



- Contraintes géométriques
- Modélisation
- Force

Mécanique | 2013 5

Bonjour, bienvenue au cours de physique générale de l'EPFL. Dans cette leçon j'aimerais montrer comment traiter un problème de mécanique du point matériel lorsque ce point matériel est astreint à se déplacer sur une surface ou une ligne donnée appartenant aux référentiels. On a vu dans les leçons précédentes, les coordonnées cylindriques et sphériques, et j'ai justifié ce passage, en disant que souvent en physique on avait des problèmes ou des situations avec une symétrie particulière et qu'il était important d'écrire ce système avec des coordonnées qui rendent facilement compte des symétries du problème. C'est exactement le genre de situation qu'on va avoir, ici. Alors, dans un premier temps je veux montrer des exemples de systèmes mécaniques avec des contraintes géométriques. Je vais montrer comment on modélise avec des conditions sur les coordonnées, ces contraintes géométriques et enfin, je vais rendre, vous rendre attentifs, au fait qu'on a des forces qui interviennent pour rendre compte des contraintes géométriques.

Notes

Summary



0m 04s



Mécanique | 2013 7

Alors, je commence avec l'idée d'avoir un point matériel, astreint à se déplacer sur une surface, ce qui introduit une contrainte géométrique ou ce que d'autres appellent des liaisons. Prenez cet exemple-là : Vous avez une bille qui roule dans un grand bol. Alors, d'abord, je vais supposer que le roulement de la bille dans le bol provoque une rotation de la bille sur elle-même et je vais supposer que cet effet-là peut être négligé. Je vais donc supposer, que je peux représenter ma bille par un point matériel. D'autre part, je vais présumer que le bol a une forme de sphère. Et donc, pour traiter ce problème-là, je vais dire que j'ai un point matériel astreint à se déplacer sur une sphère.

Notes

Summary



1m 24s



Mécanique | 2013 9

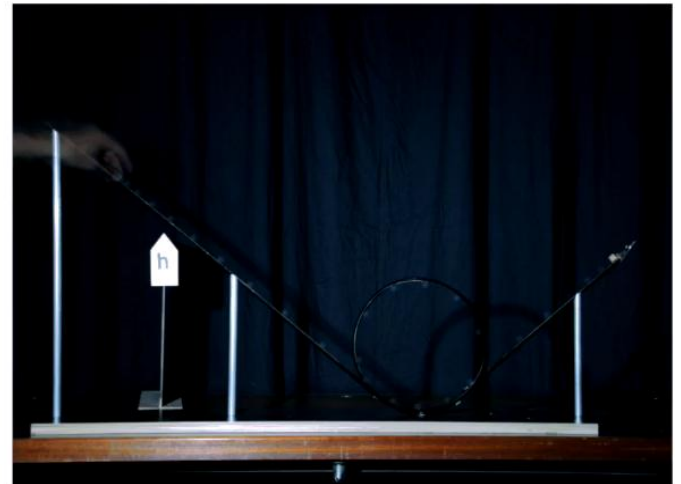
Le deuxième problème s'avoisine au premier. J'ai un espèce d'entonnoir qui a une forme, avec une symétrie cylindrique, avec l'axe de symétrie verticale, passant par le centre de le l'entonnoir. La forme de l'entonnoir est probablement choisie pour que la hauteur d'un point de la surface soit inversement proportionnelle à la distance de ce point à l'axe de symétrie de cette figure. Dans ce cas-là, il est manifeste que l'utilisation des coordonnées cylindriques avec z pour la hauteur et ρ pour la distance à l'axe va nous permettre de définir cette contrainte. On va simplement supposer que z de ρ est la forme de cette courbe, la forme de l'entonnoir.

Notes

Summary



2m 16s



Mécanique | 2013 11

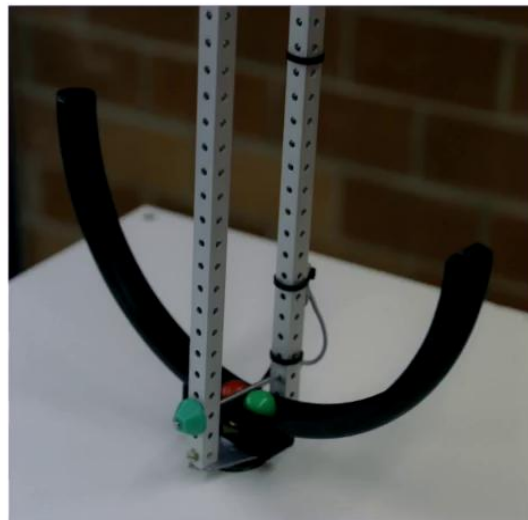
Je regarde, maintenant un autre dispositif. Maintenant, au lieu d'être astreint à se déplacer sur une surface on va, on a une bille sur une glissière en forme de looping. On va supposer, encore une fois qu'on peut faire l'approximation du point matériel et on n'a plus un mouvement astreint à une surface mais à une ligne. Donc, on a une ligne droite suivie du looping qu'on va présumer être un cercle.

Notes

Summary



3m 13s



Mécanique | 2013 13

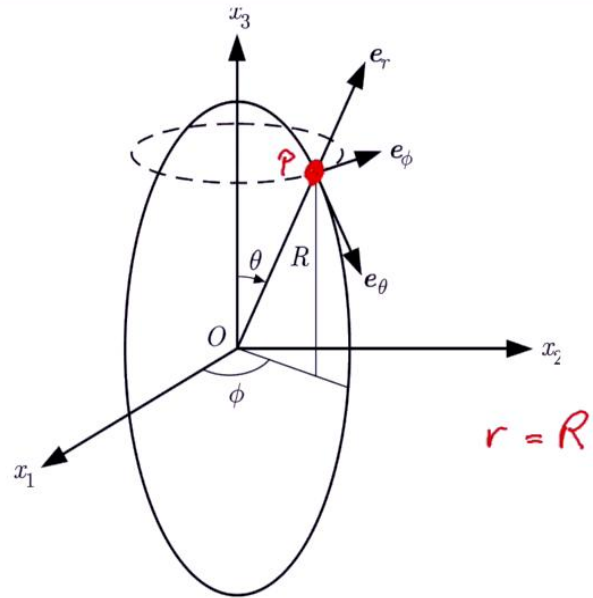
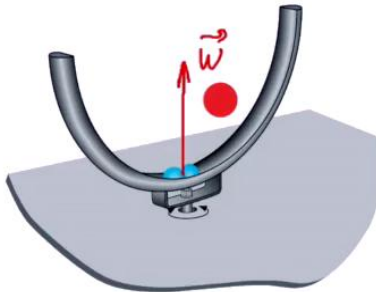
Je prends maintenant encore un autre exemple voilà une glissière qui permet... de faire rouler des billes en les maintenant dans la glissière. Donc, la glissière a des bords qui peuvent introduire du frottement, je vais les négliger. Cette glissière est dans un plan vertical, le plan vertical tourne, grâce à un moteur placé sous la table. Je vais présumer que la vitesse angulaire est constante, et j'ai donc un système que je vais modéliser de la manière suivante: voici un schéma du système.

Notes

Summary



3m 46s

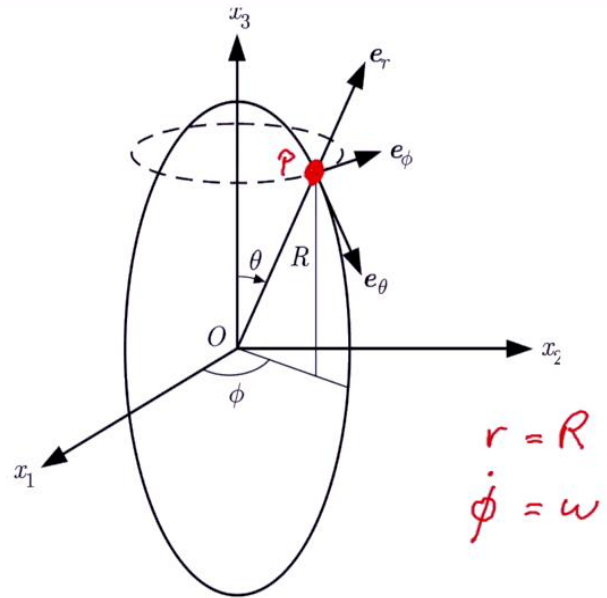
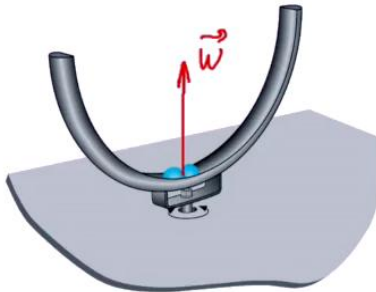


Alors, d'abord, j'aimerais vous montrer un schéma de l'expérience et à côté, j'ai fait une modélisation géométrique de l'expérience. D'abord, on se donne une vitesse de rotation avec un axe vertical. Donc, on doit présumer une vitesse angulaire ω , comme ceci. Je vais passer de la réalité à, au modèle en supposant que j'ai un cercle complet que les billes peuvent aller sur tout le cercle, pratiquement j'ai une fermeture ici mais je veux ignorer cela. Et maintenant, ce que je me propose de faire c'est de considérer les coordonnées sphériques avec la distance r , l'angle θ et l'angle ϕ . J'ai le point matériel présumé être ici, voilà mon point p je l'ai mis là en haut, pourquoi? Parce que je veux reproduire la figure que j'avais, quand j'ai défini les coordonnées r , θ , et ϕ , les coordonnées sphériques. Donc, mon anneau ici, ma glissière, devient la ligne de coordonnée, ou θ varie avec ϕ fixé, et r fixé. Les contraintes expérimentales deviennent des contraintes géométriques. C'est donc la modélisation géométrique des contraintes expérimentales. D'une part, j'ai la coordonnée r , des coordonnées sphériques qui vaut le rayon du cercle, et d'autre part, on a cette condition-là de vitesse angulaire constante.

Notes

Summary





À cette vitesse angulaire correspond cet angle-là et j'ai donc, comme condition que ϕ point va dériver par rapport au temps de la coordonnée sphérique ϕ vaut ω , qui est donnée par l'expérience. Vous voyez, donc, ici, comment on passe d'une réalité expérimentale, avec toutes sortes de détails. J'avais mentionné le frottement de la bille sur le bord de la glissière à une modélisation, avec un point matériel. Le point matériel est astreint à se déplacer sur le cercle. On ne se préoccupe pas de savoir ce qui maintient le point matériel là, en haut. Souvent les étudiants demandent si le point matériel est sur la glissière ou dans la glissière. À ce point-là de la modélisation, le point matériel est sur ce cercle.

Notes

Summary



Un pendule formé d'un fil et d'une masse



Hypothèses :

- Masse ponctuelle
- Fil sans masse
- Pas de frottement au point d'attache
- Pas de frottement de l'air

Modèle :

point matériel astreint à se déplacer
sur un cercle
... ou une sphère.

Mécanique | 2013 25

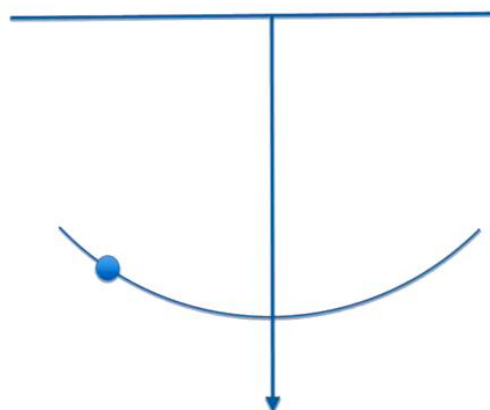
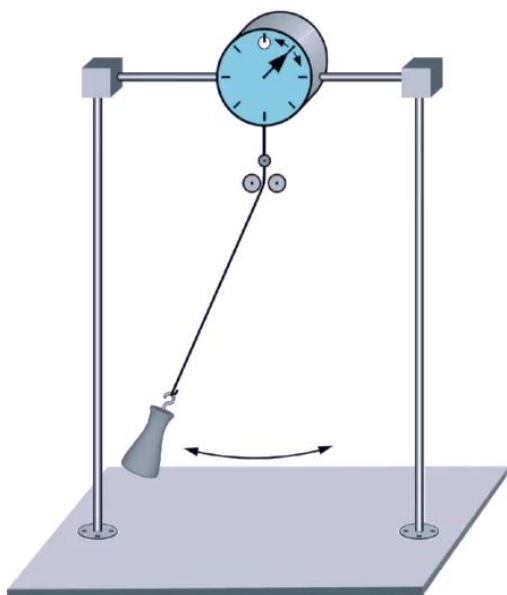
Je considère maintenant un autre exemple : Imaginez-vous un pendule formé d'un fil et d'une masse accrochée au fil, et vous accrochez le fil quelque part, à un point du référentiel. Je fais les approximations suivantes : je suppose que je peux traiter cette masse comme un point matériel ou si vous voulez, comme une masse ponctuelle. Donc elle est petite par rapport à la longueur du fil. Je suppose que la masse du fil ne joue aucun rôle dans ce que je veux observer. Donc, je vais supposer le fil sans masse. Je suppose qu'il n'y a pas d'effet de frottement, de quelque sorte que ce soit, au niveau du point d'attache. Et puis, je vais négliger les frottements de l'air. À ce moment-là, je peux modéliser ce système mécanique de la manière suivante: je peux dire que j'ai un point matériel astreint à se déplacer sur un cercle. Alors, je vais dire que c'est un cercle si je présume que dans mes conditions initiales, je n'ai pas de vitesse horizontale. À ce moment-là, on est assuré d'avoir un mouvement dans un plan. Et donc, on peut dire que la masse est astraite à se déplacer sur un cercle. Si je donne une vitesse horizontale j'ai un mouvement à trois dimensions, et je vais être obligé de dire que le point matériel se déplace sur une sphère.

Notes

Summary



7m 21s



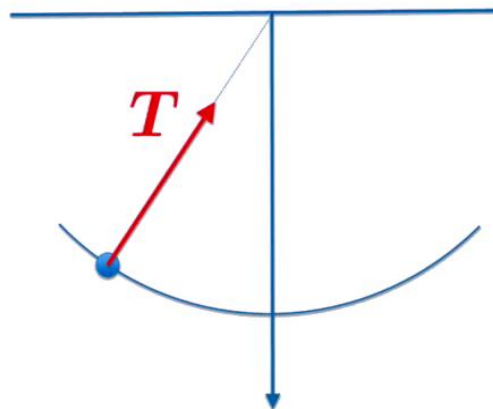
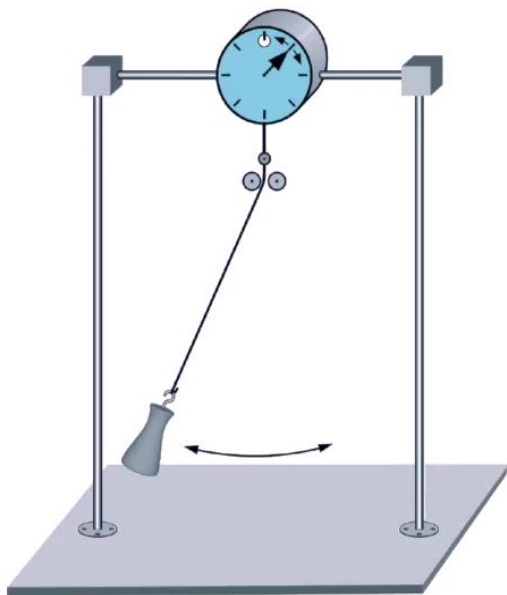
J'aimerais maintenant introduire la notion de la force associée à une liaison. Pour ce faire, je vous propose d'imaginer le dispositif suivant : vous avez un poids suspendu à un fil. Le fil est monté ici à travers deux poulies qui marquent la position du fil à cet endroit mais grâce aux poulies on peut mesurer, avec un dynamomètre, la force que le fil exerce sur le poids. Bien sûr cette force est non nulle notre intuition suffit à le dire. Si vous allez regarder la vidéo, vous verrez, de plus, que quand la masse oscille, la force, ici, oscille aussi. Je peux faire une modélisation de ce pendule qui consiste à dire que, ici j'ai un point matériel. On va supposer un mouvement, dans un plan vertical. Et donc, le point matériel est sur un cercle. Donc, je peux faire ce dessin-là pour représenter la situation. Je dis, maintenant, que j'ai un point matériel astreint à se déplacer sur un cercle. Voilà le centre du cercle, et le rayon du cercle est égal à la longueur du fil. Maintenant, quand on traite un problème avec une masse attachée à un fil, si le problème, explicitement dit cela, je pense que la plupart des étudiants n'auront pas de peine à se souvenir qu'il faut associer une force à l'action du fil, sur le poids.

Notes

Summary



Force de liaison ou force de contrainte



Mécanique | 2013 29

En revanche ici, il faut faire attention et ne pas oublier que si le point matériel est astreint à se déplacer sur ce cercle, il doit y avoir une force qui au fond, joue une force de réaction du cercle, sur le point matériel et donc, je dois avoir cette force-là, qui sera la même force que celle que j'ai mesurée, ici. Cette force-là, c'est une force qu'on appelle une force de liaison, ou une force de contrainte.

Notes

Summary

