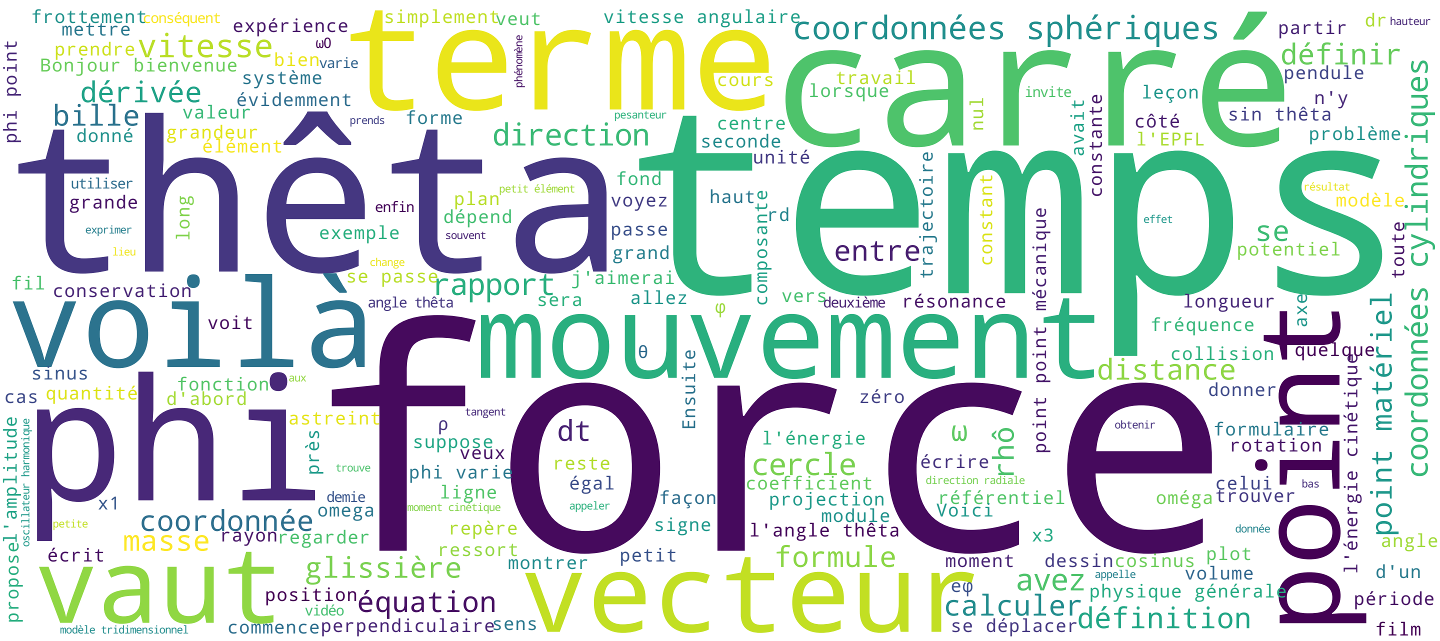
ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Expériences : coordonnées sphériques

Mécanique, cours 7.exp

Jean-Philippe Ansermet



Search MOOC

Video

EPFL

Expériences : coordonnées sphériques

- Modèle 3D des coordonnées sphériques
- Glissière hémisphérique

Mécanique | 2013 2

Bonjour, bienvenue au cours de physique générale de l'EPFL. Dans cette leçon j'ai introduit les coordonnées cylindriques et sphériques. Il se peut que certains d'entre vous aient de la peine à se représenter les définitions des coordonnées sphériques. Pour cette raison, les préparateurs ont construit un modèle tridimensionnel et j'espère que cela va vous aider. Ensuite je vous montrerai une expérience qui se prête particulièrement bien à l'usage de coordonnées sphériques.

Notes

Summary

0m 04s

Modèle 3D des coordonnées sphériques

- Sphère, on ouvre et on voit un quadrant
- Les angles et distances.

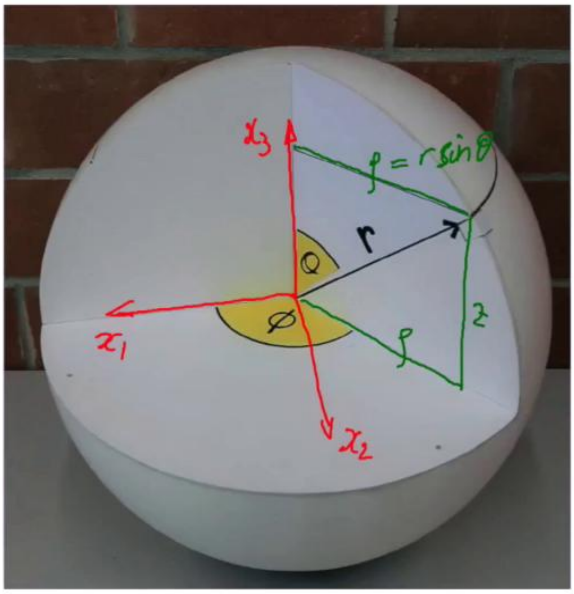
Voici une spère dans laquelle on a taillé un cadran pour définir les coordonnées sphériques.

Notes

Summary

0m 37s

Modèle 3D des coordonnées sphériques



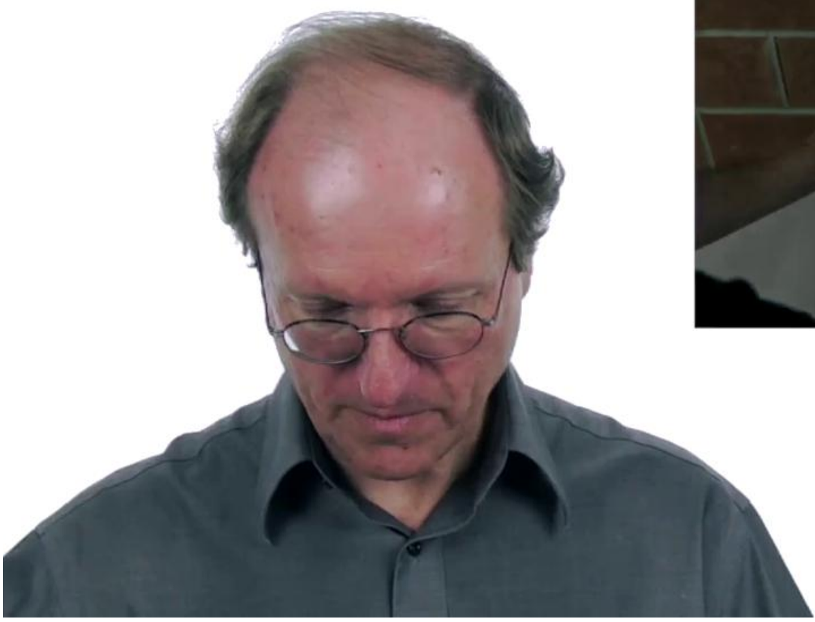
Alors dans le fond, à partir de cette photo d'un objet tridimensionnel je vais maintenant dessiner les axes qui manquent sur ce modèle. Donc pour être conforme à la définition que nous avons adoptée dans le formulaire je dois prendre l'axe x1 comme ce-ci, l'axe x2, il y est perpendiculaire à peu près comme ça, et le x3, vertical ici. On notera encore... Oui on peut s'amuser à redéfinir les coordonnées cylindriques sur cette image. Pour les coordonnées cylindriques c'est cette longueur là qui intervient que je vais appeler rhô. Et on voit que rhô vaut *r* sin thêta pardon, *r* sin thêta. Et puis pour les coordonnées... cylindriques il faut encore définir la hauteur *z* au-dessus du plan qui contient *x*1 et *x*2. Donc vous avez encore une fois le rhô qui apparaît ici. Là vous avez tout sur un dessin.

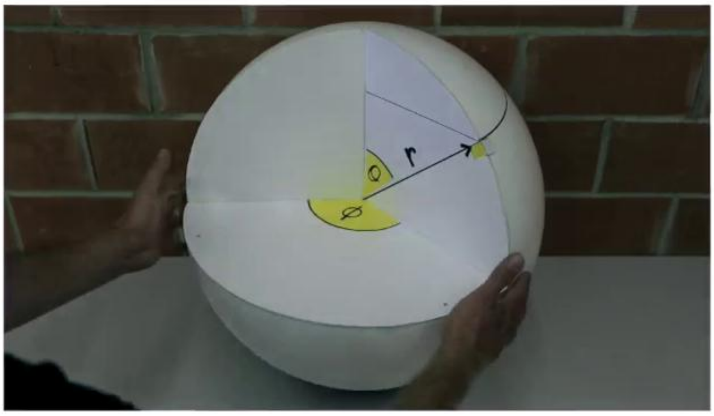
Notes

Summary

0m 48s

Modèle 3D des coordonnées sphériques





Expression en coordonnées sphériques d'un élément de volume.

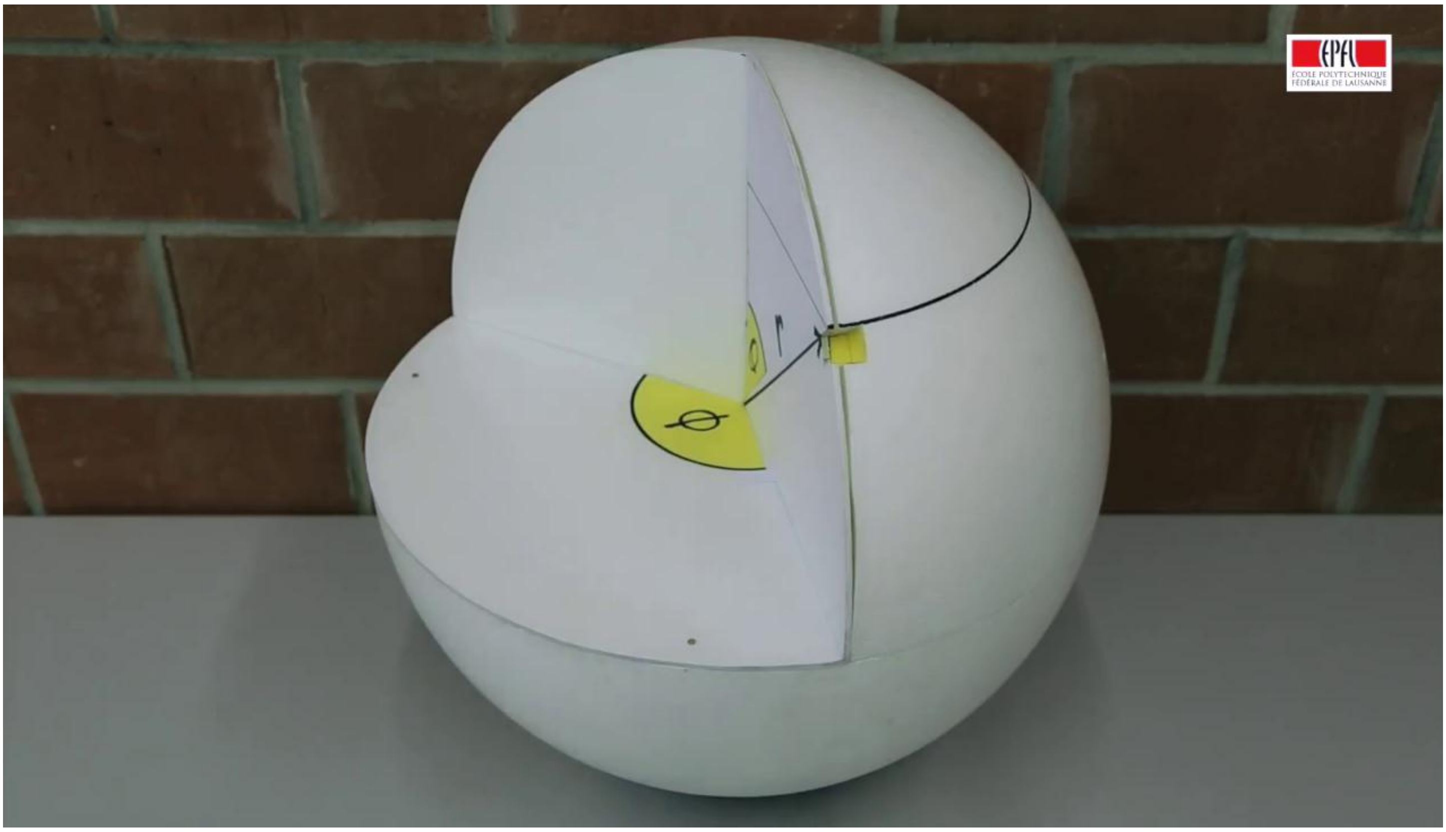
Mécanique | 2013 5

J'aimerai profiter de ce passage sur les coordonnées sphériques avec un modèle tridimensionnel pour exprimer un élément de volume en coordonnées sphériques. Regardez la vidéo.

Notes

Summary

2m 14s



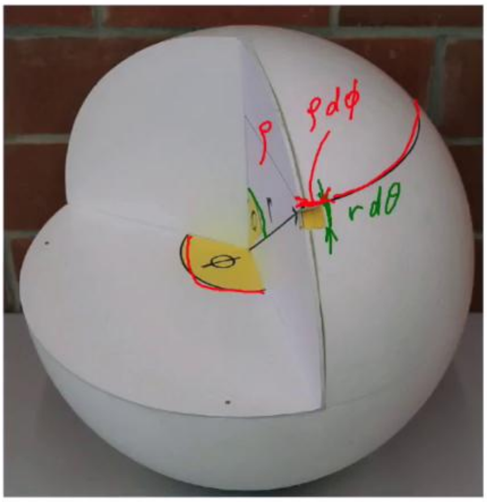
C'est ce petit élément de volume que j'aimerai exprimer en coordonnées sphériques.

Notes

Summary

2m 29s

Modèle 3D des coordonnées sphériques



$$dV = \underline{\rho d\phi}\ \underline{r d\theta}\ \underline{dr} = \sin\theta d\theta d\phi r^2 dr$$

Mécanique | 2013 6

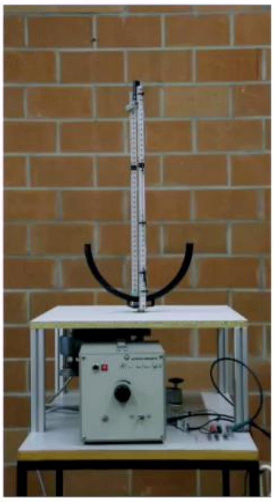
Voilà une photo de notre petit élément de volume. Vous êtes d'accord que dans cette direction là j'ai une distance qui vaut *rd* thêta. thêta c'est l'angle que j'ai là. Quand thêta varie de *d* thêta on parcourt sur la sphère cette distance *rd* thêta. Quand phi varie... Quand phi varie de *d* phi on va varier de cette grandeur là et cette grandeur là ça va être notre rhô si on apelle rhô rayon de ce cercle ici et donc ici on a une distance qui vaut rhô *d* phi. Et puis évidemment dans la direction radiale on a une dimension *dr*. Donc on finit avec un élément de volume. C'est donc le volume de ce petit cube, on a rhô *d* phi dans un sens, on a *rd* thêta dans l'autre sens et *dr* dans la direction radiale. Et avec rhô qui vaut *r* sin thêta on se retrouve avec cette formule-là r^2 sin thêta *d* phi Maintenant je passe à une expérience.

Notes

Summary

2m 36s

Glissière hémisphérique



- Un tel système appelle naturellement à l'usage des coordonnées sphériques pour exprimer de façon simple le mouvement de la bille dans la glissière.

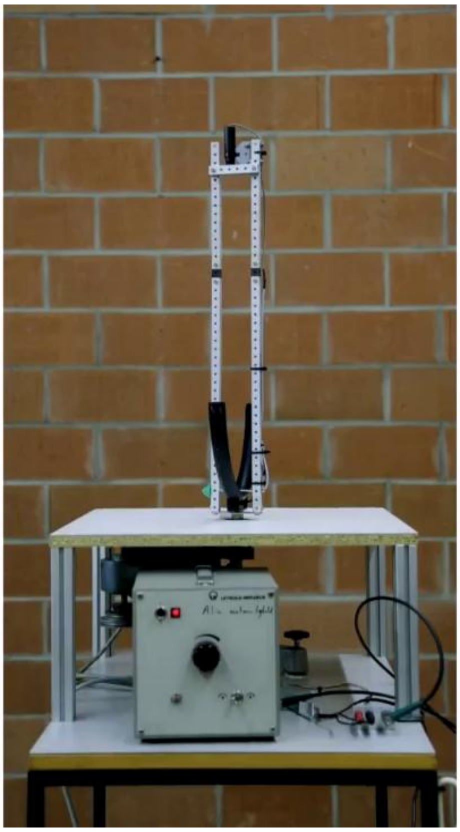
Mécanique | 2013 7

Il s'agit d'une bille dans une glissière hémisphérique. Ce demi-arc noir est une glissière. Il y a deux billes, une rouge, une noire au fond de la glissière et vous allez voir sur le film qu'on a la possibilité de faire tourner cette glissière de façon contrôlée avec une vitesse angulaire constante.

Notes

Summary

4m 12s



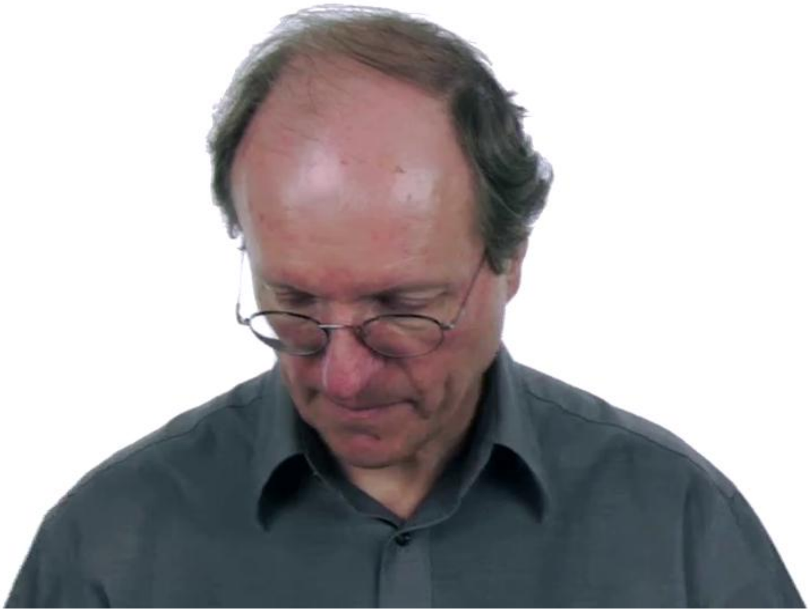
Et on peut changer la vitesse angulaire et vous avez peut-être remarqué que les billes rouges et vertes sont maintenant de côté. Elles ne sont plus au fond de la glissière.

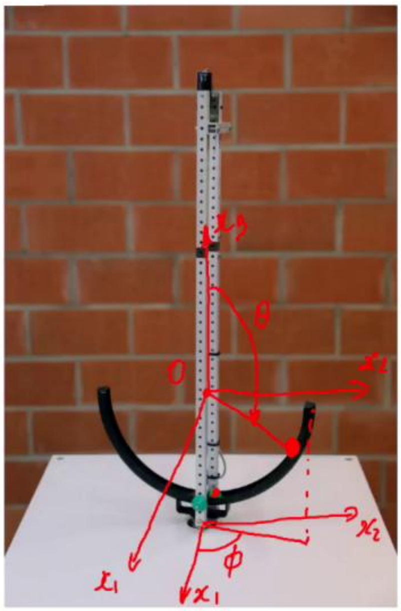
Notes

Summary

4m 33s

Glissière hémisphérique





Mécanique | 2013 8

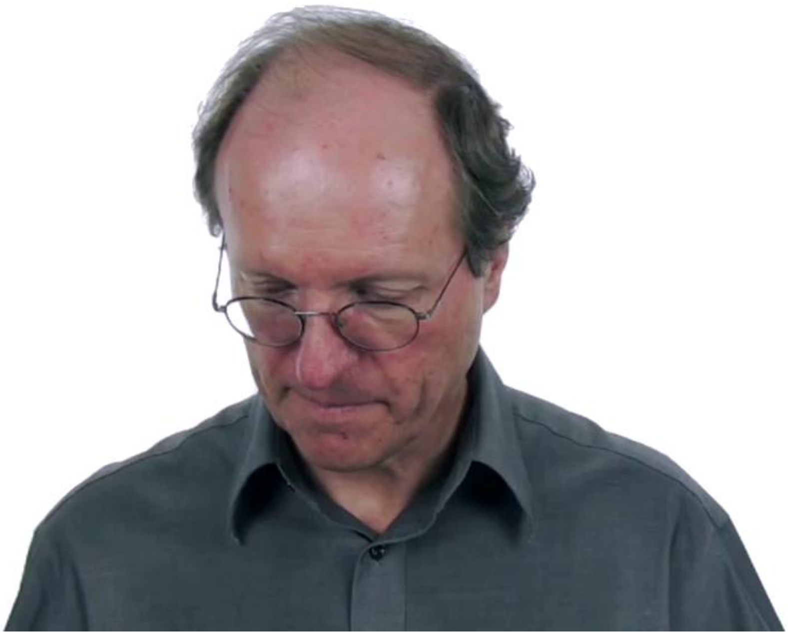
Alors comment mettre à profit les coordonnées sphériques dans une telle situation ? Vous avez votre bille qui est ici en ce moment. On aimerait représenter sa position lorsqu'elle est comme ça de côté. Alors on pourrait prendre des axes de coordonnées comme ce-ci le long des bords de la table $x1$ $x2$ On a peut-être une projection comme ce-ci donc au aurait l'angle phi qui est là. Et qu'est-ce qu'on va faire avec thêta ? Alors, évidemment on pourrait dire: « Ben, voilà le centre du cercle ». Je vais définir ça comme étant l'angle thêta. Et si je fais ça j'ai une autre définition des angles thêta que ce que je fais d'habitude donc on va éviter cette façon de travailler parce qu'on aimerait pouvoir utiliser le formulaire qu'on a établit. Par conséquent ce que je vais faire c'est que je vais définir mon origine du référentiel ici au centre du cercle. Donc ça, ça sera mon point o. Je vais prendre $x1$ à partir de là en haut comme ceci voilà $x1$ $x2$ par là-bas et je vais prendre $x3$ vers le haut pour définir l'angle thêta. Alors je dois faire un trait auxiliaire ici et mon angle thêta c'est celui-là. Voilà mon angle thêta.

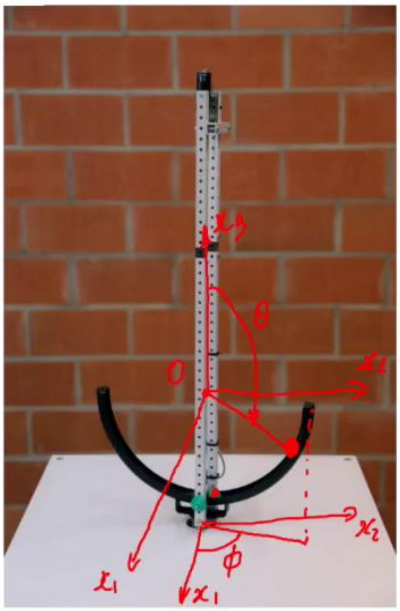
Notes

Summary

4m 52s

Glissière hémisphérique





Mécanique | 2013 8

Maintenant j'ai *r* qui est donné par le rayon de la glissière. thêta et phi, les coordonnées sphériques qui me permettent de très bien représenter le fait que ce point matériel est astreint à se déplacer dans une glitière qui tourne avec une vitesse phi point donné.

Notes

Summary

6m 42s