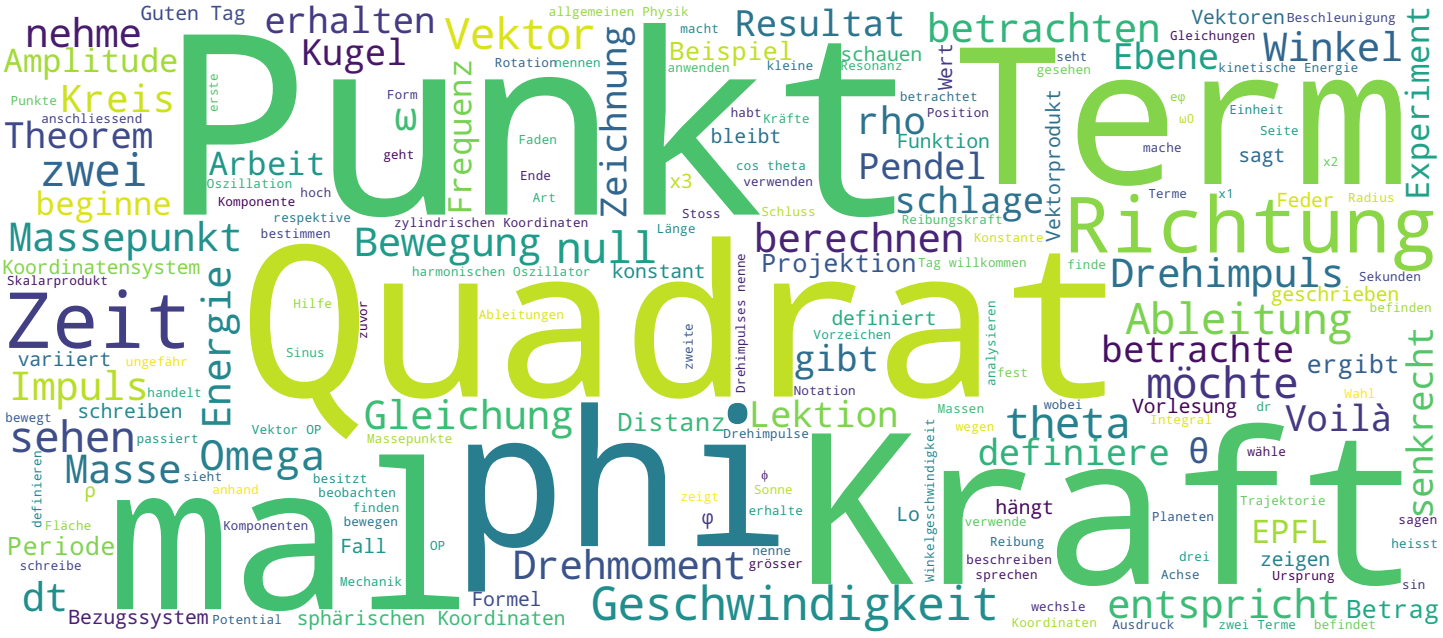
ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

http://go.epfl.ch/traite-meca-1-13

Moment cinétique et moment de force

Mécanique, cours 13.1

Jean-Philippe Ansermet



EPFL

Moment cinétique et moment de force

- Définitions
- Théorème du moment cinétique pour un point matériel

Mécanique | 2013 4

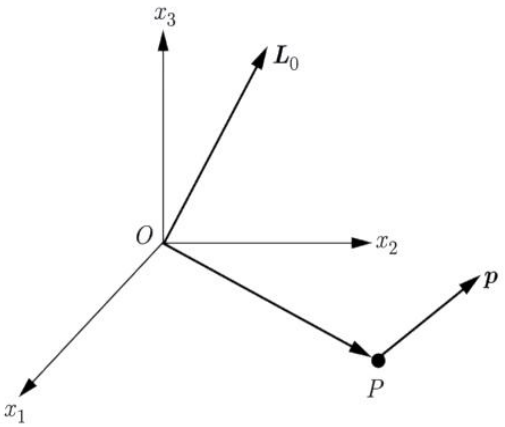
Guten Tag, willkommen zur Vorlesung der allgemeinen Physik an der EPFL. In dieser Lektion werde ich zwei neue physikalische Grössen einführen. Im nächsten Modul werden wir diese sofort anwenden, um zu analysieren, wie sich die Planeten um die Sonne drehen. Ich werde den Drehimpuls und das Drehmoment einführen. Wir werden sehen, dass zwischen diesen beiden eine Verbindung existiert, welche ich das Theorem des Drehimpulses nenne.

Notes

Summary

0m 04s

Définition : moment cinétique



O : un point du référentiel
P : point matériel, quantité de mouvement $\boldsymbol{p}$

$$\boldsymbol{L}_0 = \boldsymbol{OP} \wedge \boldsymbol{p}$$

Attention : normal au plan défini par les deux vecteurs $\boldsymbol{OP}$ et $\boldsymbol{p}$.

Ich beginne mit der Definition des Drehimpulses. Ich betrachte ein Punkt O in einem Bezugssystem. Ich habe einen Massepunkt P mit gegebenen Impulsen. Ich definiere also den Drehimpuls, welchen ich als L Index *o* repräsentiere. *o* ist der zuvor im Bezugssystem gewählte Punkt. Ich definiere den Drehimpuls als das Vektorprodukt des Ortsvektors OP mit dem Impuls des Massepunktes. Wenn ich eine Zeichnung mache, wie üblich. Ein kartesisches Achsensystem, welches das Koordinatensystem darstellt. Ich wähle meinen Punkt O im Ursprung dieses kartesischen Achsensystems. Hier mein Punkt P. Ich habe den Vektor OP und den Vektor P, den Impuls. Dies beiden zusammen bilden eine Ebene und Lo muss wegen den geometrischen Eigenschaften des Vektorprodukts normal zu dieser Ebene sein. Also in dieser Zeichnung hier muss man Lo als das Resultat der Rechten-Hand-Regel verstehen. Dieses ist senkrecht zu der, von diesen beiden Vektoren geformten, Ebene. Logischerweise, wenn ich einen anderen Punkt als O wähle, zum Beispiel einen Punkt hier weiter unten, vergrössert sich der Vektor OP. Der Betrag von Lo wird sich ändern. Deswegen hängt der Vektor Lo, der Drehimpuls, von der Wahl des Punktes O ab. Aus diesem Grund schlage ich eine Notation vor, welche explizit den Referenzpunkt erwähnt. Deswegen sprechen wir vom Drehimpuls im Punkt O.

Notes

Summary

0m 31s

Définition : moment d'une force

O : un point du référentiel
P : point matériel, subit une force $\boldsymbol{F}$

$$\boldsymbol{M}_0 = \boldsymbol{OP} \wedge \boldsymbol{F}$$

Le point de référence est important !

Ich wechsle nun zur Definition des Drehmoments. Noch einmal betrachte ich einen Punkt O, welcher sich in einem Bezugssystem befindet. Ich nehme an, dass ich einen Masspunkt P habe, welcher eine Kraft F erfährt. Das Drehmoment in O definiere ich als das Vektorprodukt von OP mit der Kraft F. So hier. Noch einmal, diese Definition hängt von der Wahl von O ab. Deswegen schlage ich eine explizite Notation vor, in welcher der gewählte Referenzpunkt, um das Drehmoment zu berechnen, erkennbar ist.

Notes

Summary

2m 37s

Propriété : th. moment cinétique (pt. mat.)

$$\frac{d\boldsymbol{L}_0}{dt} = \boldsymbol{M}_0$$

Démonstration :

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{L}_0 = \frac{d}{dt}(\boldsymbol{OP} \wedge \boldsymbol{p}) = (\dot{\boldsymbol{OP}} \wedge \boldsymbol{p}) + (\boldsymbol{OP} \wedge \dot{\boldsymbol{p}}) = \boldsymbol{OP} \wedge \boldsymbol{F}$$

$\dot{\boldsymbol{OP}} \wedge \boldsymbol{p} = 0$; $\dot{\boldsymbol{p}} = \vec{F}$; $\boldsymbol{OP} \wedge \boldsymbol{F} = \vec{\Pi}_0$

Nun habe ich das folgende Resultat, welches ich Theorem des Drehimpulses nenne. Dieses sagt aus, dass die Ableitung nach der Zeit des Drehimpulses äquivalent zum Drehmoment ist, wobei selbstverständlich beide denselben Referenzpunkt besitzen. Beweis: Also ich starte mit dem linken Term. Ich verwende die Definition von Lo. Lo ist Op kreuz den Impuls. Ich möchte die Ableitung nach der Zeit eines Produkts berechnen. Ich habe also zwei Terme. Ich werde zuerst die Ableitung von OP berechnen und anschliessend jene des Impulses. Dieser Term hier ergibt null, da dies die Geschwindigkeit ist, welche kolinear mit dem Impuls ist. Ich habe also null. Hier habe ich P Punkt. Dank Newton ist dies F. Ich finde also diesen Term hier, welcher per Definition Mo ist. Ich habe also das Theorem des Drehimpulses bewiesen.

Notes

Summary

3m 23s