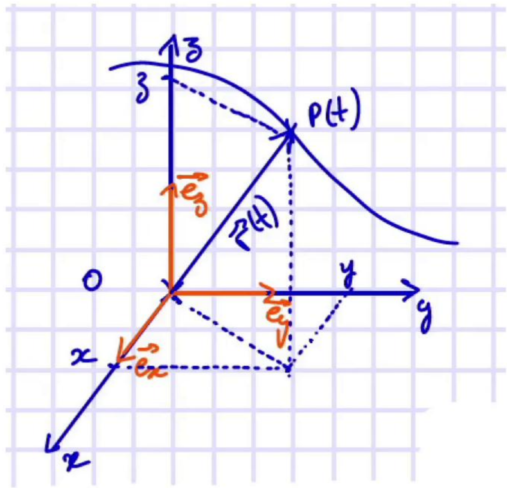
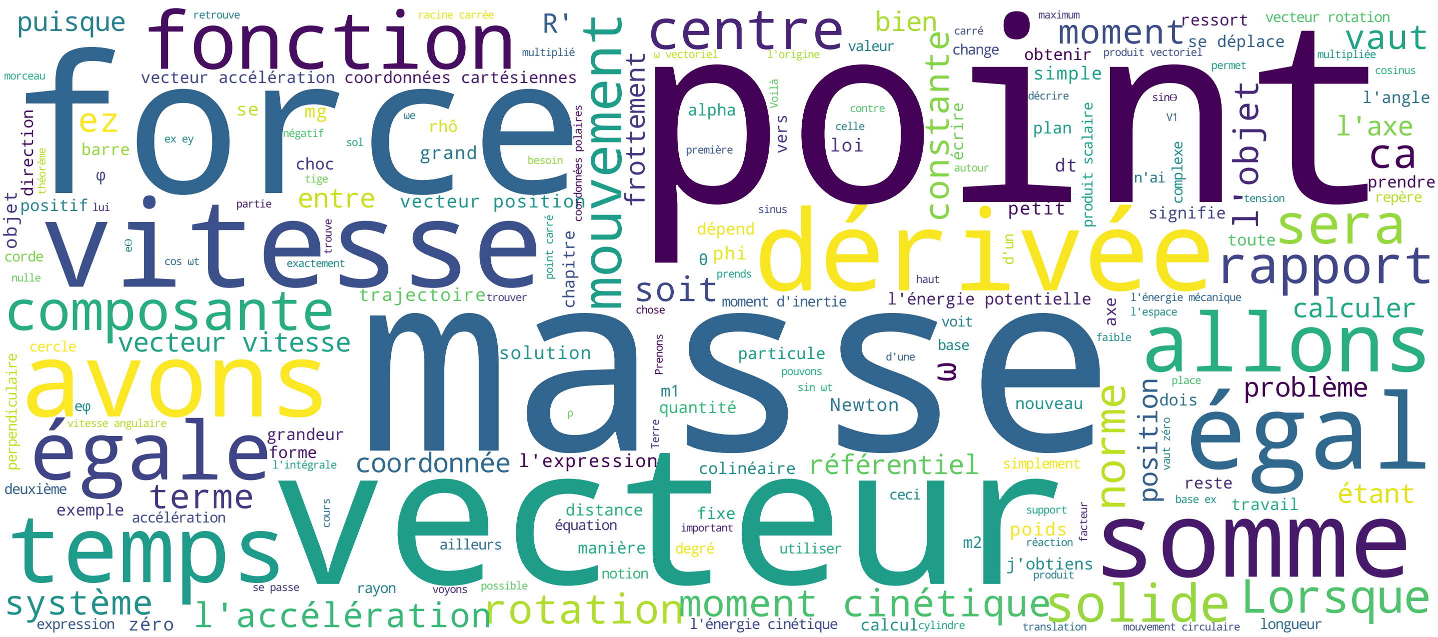
Physique générale : mécanique



Coordonnées cartésiennes

Prof. Cécile Hébert



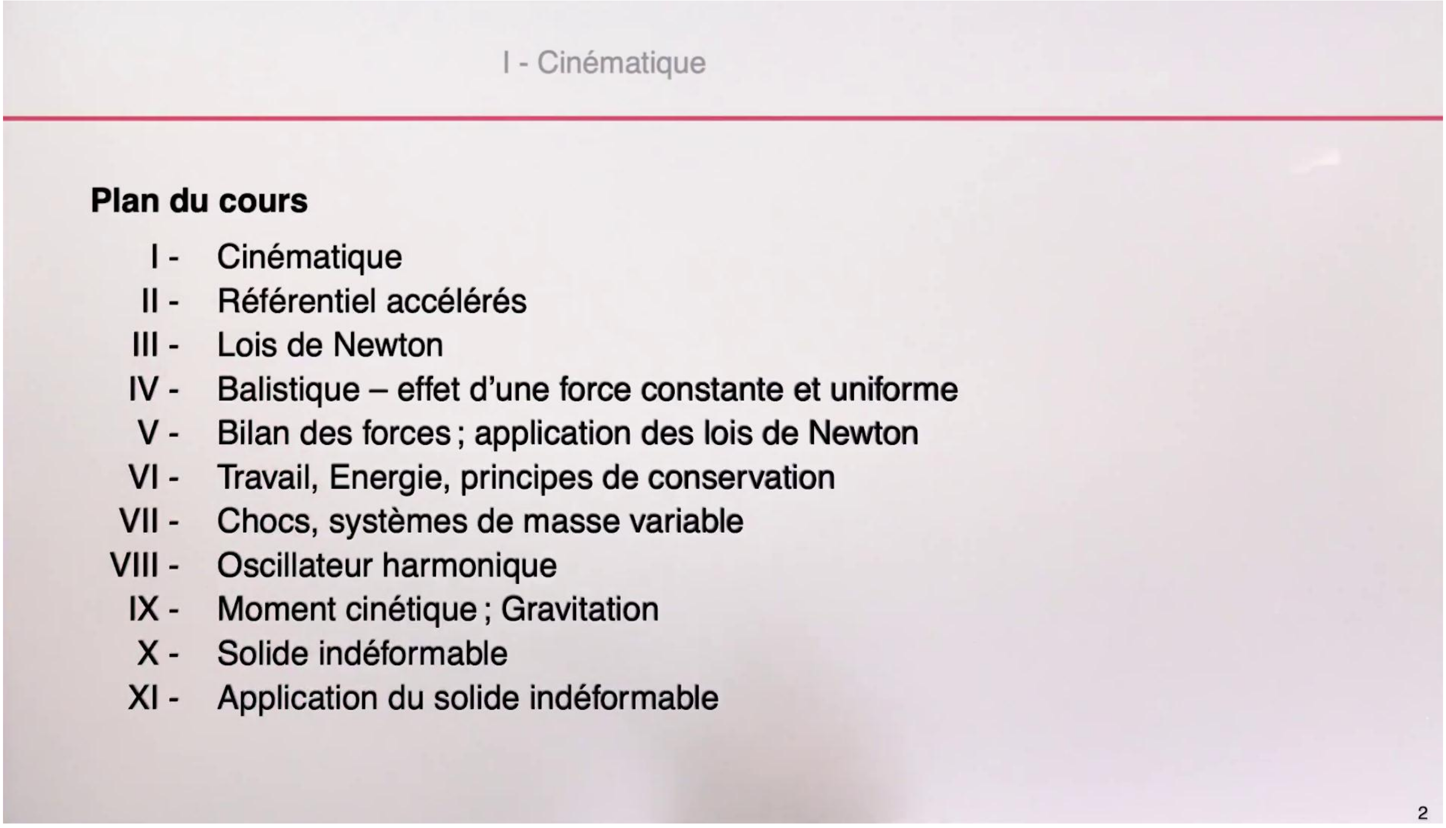
Video

Bonjour. Pour décrire les mouvements, nous avons besoin de systèmes de coordonnées. Ils vont nous permettre de décrire et aussi communiquer position, vitesse, accélération. Nous allons commencer par le plus simple, les coordonnées cartésiennes. Il est simple car il est fixe dans le référentiel choisi.

Notes

Summary

0m 05s



Nous sommes dans le chapitre 1 sur la Cinématique et nous allons voir les coordonnées cartésiennes.

Notes

Summary

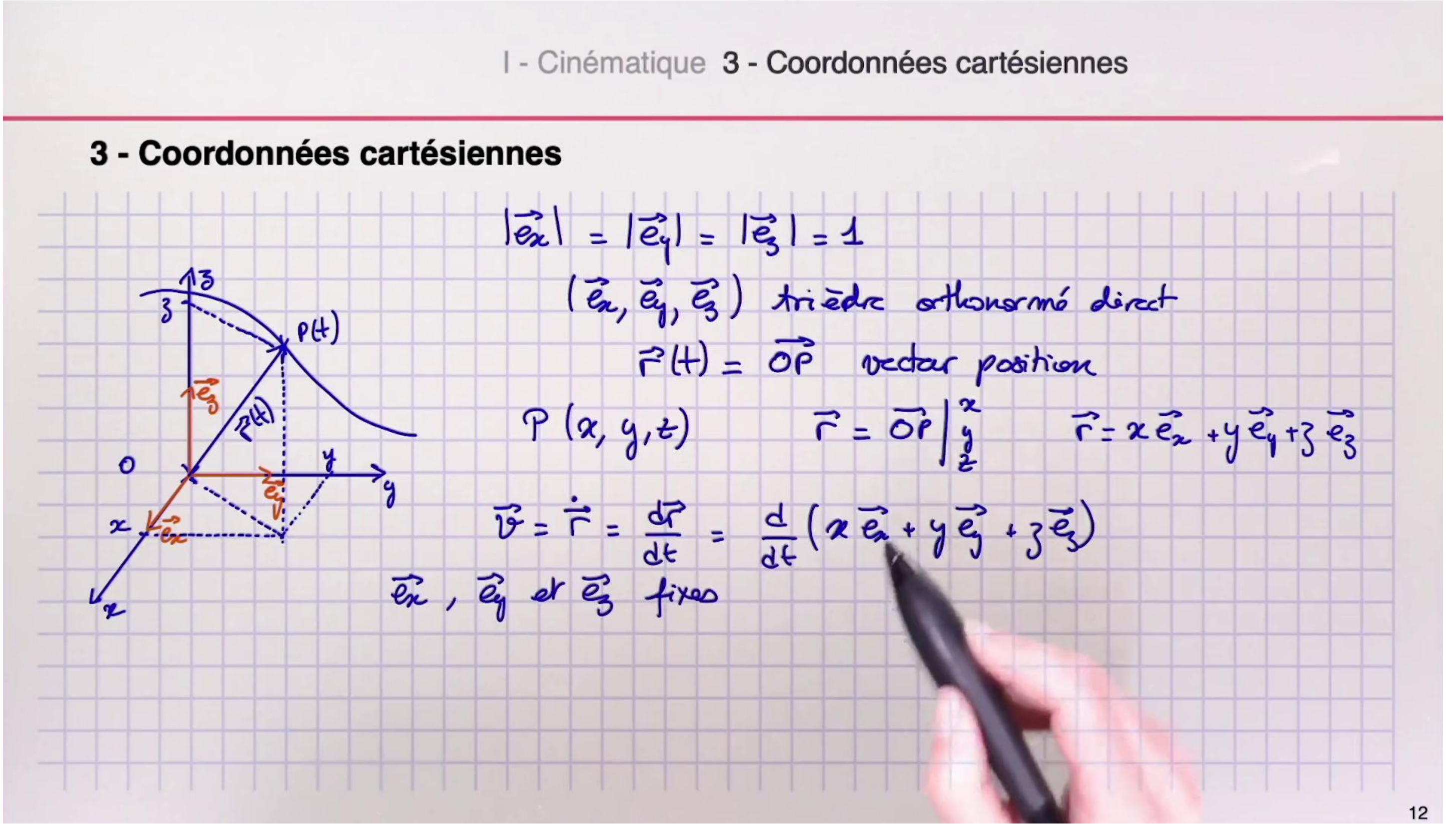
0m 26s

Table des matières

Notes

Summary

0m 29s



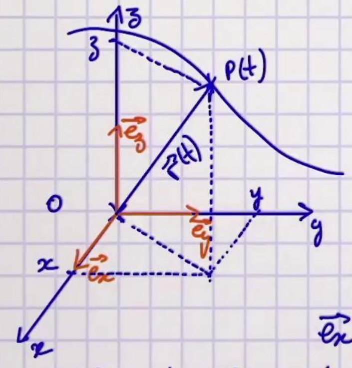
Les coordonnées cartésiennes sont les plus simples. Prenons l'origine du référentiel O et faisons partir de cette origine trois axes que nous appellerons Ox, Oy et Oz. Associés à ces trois axes, nous aurons les vecteurs de base ex, ey et ez. Les trois vecteurs de base ex, ey, ez sont de norme 1. Le trièdre ez, ey, ez est orthonormé direct. Si j'ai un objet qui se déplace sur une trajectoire dans l'espace. À l'instant t, cet objet est en P(t). Le vecteur position est le vecteur OP. Ce point P a comme coordonnées x, y et z que je lis sur les axes Ox, Oy et Oz. Le vecteur r qui est égal au vecteur OP a donc comme composante x, y et z. Je peux aussi écrire r égal x vecteur de base ex plus y vecteur de base ey plus z vecteur de base ez. Le vecteur vitesse est la dérivée par rapport au temps du vecteur position r point qui est aussi dr sur dt. C'est donc la dérivée par rapport au temps de x ex plus y ey plus z ez. Je suis dans le cas facile dans lequel ex, ey et ez sont fixes. Leur dérivée par rapport au temps est donc le vecteur nul puisqu'il ne change pas. Je n'ai donc pas besoin de les prendre en compte pour la dérivée. Ce sont des vecteurs constants.

Notes

Summary

0m 32s

3 - Coordonnées cartésiennes



$$|\vec{e}_x| = |\vec{e}_y| = |\vec{e}_z| = 1$$

$(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ trièdre orthonormé direct

$\vec{r}(t) = \vec{OP}$ vecteur position

$P(x, y, z)$ $\quad \vec{r} = \vec{OP} \left| \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array} \right.$ $\quad \vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z\right)$$

$\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$ et $\vec{e}_z$ fixes

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{e}_x + \frac{dy}{dt}\vec{e}_y + \frac{dz}{dt}\vec{e}_z = \dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z \qquad \vec{v} \left| \begin{array}{l} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{array} \right.$$

⚠ attention x, y et z sont des fonctions du temps. $x = x(t)$ "implicite"

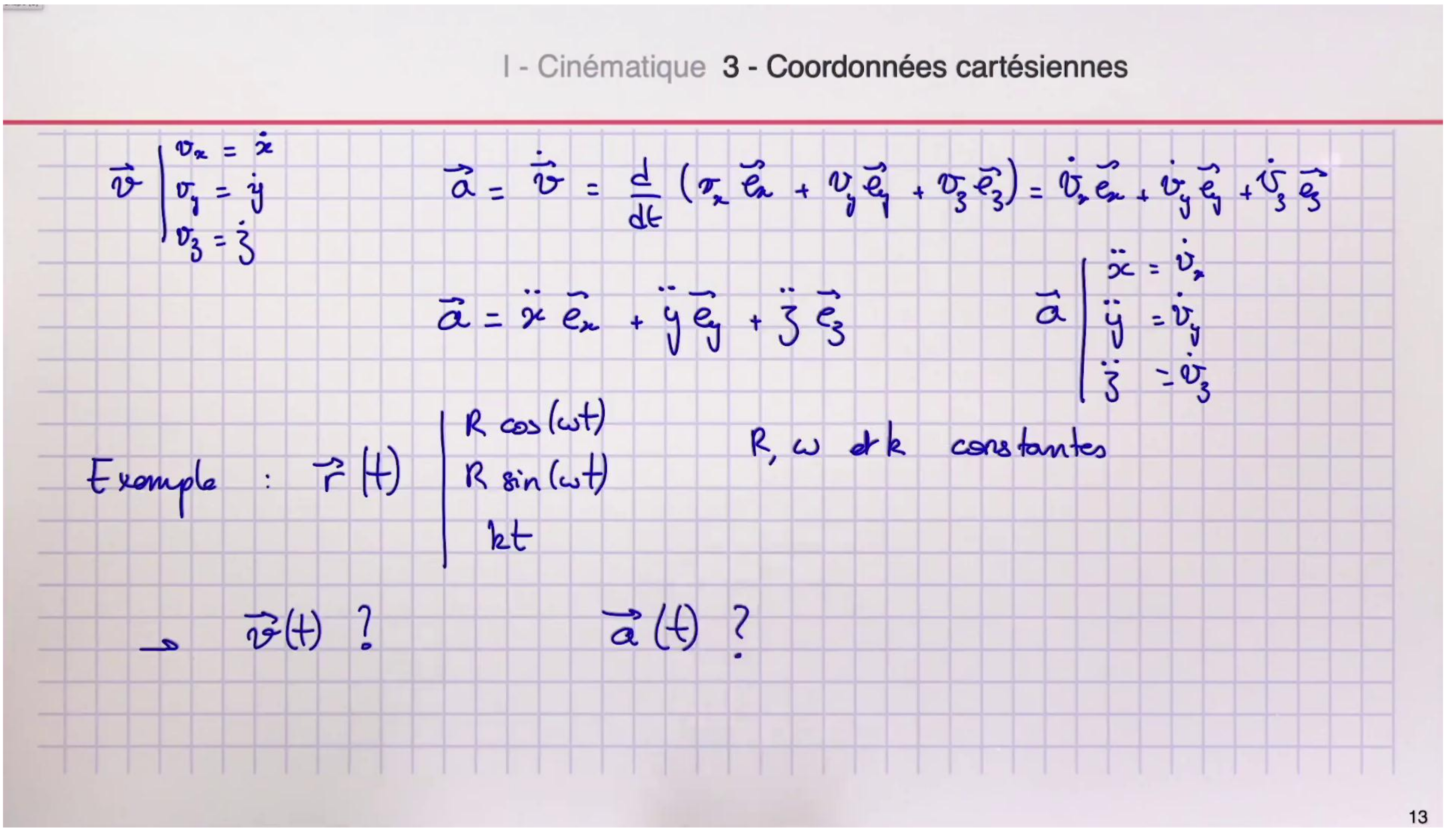
12

Lorsque je vais calculer la dérivée du vecteur position, je n'aurai donc qu'à calculer la dérivée de la coordonnée sur x, de la coordonnée sur y et de la coordonnée sur z. Ce que nous pourrons noter v = x point ex + y point ey + z point ez. Le vecteur vitesse a donc comme composante x point, y point, z point, que je peux noter verticalement puisque ex, ey et ez sont fixes. Au passage, vous remarquerez quelque chose de très important. Attention, l'objet se déplace au cours du temps, donc la position P dépend du temps. Cela signifie que x, y et z sont des fonctions du temps. Pourtant, je n'ai pas écrit x(t), y(t) et z(t). C'est une information qui est dite implicite. Cela arrivera très souvent en physique pour faciliter la notation. Il faut donc bien garder à l'esprit quelles sont les grandeurs qui sont une fonction du temps et quelles sont les grandeurs qui ne le sont pas afin de savoir s'il faut les dériver.

Notes

Summary

2m 30s

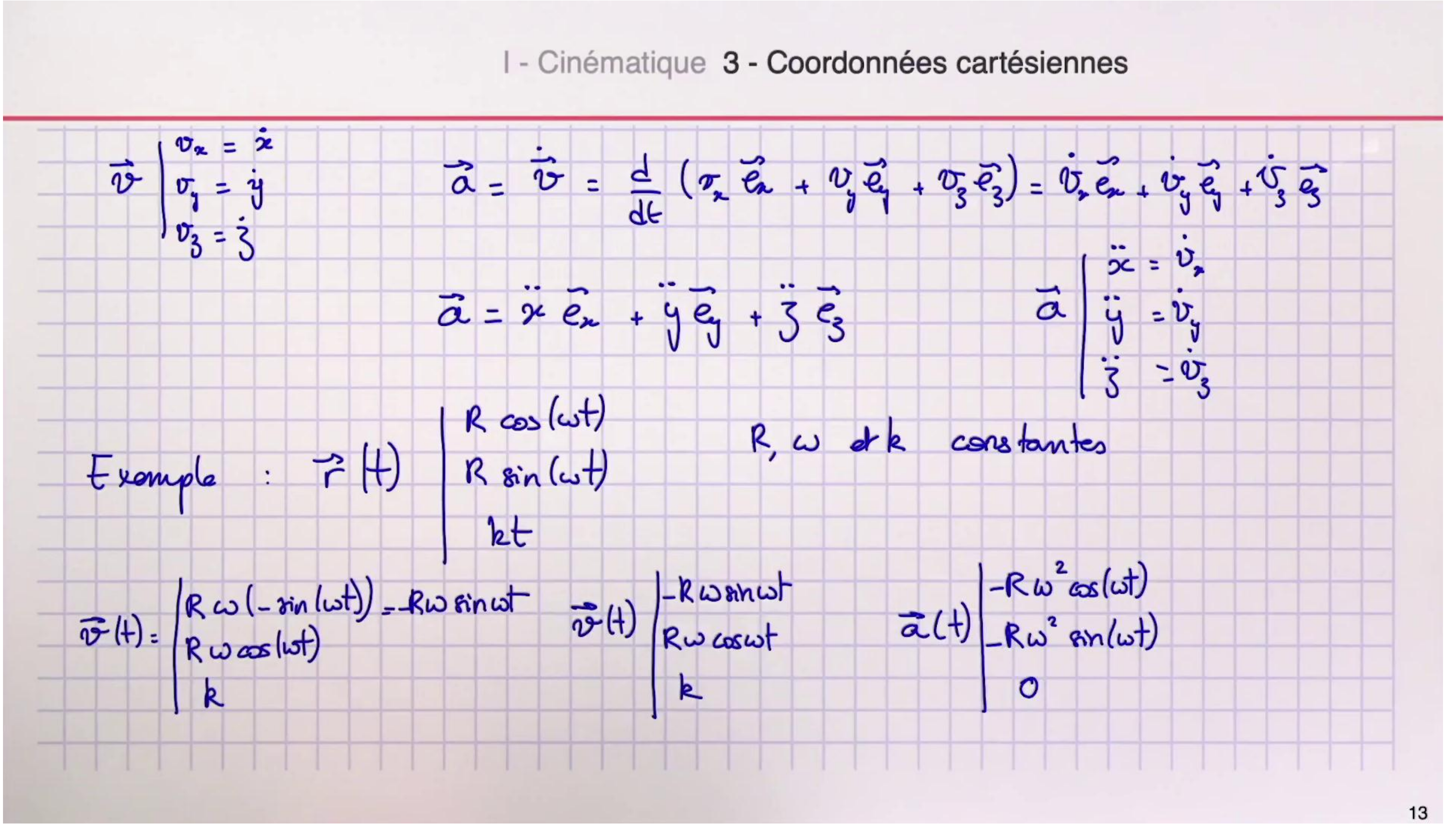


Si nous notons Vx, Vy et Vz, les composantes du vecteur vitesse. Vx est donc égale à x point, Vy à y point et Vz à z point. Le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse. C'est la dérivée par rapport au temps de Vx ex plus Vy ey plus Vz ez. De la même manière, c'est Vx point ex plus Vy point ey plus Vz point ez. En d'autres termes, je peux aussi écrire le vecteur accélération comme étant x deux points ex plus y deux points ey plus z deux points ez, ou en notation verticale. Le vecteur accélération a comme composante x deux points, y2 deux points et z deux points n'est autre point. Ce qui n'est autre que Vx point, Vy point et Vz point. À titre d'exemple, supposons que nous ayons le vecteur position r(t) donné par R cos(ωt) R sin(ωt) et kt, avec r, ω et k, des constantes. Essayez de calculer les composantes du vecteur vitesse en fonction du temps et les composantes du vecteur accélération en fonction du temps.

Notes

Summary

3m 51s

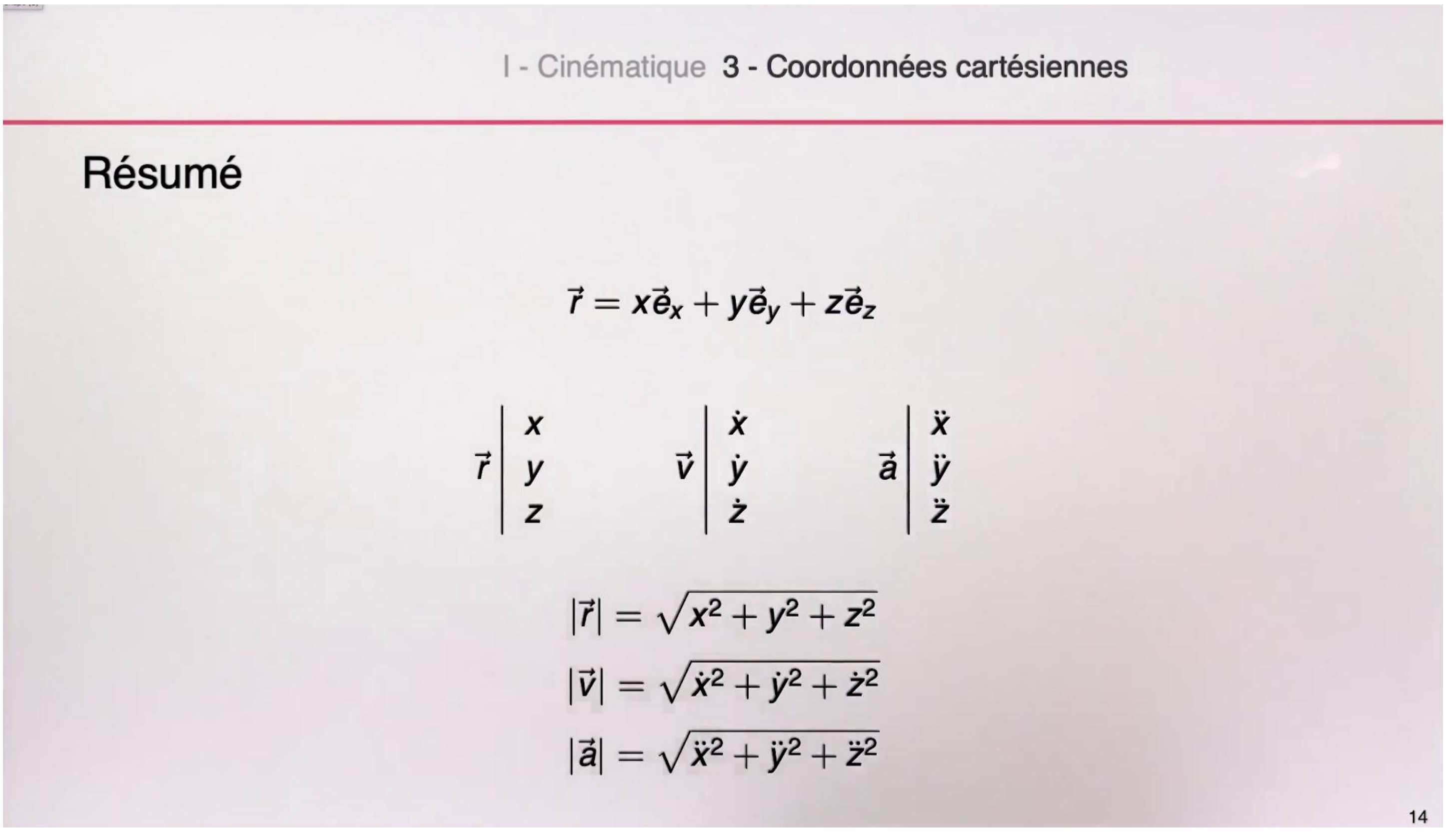


Voyons la solution. Le vecteur la vitesse est la dérivée du vecteur position. Je dois donc dériver r(t). R est une constante, ω est une constante. Ma variable, c'est le temps. La dérivée de R cos(ωt) sera donc R. La dérivée de ωt, c'est ω qui va se retrouver devant. La dérivée de cos, c'est −sin qui sera appliquée à ωt. Je trouve donc R ω (-sin (ωt)) soit -R ω sin ωt. Même chose pour la dérivée de la composante sur y. Simplement, la dérivée de sinus, c'est plus cosinus. Je trouve donc R ω cos(ωt). k étant une constante, la dérivée de kt est k. J'ai donc le vecteur vitesse en fonction du temps qui a comme composantes -R ω sin(ωt), R ω cos(ωt) et k. Pour trouver les composantes du vecteur accélération en fonction du temps, je dois dériver le vecteur vitesse. Cela se fait de la même façon. Je vais donc trouver -R, ω fois ω fera ω^2, cos(ωt). La dérivée de cos, c'est -sin. J'aurai donc à nouveau un moins, -R ω^2 sin(ωt). Comme k est une constante, sa dérivée est nulle.

Notes

Summary

5m 56s



En résumé, en coordonnées cartésiennes, le vecteur position est donné par x vecteur de base ex plus y ey plus z ez. Le vecteur r a comme composantes x, y et z. Le vecteur vitesse a comme composantes les dérivées x point y point et z point et le vecteur accélération, les dérivées secondes. Pour calculer la norme du vecteur position, nous prendrons la racine carrée de x^2 plus y^2 plus z^2. La norme du vecteur vitesse sera racine carrée de x point carré plus y point carré plus z point carré, de la même manière pour la norme du vecteur accélération.

Notes

Summary

7m 41s

Voilà, nous avons vu le système de coordonnées cartésiennes. On pourrait penser que c'est toujours le système de coordonnées le plus simple à utiliser puisqu'il est fixe dans le référentiel. Nous allons voir que parfois, la symétrie du problème est mieux traitée avec d'autres systèmes.

Notes

Summary

8m 23s