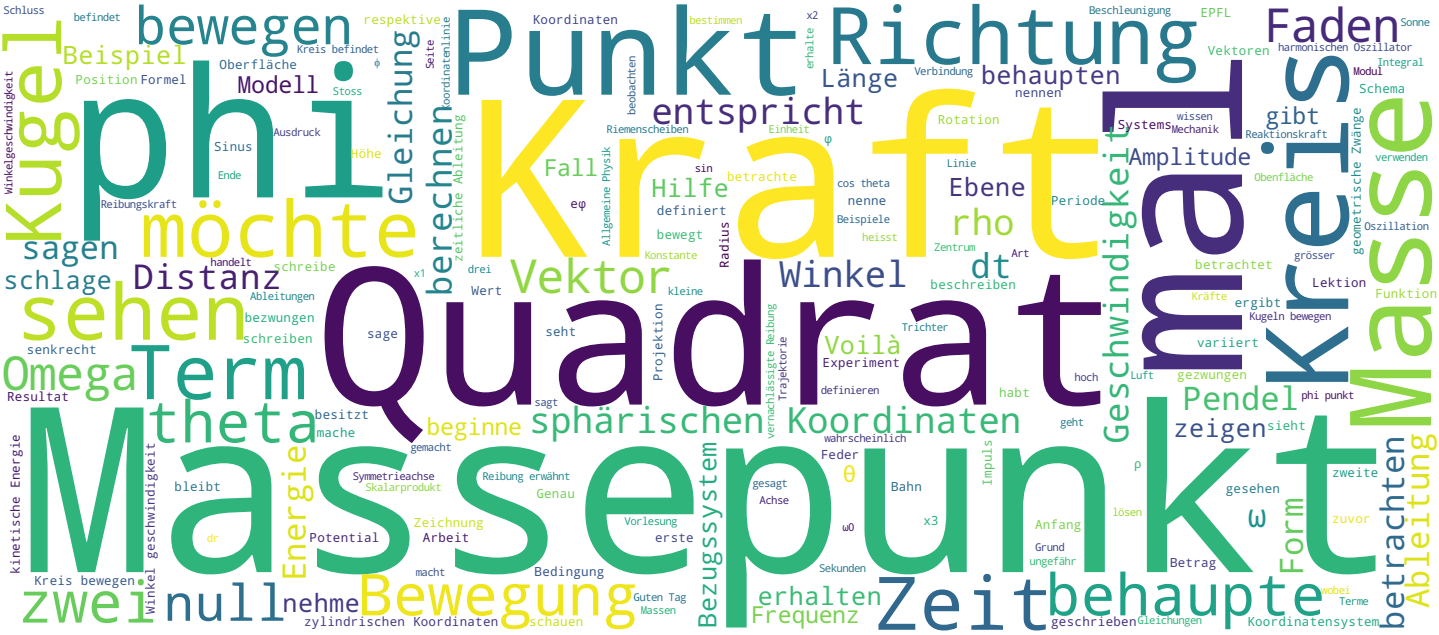
Contraintes géométriques

Mécanique, cours 9.1

Jean-Philippe Ansermet

http://go.epfl.ch/traite-meca-1-9



Video

EPFL

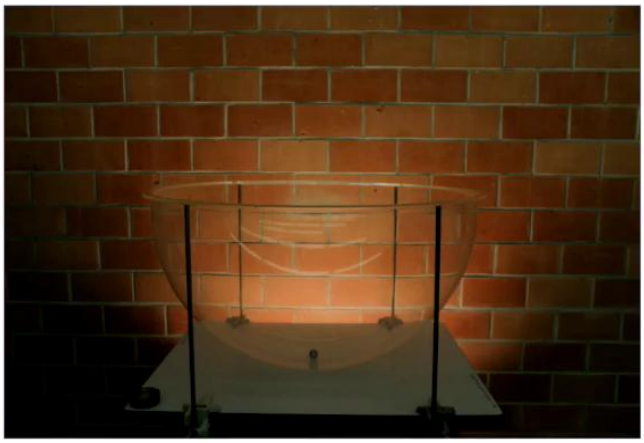
Contraintes géométriques

Hallo, wilkommen zur Vorlesung "Allgemeine Physik" der EPFL. In dieser Lektion möcte ich Ihnen zeigen wie man ein Problem löst, in dem einen Massepunkt bezwungen wird sich auf einer Oberfläche oder einer gewissen Linie vom Bezugssystem zu bewegen. Wir haben zuvor die Zylinderkoordinaten und die sphärischen Koordinaten gesehen. Als Grund dafür hatte ich gesagt, dass man in der Physik oft Probleme oder Situationen lösen muss, die eine gewisse Symmetrie besitzen. Dabei ist es wichtig dieses System mit Koordinaten zu beschreiben, so, dass die Symmetrien gut erkennbar werden. Genau mit solchen Situationen werden wir uns hier beschäftigen. Zuerst möchte ich Beispiele von mechanischen Systeme vorstellen, in den es geometrische Zwänge gibt. Ich werde zeigen wie man mit Hilfe von Bedingungen für die Koordinaten diese Zwänge modellisieren kann. Zuletzt werde ich Sie darauf aufmerksam machen, dass da Kräfte wirken, mit welchen man diese Zwänge beschreiben kann.

Notes

Summary

0m 04s



Ich beginne mit der Idee, einen Massepunkt zu haben, der gezwungen wird, sich auf einer Obenfläche zu bewegen. Dies entspricht einen geometrischen Zwang, manche nennen es "Verbindung". Nehmen Sie dieses Beispiel: Da rollt eine Kugel in einer grossen Schüssel. Ich behaupte zuerst, dass die Bewegung der Kugel in der Schüssel die Drehung der Kugel auf sich selbst provoziert. Dieser Effekt betrachte ich als vernachlässigbar. Ich behaupte also, dass ich meine Kugel mit einem Massepunkt beschreiben kenn. Anderseits, gehe ich davon aus, dass die Schüssel kugelformig ist. Also habe ich in diesem Problem einen Massepukt, der bezwungen wird sich auf einer Kugel zu bewegen.

Notes

Summary

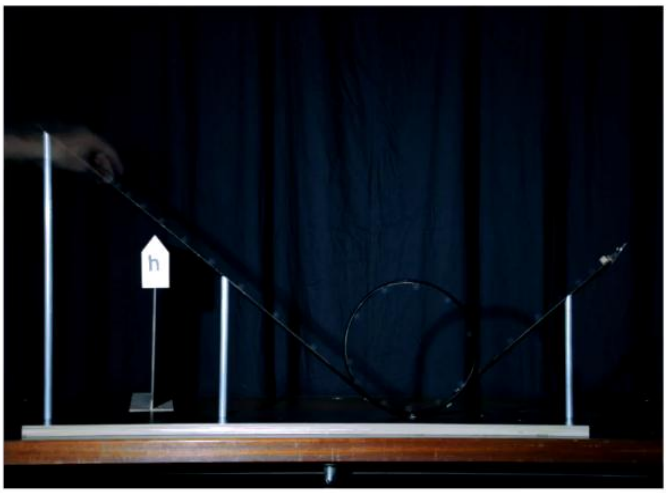
1m 24s

Das zweite Problem ist ähnlich. Ich habe eine Art Trichter, der eine Form mit einer zylindrischen Symmetrie besitzt, mit der senkrechten Symmetrieachse, die durch die Mitte des Trichters verläuft. Die Form des Trichters wurde wahrscheinlich so gemacht, dass die Höhe eines Punktes der Oberfläche umgekehrt proportional zur Distanz zwischen diesen Punkt und die Symmetrieachse des Systems. In diesem Fall ist es gut zu sehen, dass hier die zylindrischen Koordinaten mit der Höhe z, und Rho als Distanz zur Symmetrieachse wird uns erlauben, diesen Zwang zu beschreiben. Wir behaupten einfach, dass z von rho die Form dieser Kurve hat, bzw die des Trichters.

Notes

Summary

2m 16s

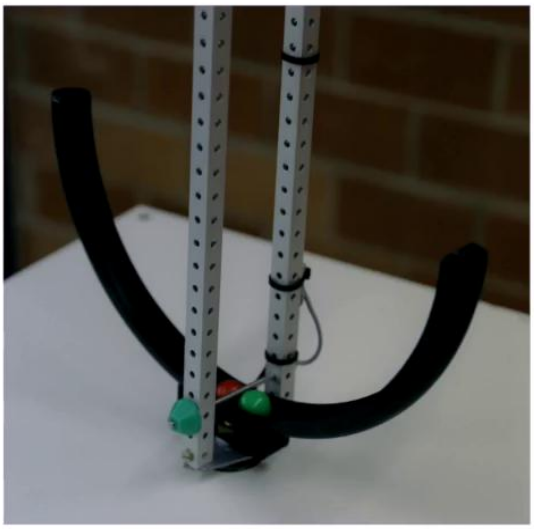


Ich betrachte nun ein anderes System. Anstatt gezwungen zu sein, sich einer Obenfläche zu bewegen, haben wir hier eine Kugel in einer Loopingbahn. Wir behaupten erneut, dass die Approximation eines Massepuntes gut genug ist und die Bewegung ist hier nicht nur auf einer Oberfläche, sondern auf einer Linie. Wir haben also eine Gerade, gefolgt von einem Looping, das wir als Kreis betrachten werden.

Notes

Summary

3m 13s



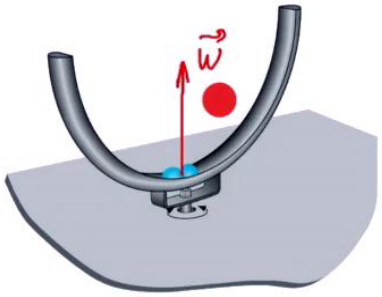
Hier ist noch ein anderes Beispiel mit einer Bahn auf der sich Kugeln bewegen, und dabei auf der Bahn wircklich bleiben. Darum besitzt diese Bahn Randen die für Reibung sorgen. Diese Reibung betrachte ich nicht. Diese Bahn befindet sich ein einer senkrechten Ebene. Die Ebene dreht, mit Hilfe eines Motors der sich unter dem Tisch befindet. Ich behaupte, dass die Winkel- geschwindigkeit konstant bleibt. Nun modellisiere ich das ganze System so : hier ist Schema des Systems.

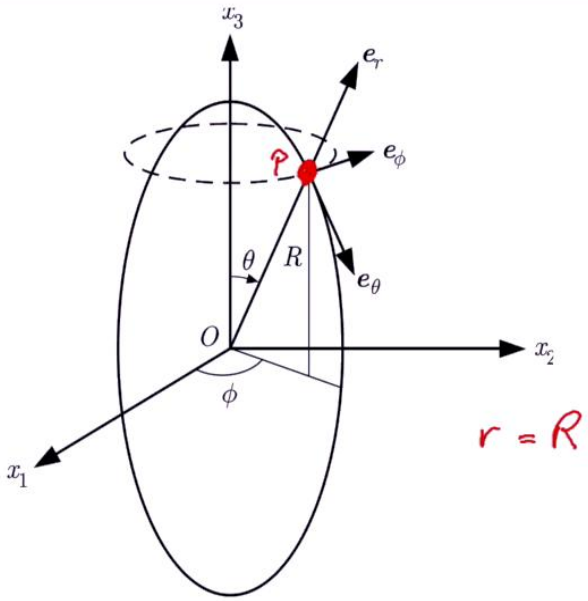
Notes

Summary

3m 46s

Modélisation géométrique





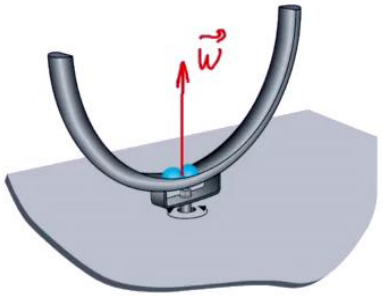
Ich möchte Ihnen ein Schema vom Experiment zeigen und da habe ich ein geometrisches Modell vom Experiment gemacht. Zuerst legen wir die Winkel- geschwindigkeit fest. Wir müssen behaupten, dass diese Geschwindigkeit Omega so ist. Nun komme ich von der Realität zum Modell und behaupte, dass wir einen ganzen Kreis haben : die Kugeln bewegen sich auf dem ganzen Kreis. Normalerweise habe ich hier eine Schliessung aber es interessiert mich nicht. Ich schlage Ihnen jetzt vor mit den sphärischen Koordinaten zu arbeiten also mit der Distanz r, und den Winkeln Theta und Phi Ich habe hier meinen Massepunkt, hier ist also p. Ich habe ihn oben plaziert. Warum? Weil ich mein Schema kopieren will, das ich bei der Definition von den Koordinaten r Theta und Phi hatte: die sphärischen Koordinaten. Mein Ring, meine Bahn, wird zur Koordinatenlinie, wo wo Theta variiert, mit Phi und r die fix bleiben. Die experimentale Zwänge sind nun geometrische Zwänge geworden. Es sind also ein Modell von den experimentalen Zwänge. Einerseits habe ich r-Koordinate von den sphärischen Koordinaten die der Radius vom Kreis ist, und anderseits habe ich die Bedingung, dass die Winkelgeschwindigkeit konstant ist.

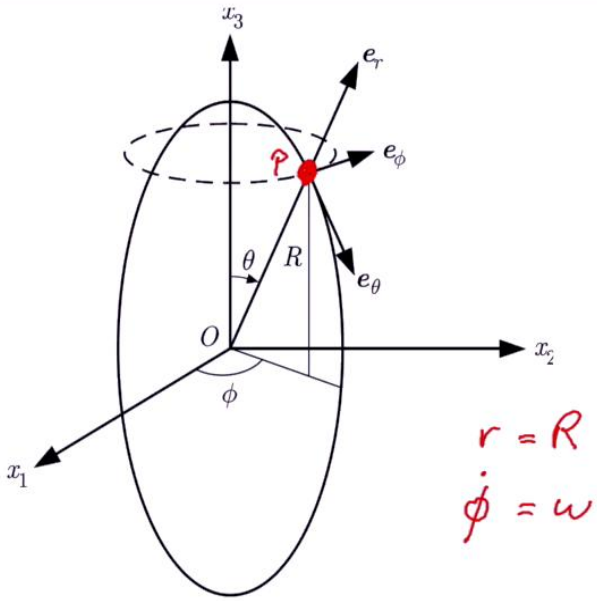
Notes

Summary

4m 27s

Modélisation géométrique





Mit dieser Geschwindigkeit gehört dieser Winkel und die Bedingung ist also, dass phi punkt die zeitliche Ableitung der sphärischen Koordinate phi ist, und Omega gilt, welches im Experiment festgelegt wird. Sie sehen also hier wie man von einer experimentellen Realität zu einem simplen Modell kommt. Ich habe die vernachlässigte Reibung erwähnt Ich habe die vernachlässigte Reibung erwähnt die wegen den Randen entsteht. Der Massepunkt wird bezwungen, sich auf einem Kreis zu bewegen. Wir suchen nicht zu wissen wie der Massepunkt dort oben gehalten wird. Die Studenten fragen oft, ob der Massepunkt auf oder in der Bahn ist. Was zählt, ist, dass er sich in diesem Modell auf diesem Kreis befindet.

Notes

Summary

6m 20s

Un pendule formé d'un fil et d'une masse

Hypothèses :

- Masse ponctuelle
- Fil sans masse
- Pas de frottement au point d'attache
- Pas de frottement de l'air

Modèle :

point matériel astreint à se déplacer sur un cercle

… ou une sphère.

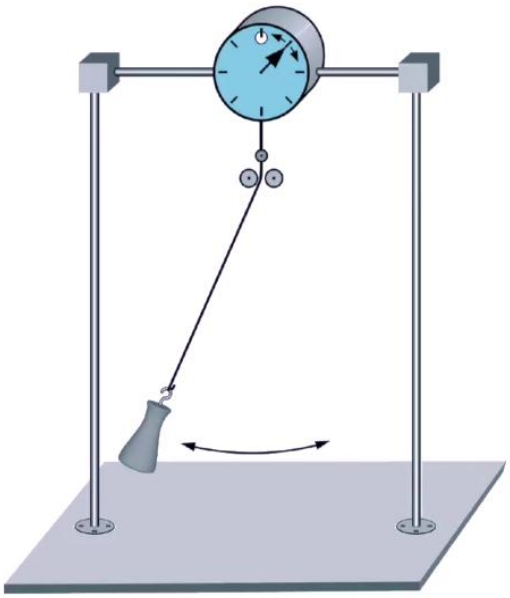
Noch ein anderes Beispiel: Stellen Sie sich ein Pendel vor, das aus einem Faden und einer Masse entsteht. Der Feden hängen Sie irgendwo an, an einem Punkt des Bezugssystems. Ich benutze nun diese Aproximationen: ich behaupte, dass meine Masse ein Massepunkt ist, bzw, eine punktuelle Masse. Sie ist also klein verglichen mit der Länge des Fadens. Ich behaupte, dass die Masse des Fadens keine wichtige Rolle spielt. Ich behaupte also, dass der Faden keine Masse besitzt. Ich behaupte auch, dass es gar keine Reibung gibt, die beim Befestigungspunkt entstehen würde. Die Reibung der Luft mit dem System wird auch nicht betrachtet. Ich kann also dieses mechanische System so modellisieren : ich kann sagen, dass ich einen Massepunkt habe der sich auf einem Kreis bewegen muss. Um wirklich einen Kreis zu haben, muss ich behaupten, dass mein Geschwindigkeit am Anfang keine horizontale Komponente besitzt. So ist man sicher, eine Bewegung in einer Ebene zu sehen. Damit kann man sagen, dass sich der Masse- punkt auf einem Kreis bewegen muss. Wenn ich eine horizontale Geschwindigkeit habe, habe ich eine drei-dimensionale Bewegung, und müsste dann sagen, dass sich der Massepunkt auf einer Kugel bewegt.

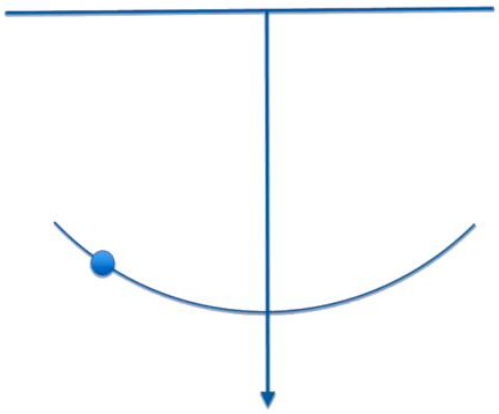
Notes

Summary

7m 21s

Force de liaison ou force de contrainte





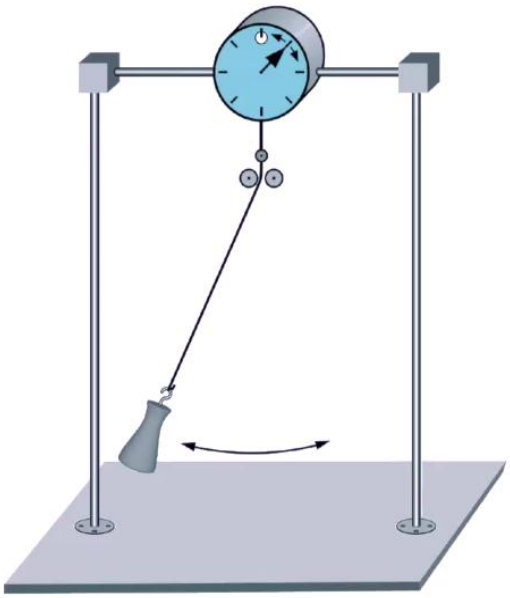
Ich möchte Ihnen nun das Konzept der Verbindungskraft erklären. Dafür bitte ich Sie euch dieses System vorzustellen : Sie haben eine Masse, die an einem Fade hängt. Der Faden befindet sich hier, wo die beide Riemenscheiben sind. Mit diesen Riemenscheiben kann man mit Hilfe eines Dynamometers die Kraft messen die auf die Masse wirkt. Natürlich ist diese nicht null, das sieht man sofort. Wenn Sie das Video anschauen, sehen Sie auch noch, dass wenn die Masse oszilliert, oszilliert auch die Kraft. Ich kann diese Pendel modellisieren, ich sage also, dass ich hier einen Massepunkt habe. Wir behaupten, dass die Bewegung in einer vertikalen Eben ist. Und, dass sich der Massepunkt auf einem Kreis befindet. Diese Zeichnung macht die ganze Sache klar. Ich sage also, dass ich einen Massepunkt habe, der bezwungen wird, sich auf einem Kreis zu bewegen. Hier liegt das Zentrum vom Kreis. Und der Radius ist die Länge des Fadens. Wenn man ein Problem lösen muss, in dem eine Masse an einem Faden hängt, werden wahrscheinlich die meisten Studenten sich ohne Mühe erinnern werden, dass die Wirkung des Fadens auf die Masse durch eine Kraft ausgübt wird.

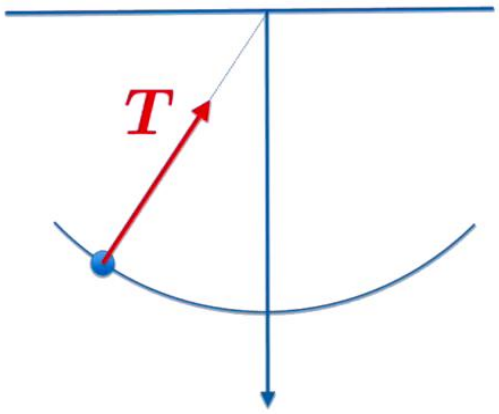
Notes

Summary

8m 51s

Force de liaison ou force de contrainte





Hier muss man aber aufpassen, und nicht vergessen, dass wenn der Punkt bezwungen wird sich auf dem Kreis zu bewegen, auch eine Kraft wirken muss, die eigentlich eine Reaktionskraft vom Kreis auf den Massepunkt ist. Ich habe also diese Kraft, die dieselbe Kraft sein wird wie die, die ich hier gemessen habe. Diese Kraft nennt man Verbindungskraft oder Zwangskraft.

Notes

Summary

10m 29s