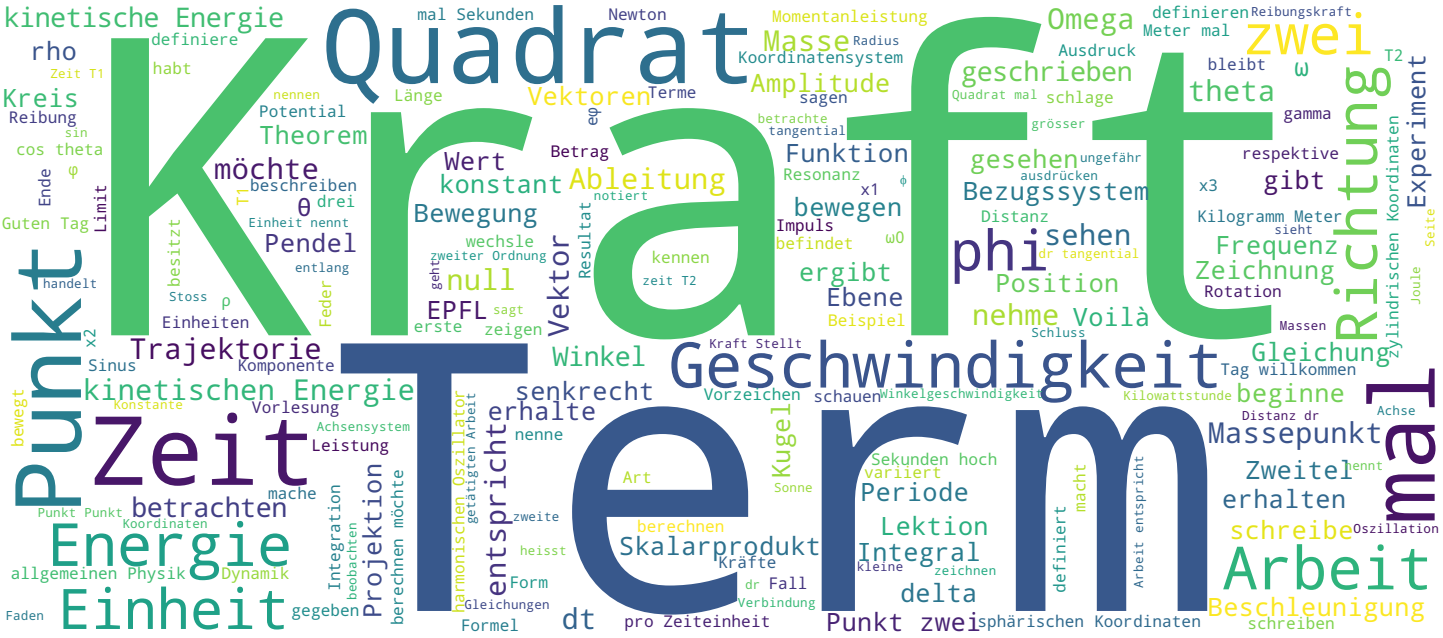
Puissance, travail, énergie

Mécanique, cours 10.1

Jean-Philippe Ansermet

http://go.epfl.ch/traite-meca-1-10



Video

Puissance, travail, énergie

- Puissance d'une force
- Travail d'une force
- Energie cinétique
- Théorème de l'énergie cinétique
- Unités

Mécanique | 2013 7

Guten Tag, willkommen zur Vorlesung der allgemeinen Physik an der EPFL. In dieser Lektion werde ich die Begriffe Arbeit und Energie einführen. Bis jetzt haben wir die Dynamik eines Massepunktes anhand des zweiten newtonschen Gesetzes studiert. Wir haben Bewegungsgleichungen erhalten, welche Differentialgleichungen entsprechen, die häufig Ableitungen nach der Zeit zweiter Ordnung beinhalten. Wenn man die Dynamik eines Systems studieren möchte, ist es nützlich, die erhaltenen Grössen zu kennen. Dies sind meist Grössen, welche von der ersten Ableitungen nach der Zeit abhängen und konstant sind. Dies ermöglicht es uns, das System besser zu analysieren. Zunächst erhalten wir anstelle Ableitungen zweiter Ordnung Ableitungen erster Ordnung, was schon eine erste Etappe der Integration der Integration des dynamischen Systems darstellt. Um die Begriffe der Energie einzuführen, beginne ich mit dem Term der Leistung einer Kraft. Dadurch kann ich die Arbeit einer Kraft bestimmen. Ich definiere also die kinetische Energie und werde die Verbindung zwischen der kinetischen Energie und der Arbeit einer Kraft aufzeigen. Diese Lektion werde ich mit einer Repetition der Einheiten und den Grössenordnungen der Mechanik beenden.

Notes

Summary

0m 04s

Définition : puissance instantanée d'une force

Point matériel :
-Vitesse $\boldsymbol{v}$
-Force exercée $\boldsymbol{F}$

$$P = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}$$

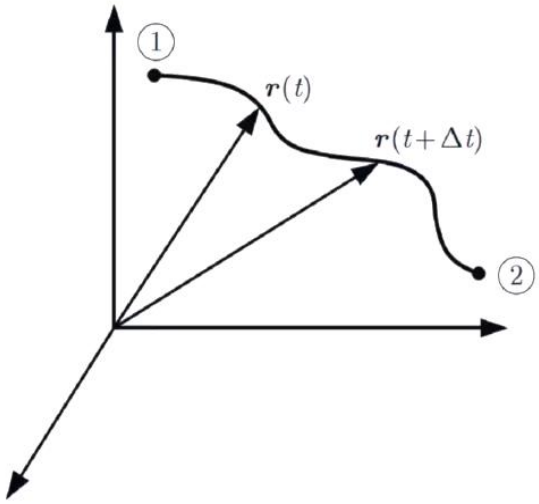
Ich beginne mit der Definition, der, wie ich es nenne, Momentanleistung einer Kraft. Stellt euch einen Massepunkt mit einer Geschwindigkeit v vor, auf welchen eine Kraft F ausgeübt wird. Also per Definition nenne ich das Skalarprodukt F mal v die Momentanleistung dieser Kraft. Also hier habe ich P, welches eine skalare Grösse ist, welche dem Skalarprodukt der Kraft und der Geschwindigkeit entspricht.

Notes

Summary

1m 32s

Définition : travail d'une force



$$W_{12} = \int_{t_1}^{t_2} P(t)\,dt$$

$$= \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}(t) \cdot \boldsymbol{v}\,dt$$

$$\delta W = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$$

Ich wechsle nun zur Definition der Arbeit einer Kraft. Stellt euch ein Bezugssystem mit diesem Achsensystem vor. Ich nehme die Trajektorie des Massepunkts als gegeben an. Des Weiteren bewege ich mich von Punkt eins zum Punkt zwei. Zur Zeit T1 bin ich im Punkt eins und zur zeit T2 bin ich im Punkt zwei. Die Arbeit einer Kraft nenne ich die zeitliche Integration der Momentanleistung. Wenn ich nun meine Definition der Momentanleistung verwende, die Kraft mal die Geschwindigkeit, sehe ich ein v dt auftauchen. Diesen Term kann ich dr benennen. Dies ist also das Limit des delta r, welches ich hier habe. Dies ist ein delta r, da ich hier ein delta t gegeben habe. Dies ist also das Limit dieses Terms hier, wenn delta gegen null tendiert und, wie wir bereits gesehen haben, die Geschwindigkeit ist tangential zur Trajektorie. Also ist auch dr tangential. Also eine Art sich die Definition der Arbeit einer Kraft zu merken, ist sich zu sagen, dass in einer zurückgelegten Distanz dr die Arbeit einer Kraft F diesem Term hier entspricht, welchen wir hier haben, den ich hier noch einmal aufschreiben. Diesen Term nennt man häufig delta w. Wenn man also die Arbeit von Punkt eins zu Punkt zwei berechnen möchte, muss man delta w entlang der Trajketorie aufsummieren.

Notes

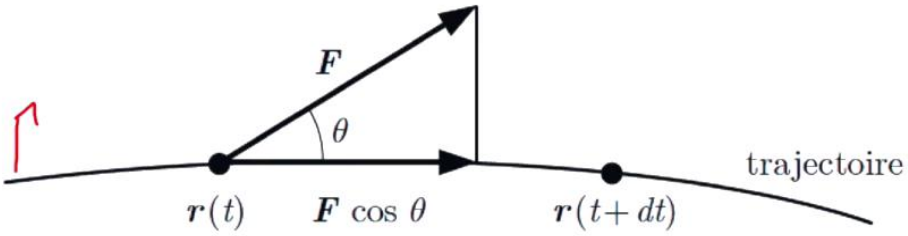
Summary

2m 14s

Travail infinitésimal

$$\delta W = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = |\boldsymbol{F}|\,|d\boldsymbol{r}| \cos\theta$$

$$W = \int_{\Gamma} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) \cdot d\boldsymbol{r}$$



Betrachten wir nun diese infinitesimale Arbeit delta w. Dies ist das Skalarprodukt F mal dr. Machen wir eine geometrische Repräsentation was sich abspielt. Voilà, ein Element der Trajektorie. Ich repräsentiere hier r von t und r von t plus dt. Also habe ich einen Vektor dr, welche in diese Richtung zeigt. Dieses Skalarprodukt entspricht der Distanz dr, welche hier ist, mal der Projektion der Kraft. Die Projektion der Kraft entspricht f mal cos theta gegeben, welche ich hier angezeigt habe. Dies ist also die arbeitende Kraftkomponente, welche tangentnial zur Trajektorie ist. Diese Komponente hier, jene hätte ich auch so zeichnen können, ist senkrecht zu dr. Das Skalaprodukt zwischen den beiden ergibt also null. Nur die auf die Tangente projizierte Komponente trägt zur Arbeit bei. Wenn man nun die benötigte Arbeit berechnen möchte, um eine bestimmte Strecke auf der Trajektorie zurückzulegen, kann man dies so ausdrücken. Ich habe ein Integrationszeichen mit einem gamma. Ich werde die Trajektorie als gamma bezeichnen. Also muss ich F dr berechnen, wobei dr tangential zur Trajektorie ist. Danach summiere ich den Term F dr entlang der Trajektorie. Dies ergibt mit die Arbeit.

Notes

Summary

4m 00s

Définition : énergie cinétique

Point matériel :
-Vitesse $\boldsymbol{v}$
-Masse m

$$T = \frac{1}{2} m\boldsymbol{v}^2$$

Mécanique | 2013 20

Nun führe ich den Begriff der kinetischen Energie ein. Ich nehme wieder einen Massepunkt mit einer Geschwindigkeit v und der Masse m. Per Definition entspricht die kinetische Energie dem Term ein Zweitel m v im Quadrat. Wenn verschiedene Massepunkte vorhanden sind, müssen nur die verschiedenen Anteile von ein Zweitel m v im Quadrat aufsummiert werden. Dies ist die Definition meiner kinetischen Energie.

Notes

Summary

5m 53s

Propiété : théorème de l'énergie cinétique

$$T_2 - T_1 = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}\, dt$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}\, dt = \int_{t_1}^{t_2} m\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{v}\, dt = \int_{t_1}^{t_2} m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} \cdot \boldsymbol{v}\, dt$$

$$\int_{t_1}^{t_2} m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} \cdot \boldsymbol{v}\, dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\, m\boldsymbol{v}^2\right) dt = \frac{1}{2}\, m\boldsymbol{v}^2 \Big|_1^2 = T_2 - T_1$$

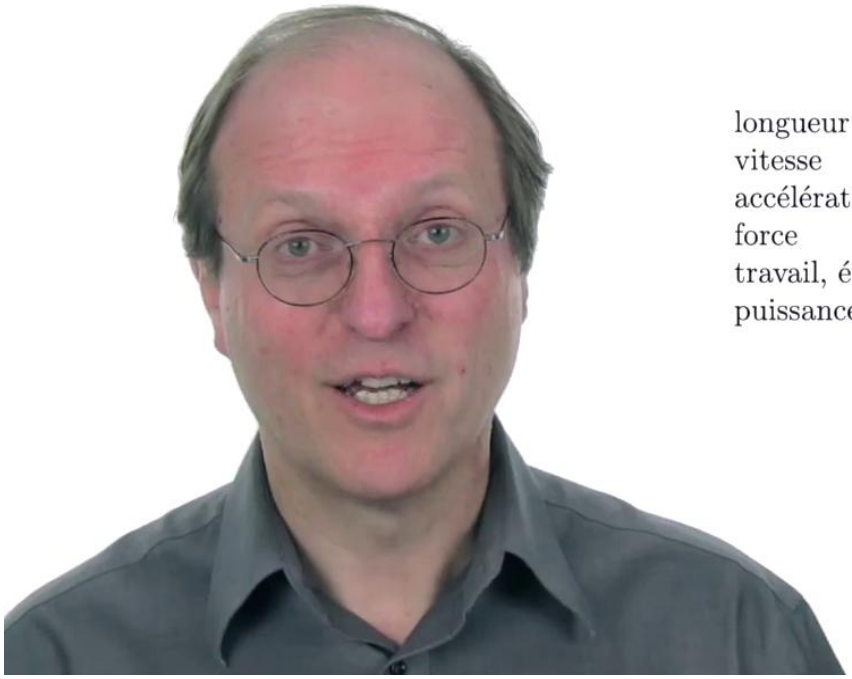
Ich wechsle nun zum Theorem der kinetischen Energie. Es besagt das folgende: T2 minus T1 ist Änderung der kinetischen Energie, wenn sich der Massepunkt von der Position eins zur Position zwei bewegt. Das Theorem besagt nun, dass die Differenz der kinetischen Energien der auf diesem Weg getätigten Arbeit entspricht, respektive dem Integral der Momentanleistung zwischen den Zeiten T1 und T2. Ich beweise nun dieses Theorem. Ich beginne also mit dem rechten Term, welcher abgesehen des Vorzeichens F v dt entspricht. Für F verwende ich das zweite newtonsche Gesetz. Ich habe F gleich ma, was ich hier geschrieben habe. ma werde ich als m dv durch dt schreiben. Diesen Term hier kann ich nun als die Ableitung nach der Zeit von eine Zweitel m v im Quadrat identifizieren. Dies ist, was ich darunter geschrieben habe. Diesen Term hier schreibe ich als die Ableitung nach der Zeit von einem Zweitel m v im Quadrat. Also haben wir das Integral einer Ableitung. Dies macht also diese Funktion hier zur Zeit T2 minus den Wert zur Zeit T1, was ich hier geschrieben habe. Ein Zweitel mv im Quadrat ist die kinetische Energie. Also erhalte ich T2 minus T1. Ich habe also die Arbeit, um sich von eins zu zwei zu bewegen, welche der Änderung der kinetischen Energie von Punkt eins zu Punkt zwei entspricht.

Notes

Summary

6m 26s

Définitions : unités



longueur	m	
vitesse	$\mathrm{m\,s^{-1}}$	
accélération	$\mathrm{m\,s^{-2}}$	
force	$\mathrm{kg\,m\,s^{-2}}$	*newton*
travail, énergie	$\mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}}$	*joule*
puissance	$\mathrm{kg\,m^2\,s^{-3}}$	*watt*

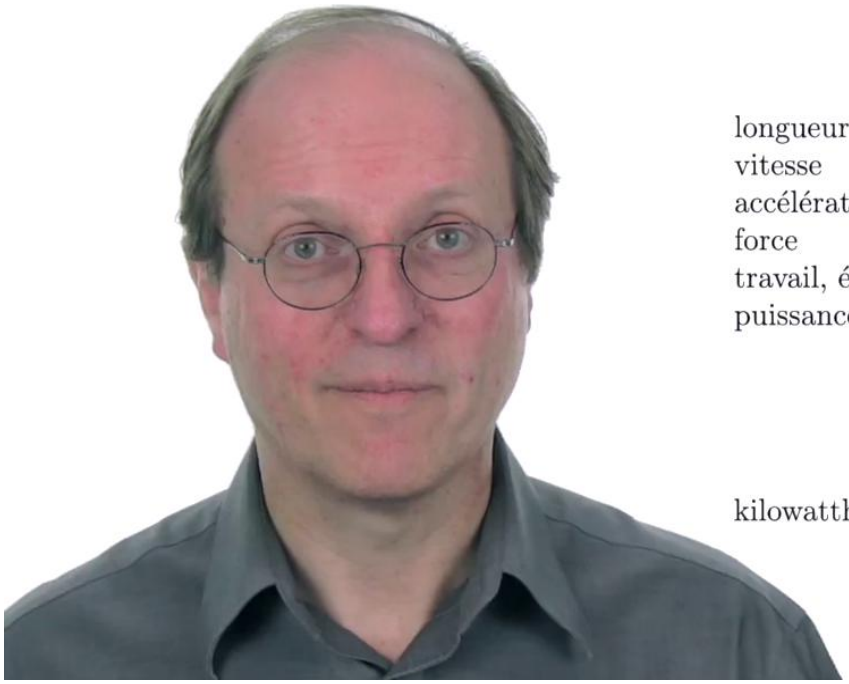
Diese Lektion ist schon bald zu Ende. Das Thema ist sehr wichtig. Im nächsten Modul werden wir dieses Theorem bei einem sehr wichtigen Phänomen verwenden, der Resonanz. Jedoch bevor wir diese Lektion beenden, möchte ich mit euch die Einheiten, welche in der Mechanik verwendet werden noch einmal betrachten. Wir werden das internationale System der Einheiten verwenden. Für die Länge verwende ich den Meter. Eine Geschwindigkeit ist eine Strecke dividiert durch eine Zeit. Die Einheit ist also Meter pro Sekunden, was ich hier notiert habe. Eine Beschleunigung ist eine Geschwindigkeits- änderung pro Zeiteinheit, eine Geschwindigkeit pro Zeiteinheit. Die Einheit ist also Meter durch Sekunden im Quadrat. Eine Kraft, wir können hier an F gleich ma denken, eine Masse mal eine Beschleunigung. Ich nehme also die Einheit der Beschleunigung hier und multipliziere sie mit der Einheit der Masse, dem Kilo. Ich erhalte also Kilogramm Meter mal Sekunden hoch minus zwei. Diese Einheit nennt man Newton. Ein Newton ist die Einheit der Kräfte. Durch das Theorem der kinetischen Energie wissen wir, dass die Variation der kinetischen Energie der getätigten Arbeit entspricht.

Notes

Summary

8m 03s

Définitions : unités



longueur	m	
vitesse	$\mathrm{m\,s^{-1}}$	
accélération	$\mathrm{m\,s^{-2}}$	
force	$\mathrm{kg\,m\,s^{-2}}$	*newton*
travail, énergie	$\mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}}$	*joule*
puissance	$\mathrm{kg\,m^2\,s^{-3}}$	*watt*

kilowattheure = (puissance) x (temps) = énergie

Als Konsequenz müssen die Arbeit und die Energie dieselbe Einheit besitzen. Wir können die Einheit der Energie wiederfinden, indem wir an die kinetische Energie denken. Wir nehmen die Geschwindigkeit im Quadrat mal die Masse. Also haben wir Kilogramm Meter mal Sekunden hoch minus zwei. Dies habe ich hier geschrieben. Diese Einheit nennt man Joule. Das Joule ist eine Einheit für die Energie oder die Arbeit. Wir haben gesehen, dass die Energie oder Arbeit dem Integral nach der Zeit der Momentanleistung entspricht. Also haben wir ein p mal dt. Also p dt ergibt eine Energie. Die Leistung ist also eine Energie pro Zeiteinheit. Wir nehmen also die Einheit der Energie und dividieren durch die Zeit. Wir haben also Kilogramm Meter mal Sekunden hoch minus drei. Dies nennt man Watt. Noch eine kleine letzte Bemerkung. Von heute an, solltet ihr überhaupt keine Zweifel mehr haben über die Bedeutung dieser Einheit, der Kilowattstunde. Die Kilowattstunde ist Kilowatt mal eine Stunde. Dies ist eine Leistung mal eine Zeit und entspricht also einer Energie. Wenn ihr eine Stromrechnung in Kilowattstunden seht, sagt euch dies aus, wie viel Energie ihr konsumiert habt. Dies ist in keinem Fall Kilowatt pro Stunde. Ich möchte wirklich, dass ihr euch darüber im klaren seit, da man in der Technik häufig damit konfrontiert ist.

Notes

Summary

9m 21s