



- Puissance d'une force
- Travail d'une force
- Énergie cinétique
- Théorème de l'énergie cinétique
- Unités

Mécanique | 2013 7

Bonjour, bienvenue au cours de Physique Générale de l'EPFL. Dans cette leçon je vais introduire la notion de travail et d'énergie. Jusqu'à maintenant nous avons examiné la dynamique du point matériel en utilisant la deuxième loi de Newton. Nous avons obtenu des équations du mouvement qui sont des équations différentielles avec manifestation des dérivées deuxièmes par rapport au temps. Quand on veut étudier la dynamique d'un système, il est utile de pouvoir retrouver les constantes du mouvement, ce sont des grandeurs qui dépendent de dérivées premières par rapport au temps et qui se trouvent être des constantes. Ceci permet d'analyser mieux le système, d'abord parce que au lieu d'avoir des dérivées deuxièmes, on a des dérivées premières, donc on a déjà fait une étape vers l'intégration du système dynamique. Pour introduire les notions d'énergie, je commence avec la notion de puissance d'une force, de là je peux définir le travail d'une force, je définis alors l'énergie cinétique et je vais montrer le lien étroit qu'il y a entre l'énergie cinétique et le travail d'une force. Je finis cette leçon avec un rappel sur les unités de grandeur de la mécanique.

Notes

Summary



0m 04s

Définition : puissance instantanée d'une force



Point matériel :
-Vitesse \mathbf{v}
-Force exercée \mathbf{F}

$$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

Mécanique | 2013 10

Je commence avec la définition de ce que j'appelle la puissance instantanée d'une force. Imaginez qu'on a un point matériel de vitesse \mathbf{v} qui subit une force \mathbf{F} . Alors par définition je vais appeler la puissance instantanée de la force, le produit scalaire \mathbf{F} fois \mathbf{v} . Donc ici j'ai P qui est une grandeur scalaire qui résulte du produit scalaire de la force et de la vitesse.

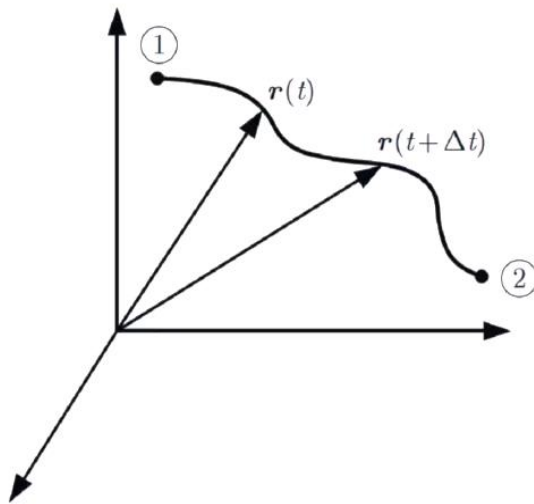
Notes

Summary



1m 32s

Définition : travail d'une force



$$W_{12} = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt$$

$$= \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}(t) \cdot \mathbf{v} dt$$

$$\delta W = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

Je passe maintenant à la définition du travail d'une force. J'imagine avoir un référentiel matérialisé ici par un système d'axe, je suppose que je connais déjà la trajectoire du point matériel, et je suppose que je vais du point un au point deux, je suis au temps T1 au point un et au temps T2 au point deux et j'appelle travail de la force l'intégrale dans le temps de la puissance instantanée. Si maintenant j'utilise ma définition de ma puissance instantanée, c'est la force fois la vitesse, je vois apparaître un $v dt$, c'est un terme que je peux appeler dr , c'est donc la limite du Δr que j'ai ici, ça c'est un Δr puisque ici j'ai donné un Δt , c'est donc la limite de ce terme-là lorsque Δt tend vers zéro et, on l'avait vu, la vitesse est tangente à la trajectoire donc le dr est tangent aussi. Alors une façon de penser la notion de travail d'une force, c'est de se dire que dans un déplacement dr le travail de la force F c'est ce terme-là, celui qu'on a ici, que je réécris ici, qu'on appelle souvent, qu'on dénote souvent δw donc si on veut calculer le travail pour aller de un à deux, on doit faire une somme de δw le long de la trajectoire.

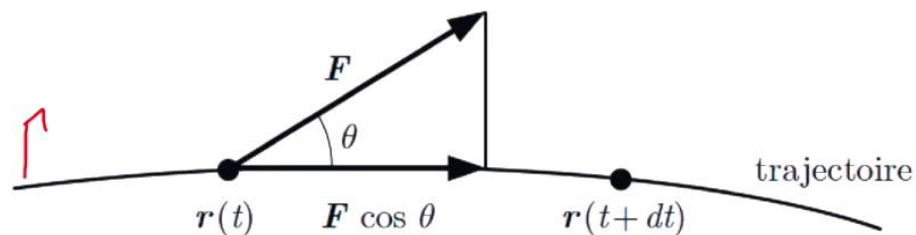
Notes

Summary



$$\delta W = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = |\mathbf{F}| |d\mathbf{r}| \cos \theta$$

$$W = \int_{\Gamma} \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}$$



Mécanique | 2013 17

Regardons maintenant ce travail infinitésimal δW , c'est le produit scalaire de \mathbf{F} fois $d\mathbf{r}$. Si on se fait une représentation géométrique de ce qui se passe voilà un élément de trajectoire, j'ai représenté \mathbf{r} de t et \mathbf{r} de $t + dt$ donc j'ai un vecteur $d\mathbf{r}$ qui est comme ceci, et ce produit scalaire-là correspond au déplacement $d\mathbf{r}$, qu'on a ici, fois la projection de la force, le $F \cos \theta$ nous donne la projection de la force que j'ai indiqué ici, que j'ai noté $F \cos \theta$. Donc c'est la composante de la force tangente à la trajectoire qui travaille. Cette composante-là, j'aurais pu dessiner cette composante comme ceci, cette composante est perpendiculaire à $d\mathbf{r}$ donc donne zéro. Il n'y a que la composante projetée sur la tangente qui contribue au travail. Maintenant si on veut calculer le travail pour aller sur deux points, avec un déplacement fini le long de la trajectoire, une façon d'exprimer le travail, c'est de l'écrire comme ceci : j'ai un signe d'intégration avec un gamma, je vais convenir que je vais appeler gamma la trajectoire, et donc je veux dire que je dois calculer le $\mathbf{F} d\mathbf{r}$ où le $d\mathbf{r}$ est tangent à la trajectoire et je fais une somme de $\mathbf{F} d\mathbf{r}$ tout le long de la trajectoire. Ça, ça me donne le travail.

Notes

Summary



4m 00s

Définition : énergie cinétique



Point matériel :

-Vitesse \mathbf{v}

-Masse m

$$T = \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2$$

Mécanique | 2013 20

Maintenant j'introduis la notion d'énergie cinétique. Alors je reprends un point matériel dont la vitesse est donnée, v , la masse m , par définition j'appelle énergie cinétique que je note T une demie de mv carré. Si on a plusieurs points matériels, il suffit de sommer toutes les contributions de type une demie de mv carré. C'est la définition de mon énergie cinétique.

Notes

Summary



5m 53s

Propriété : théorème de l'énergie cinétique

$$T_2 - T_1 = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} dt$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} dt = \int_{t_1}^{t_2} m \mathbf{a} \cdot \mathbf{v} dt = \int_{t_1}^{t_2} m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \mathbf{v} dt$$

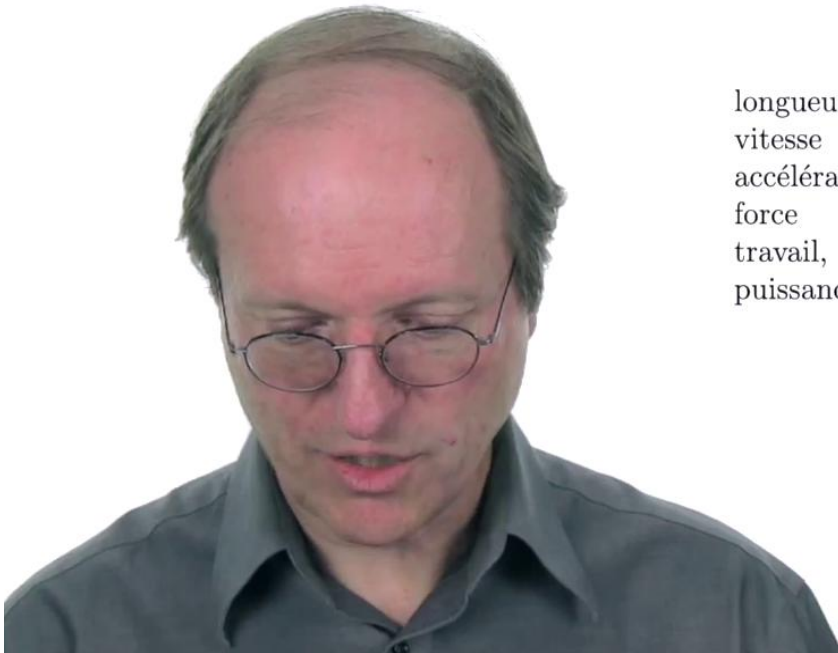
$$\int_{t_1}^{t_2} \underbrace{m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \mathbf{v}} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) dt = \frac{1}{2} m v^2 \Big|_1^2 = T_2 - T_1$$

Maintenant je passe à ce que je vais appeler le théorème de l'énergie cinétique. Il dit ceci : T_2 moins T_1 c'est le changement de l'énergie cinétique quand le point matériel passe de la position un à la position deux et ce théorème dit que ceci vaut le travail donc l'intégrale de la puissance instantanée entre le temps T_1 et le temps T_2 . Je démontre maintenant ce théorème. Alors je pars de ce terme de droite, du signe égal $\mathbf{F} \cdot \mathbf{v} dt$ et pour \mathbf{F} j'utilise la deuxième loi de Newton. J'ai \mathbf{F} égal $m\mathbf{a}$, c'est ce que j'ai écrit ici. Le $m\mathbf{a}$ je vais l'écrire $m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ et maintenant ce terme-là je veux y reconnaître une dérivée par rapport au temps de une demie de mv carré. C'est ce que j'ai écrit ici dessous. Ce terme-là je l'écris comme la dérivée par rapport au temps de une demie de mv carré, donc on a l'intégrale de la dérivée. Ça fait donc cette fonction-là, ce que j'ai écrit ici, pris au temps T_2 moins la valeur au temps T_1 . Une demie de mv carré c'est l'énergie cinétique donc j'ai bien T_2 moins T_1 . J'ai donc le travail pour aller de un à deux qui est égal au changement d'énergie cinétique quand on va de un à deux.

Notes

Summary





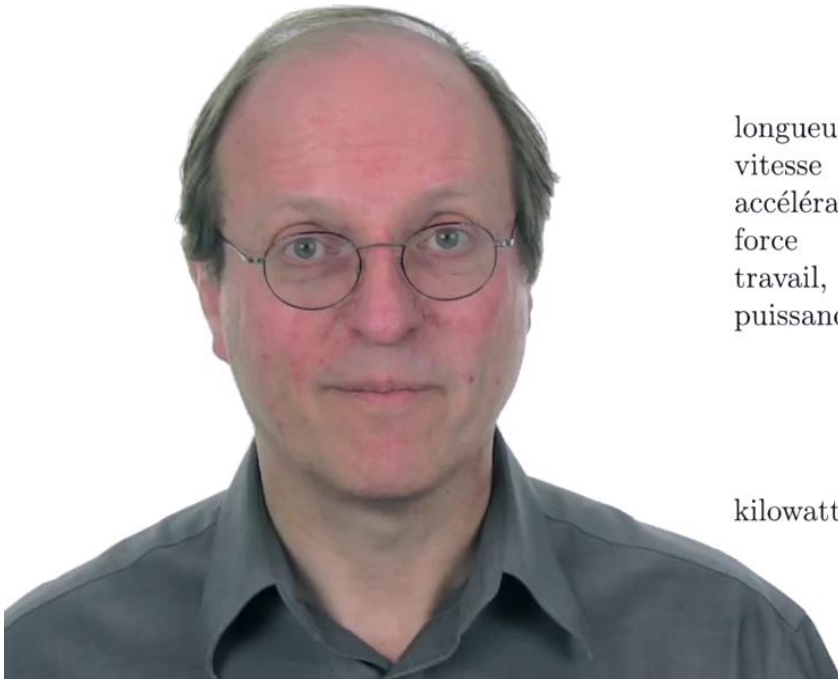
longueur	m	
vitesse	m s^{-1}	
accélération	m s^{-2}	
force	kg m s^{-2}	<i>newton</i>
travail, énergie	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$	<i>joule</i>
puissance	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-3}$	<i>watt</i>

Cette leçon arrive déjà au bout, le sujet est extrêmement important, on va l'appliquer tout à l'heure dans le prochain module à un phénomène extrêmement important, le phénomène de résonance mais avant de quitter cette leçon je veux réviser avec vous les unités des grandeurs qu'on utilise en mécanique. Alors on va utiliser le système international, pour la longueur, j'utilise le mètre, une vitesse c'est un déplacement divisé par un temps donc c'est des mètres par seconde, ce que j'ai indiqué ici, une accélération c'est un changement de vitesse par unité de temps donc c'est une vitesse par une unité de temps donc c'est des mètres seconde moins deux, une force c'est, on peut penser à $F \text{ égal } ma$, c'est une masse fois une accélération, donc je prends les unités d'accélération ici, et je multiplie par une unité de masse, le kilo, le kilogramme mètre seconde moins deux, on appelle ça le newton, le newton est une unité de force, pour calculer un travail ou une énergie, on vient de voir avec le théorème de l'énergie cinétique que la variation d'énergie était égale à un travail, les deux ont les mêmes unités. Alors on peut trouver l'énergie en pensant à l'énergie cinétique, on prend la vitesse au carré et on multiplie par la masse.

Notes

Summary





longueur	m	
vitesse	m s^{-1}	
accélération	m s^{-2}	
force	kg m s^{-2}	<i>newton</i>
travail, énergie	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$	<i>joule</i>
puissance	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-3}$	<i>watt</i>

$$\text{kilowattheure} = (\text{puissance}) \times (\text{temps}) = \text{énergie}$$

Donc on a des kilogrammes mètre carré seconde moins deux, c'est ce que j'ai écrit ici. Et ça, cette unité-là on appelle des joules. Le joule est une unité de travail ou d'énergie. Maintenant on a vu que l'énergie ou le travail c'était l'intégrale de la puissance dans le temps. Donc on avait un $p \, dt$. Donc $p \, dt$ ça donne une unité d'énergie donc l'unité de puissance c'est une énergie par unité de temps. Donc on prend notre unité d'énergie, on divise par un temps, donc on a des kilogrammes mètre carré seconde moins trois. Ça on appelle des watts. Une dernière petite remarque, à partir d'aujourd'hui, si vous ne le saviez pas vous ne devriez avoir aucun doute sur le sens de cette unité-là, le kilowatt heure. Le kilowatt heure veut dire les kilowatts fois des heures. C'est une puissance fois un temps, c'est une énergie. Quand vous recevez une facture d'électricité en kilowatt heure cela vous dit combien d'énergie vous avez consommé. C'est en aucun cas des kilowatts par heure. J'aimerais bien être sûr que vous soyez au clair sur ce terme-là puisqu'on le rencontre souvent dans la technique.

Notes

Summary

