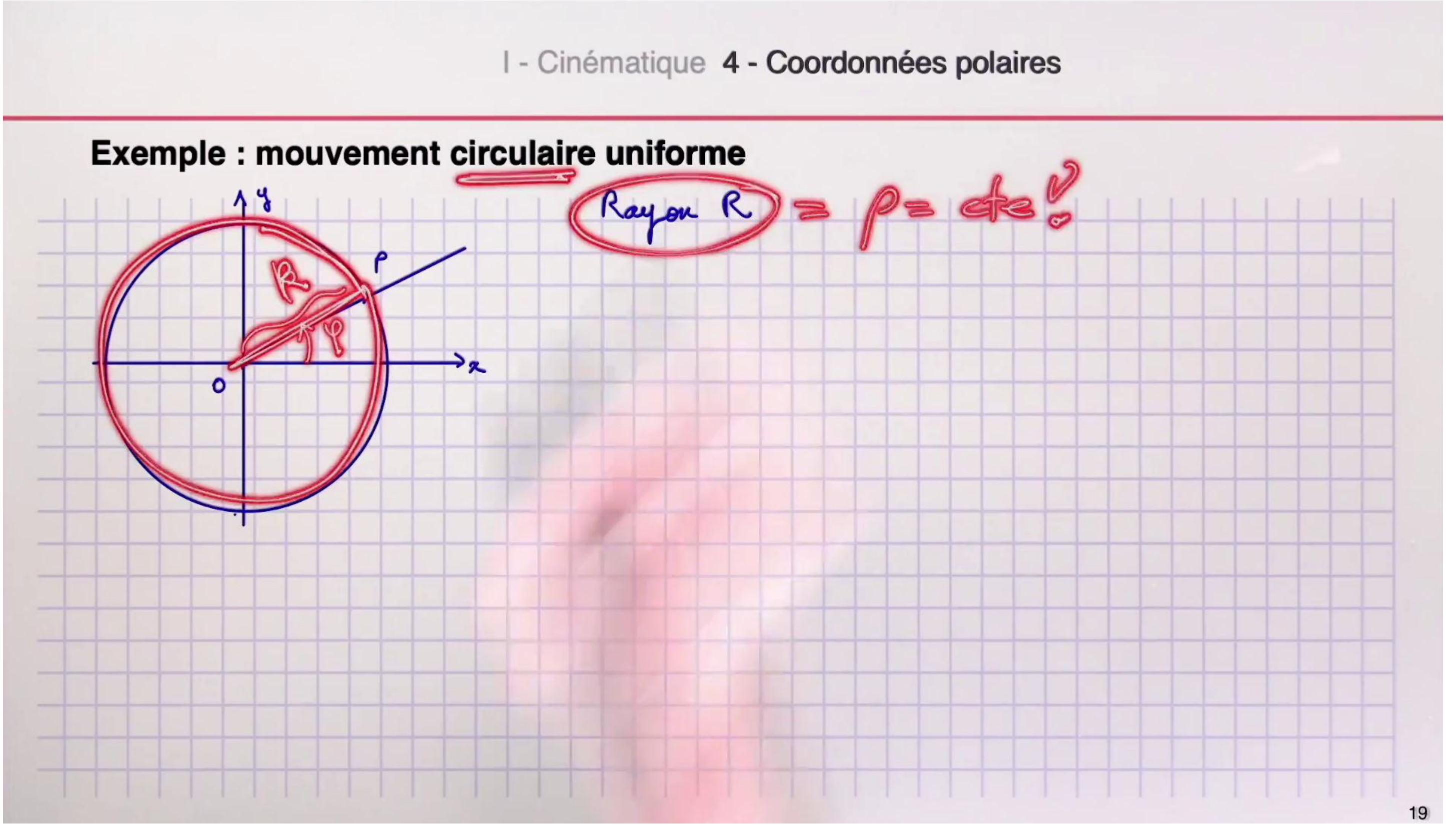


Et dans les coordonnées polaires, nous allons maintenant voir une application.

Notes

Summary

0m 23s

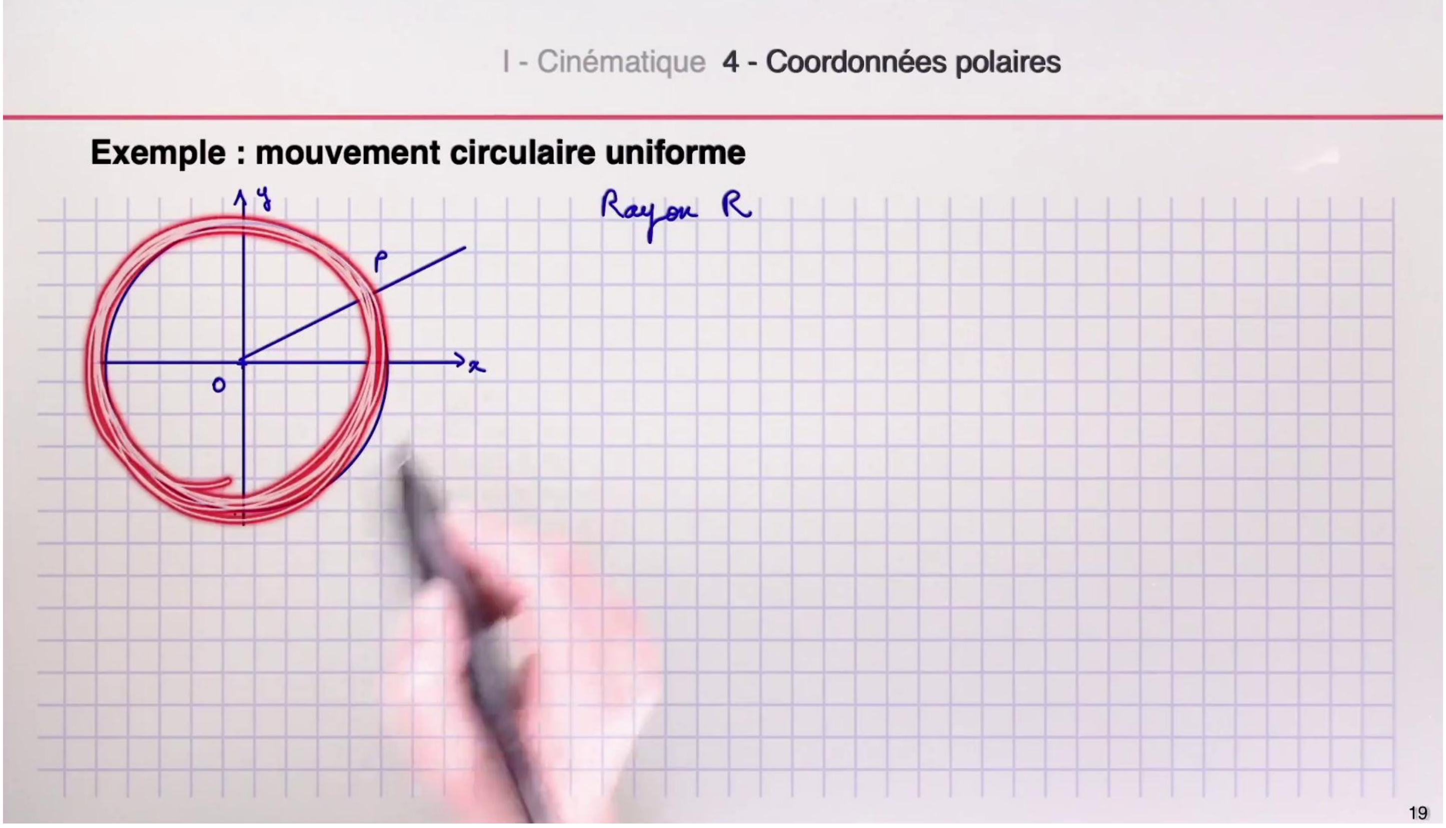


L'exemple que nous allons prendre est celui du mouvement circulaire uniforme. Mon point P va donc se déplacer sur un cercle de centre O. Les axes cartésiens sont Ox et Oy. Supposons que mon cercle a un rayon R. Comment traduire ce mouvement circulaire uniforme avec le langage des coordonnées polaires ρ et φ ? La première chose, c'est circulaire. Circulaire signifie que le point reste sur le cercle de rayon R, donc toujours à la distance R du centre. Donc ce rayon $R = \rho = \text{cte}$.

Notes

Summary

0m 27s

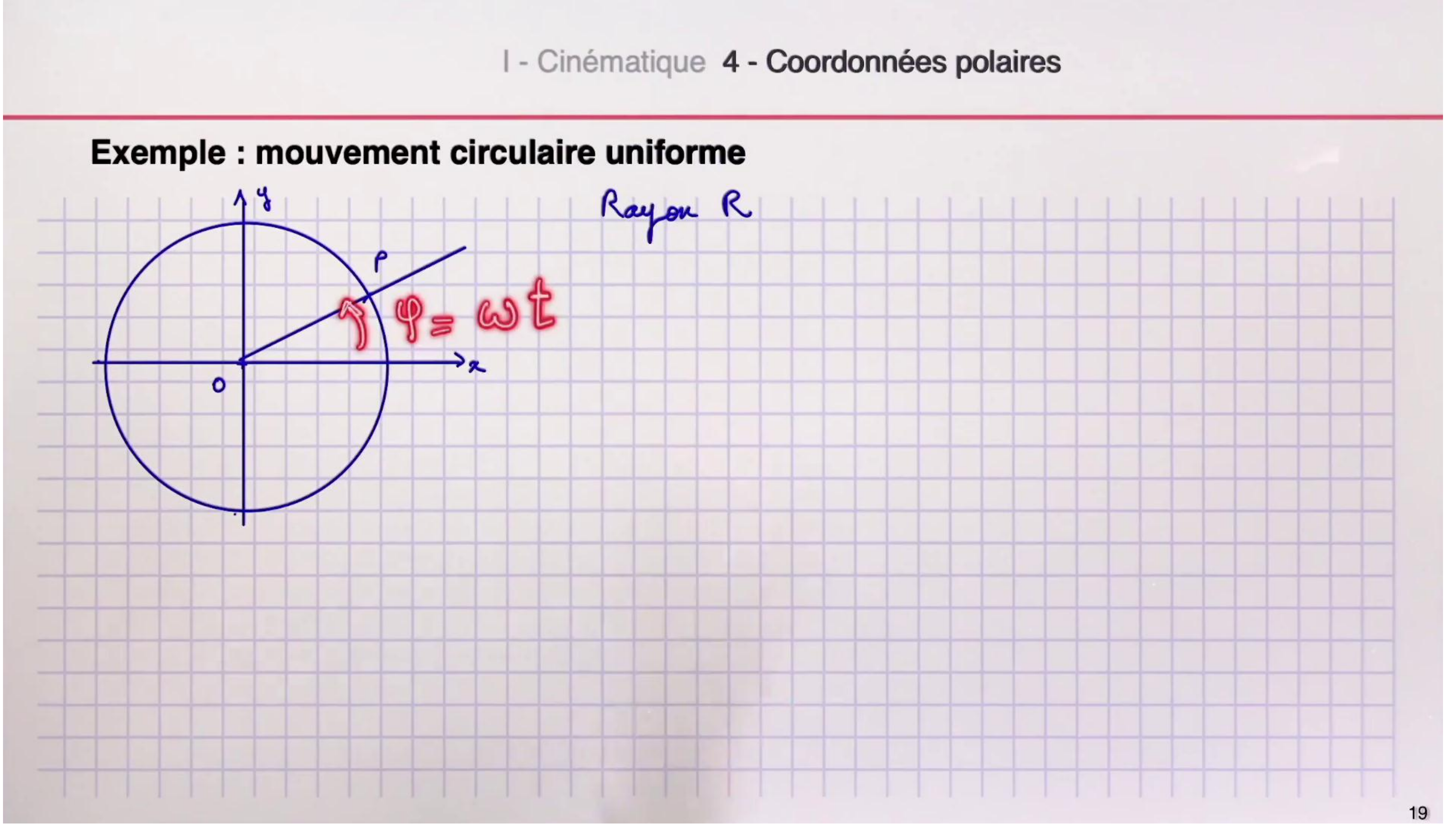


Ensuite, la deuxième chose, le mouvement est uniforme. Uniforme, cela signifie que la vitesse scalaire sur le cercle est constante. En d'autres termes, mon point P se déplace sur le cercle en voyant l'angle φ qui augmente régulièrement avec le temps, ou bien linéairement.

Notes

Summary

1m 13s

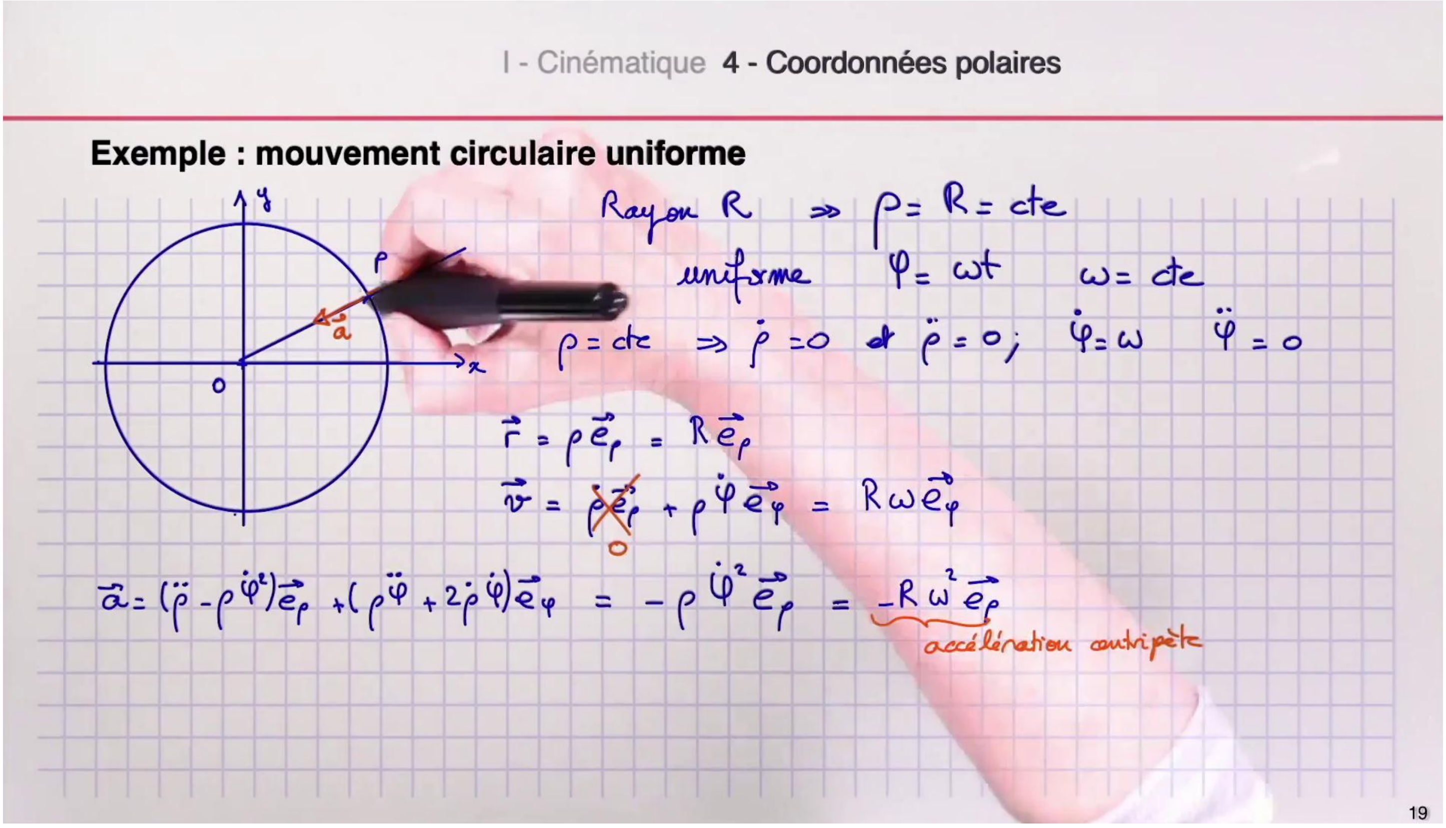


Donc, l'angle φ est tout simplement une fonction du temps de la forme constante, que nous allons appeler ω, multipliée par le temps.

Notes

Summary

1m 37s

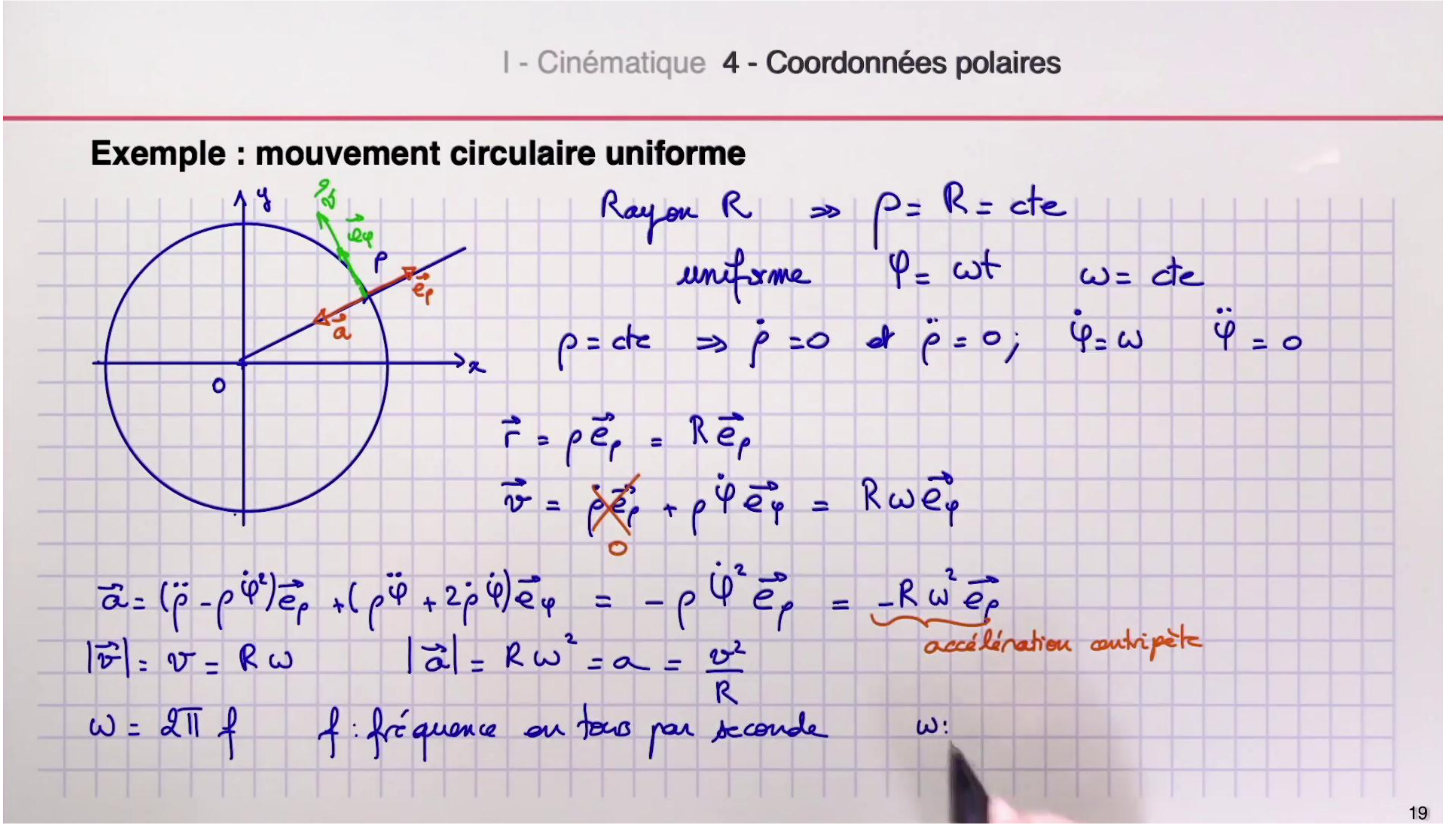


Bref, circulaire de rayon R signifie que $\rho = R = cte$. Et uniforme rajoute la contrainte $\varphi = \omega t$ avec $\omega = cte$. Mais si $\rho = cte$, alors $\dot\rho = 0$ et $\ddot\rho = 0$. Et avec l'expression $\varphi = \omega t$, $\dot\varphi = \omega$ et $\ddot\varphi = 0$. Reprenons maintenant l'expression de r, v et a. r qui valait ρe_p, va maintenant s'écrire Re_p avec $R = cte$. D'une façon générale, je vous encourage à repartir toujours de la formule la plus générale et à voir comment elle se simplifie. Nous allons reprendre l'expression pour la vitesse qui était $\dot\rho e_p + \rho\dot\varphi e_\varphi$. $\dot\rho = 0$, ce terme disparaît. $\dot\varphi$ valant ω, je peux remplacer $\dot\varphi$ par ω. De plus, ρ valant R, je peux aussi remplacer ρ par R. $v = R\omega e_\varphi$. Et pour l'accélération a, son expression complète était la suivante. $(\ddot\rho - \rho\dot\varphi^2)e_p + (\rho\ddot\varphi + 2\dot\rho\dot\varphi)e_\varphi$. Voyons ce qui se simplifie. $\ddot\rho = 0$, $\dot\rho = 0$, $\ddot\varphi = 0$. Donc le terme sur e_φ disparaît, il ne me reste qu'un terme sur e_p, qui est $-\rho\dot\varphi^2$ Or $\rho = R$ et $\dot\varphi = \omega$. Nous retrouvons donc l'expression de la vitesse et de l'accélération. Pour un mouvement circulaire uniforme, $v = R\omega e_\varphi$ et $a = -R\omega^2 e_p$. e_p est dirigé selon le rayon vers l'extérieur. L'accélération est donc dirigée vers l'intérieur du cercle. C'est l'accélération centripète. Le vecteur e_φ est colinéaire au cercle.

Notes

Summary

1m 47s



Le vecteur vitesse est lui colinéaire à eφ. Il est donc lui aussi tangent au cercle. En norme, |v→| = v = Rω. |a→| = Rω². Cela nous permet de réécrire l'accélération comme étant v²/R. Par ailleurs, si j'appelle f la fréquence, soit le nombre de tours par seconde, comme un tour fait 2π, l'angle parcouru par seconde est 2π fois la fréquence. Donc, la pulsation ω = 2π.f.

Notes

Summary

4m 37s

Et ω est appelé la pulsation. Voilà. Donc un mouvement circulaire uniforme se décrit très bien en coordonnées polaires. Avec des exercices et de l'entraînement, vous apprendrez à identifier le système de coordonnées adapté au problème que vous avez.

Notes

Summary

5m 30s