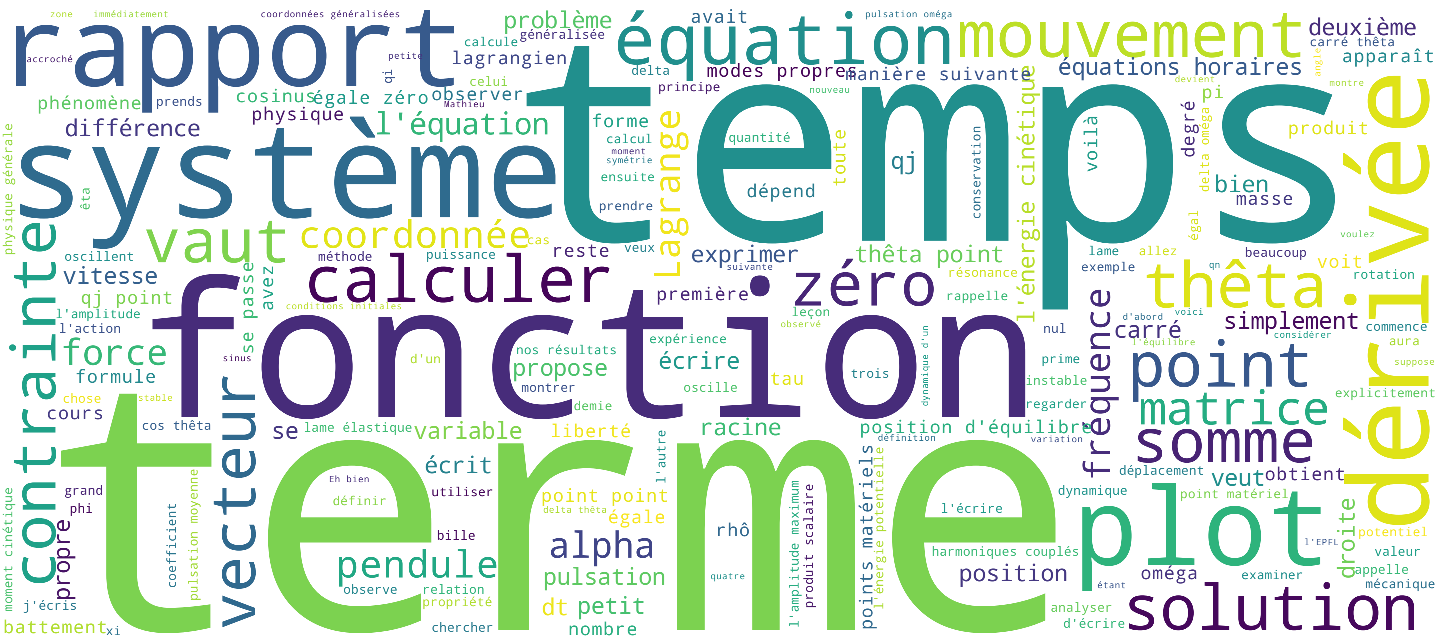
ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Expériences : oscillateurs harmoniques couplés

Mécanique, cours 27.exp

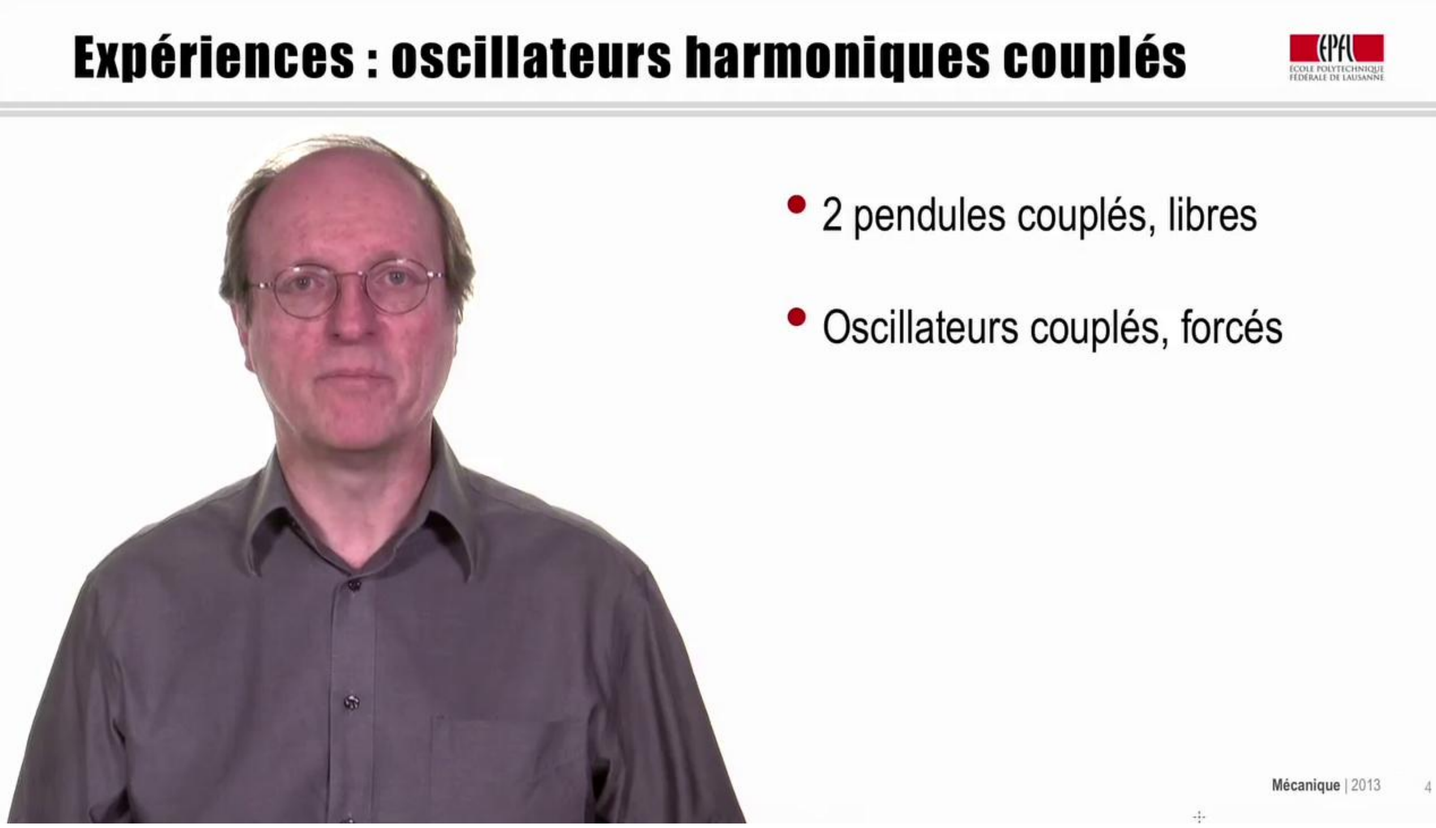
Jean-Philippe Ansermet



Search MOOC

Video

EPFL

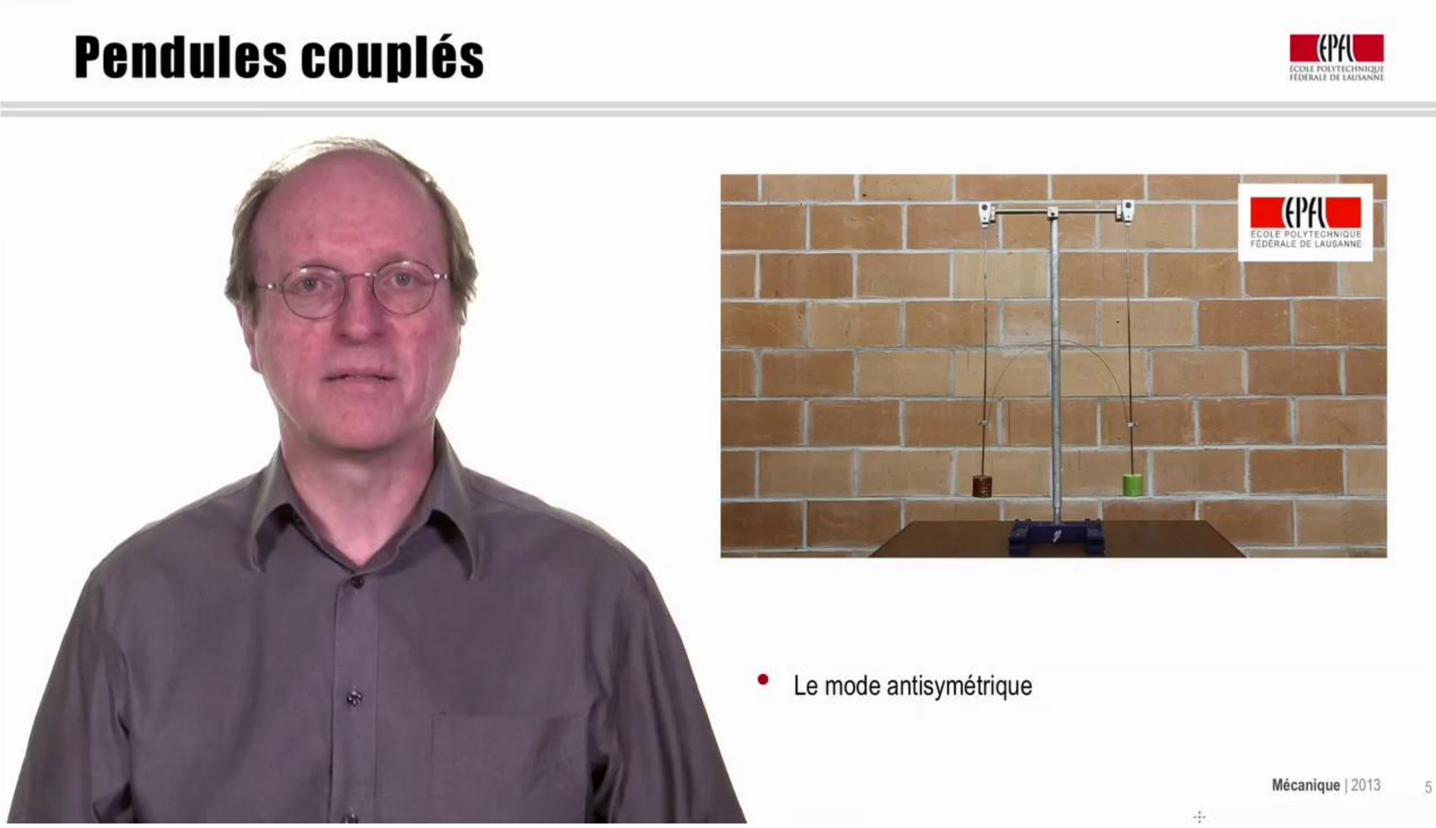


Bienvenue au cours de physique générale de l'EPFL. Dans cette leçon, on a analysé la dynamique d'un système d'oscillateurs harmoniques couplés. Ici, nous allons illustrer nos résultats par deux expériences : Dans la première, on va examiner deux pendules couplés et on va observer et analyser le phénomène de battement. Dans la deuxième, on aura deux oscillateurs harmoniques couplés. Le système est accroché à un pot vibrant et on va chercher les résonances du système. On va observer que les résonances ont lieu aux fréquences des modes propres de ce système.

Notes

Summary

0m 03s

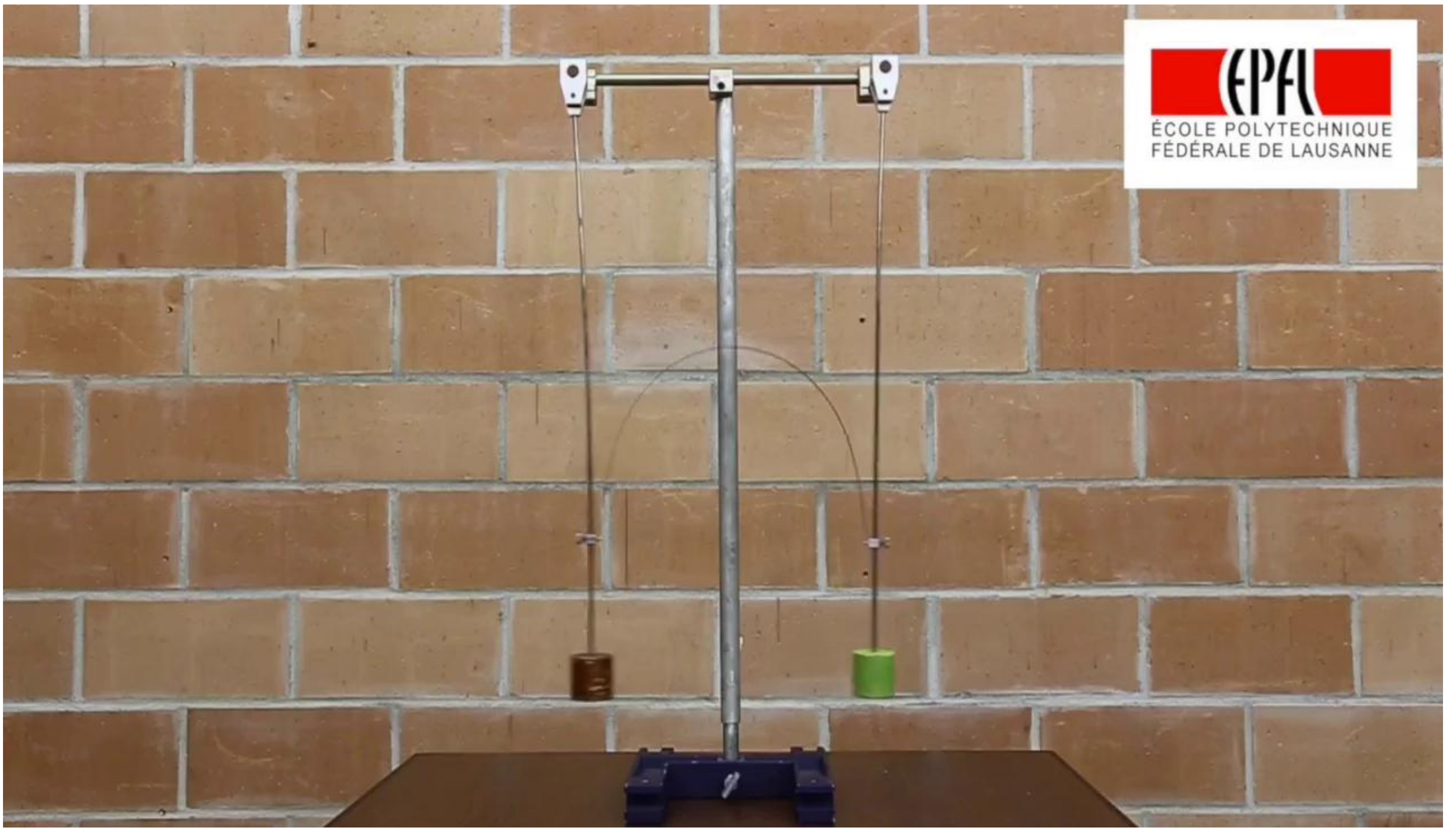


Je commence avec un système formé de deux pendules identiques reliés par une lame élastique.

Notes

Summary

0m 46s

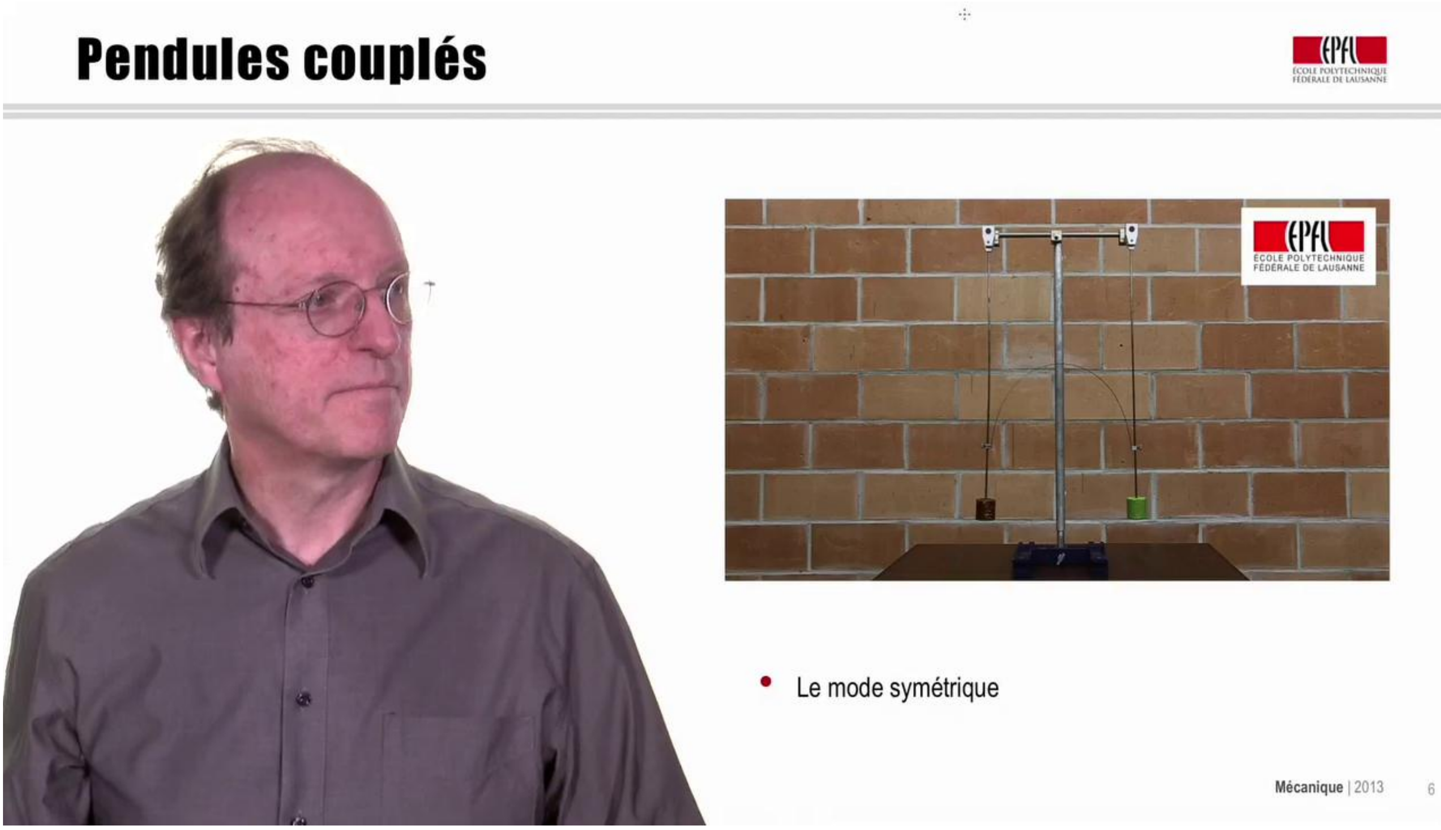


Observons d'abord le mode antisymétrique. On observe que les deux pendules oscillent à la même fréquence, ils sont simplement en opposition de phase.

Notes

Summary

0m 52s

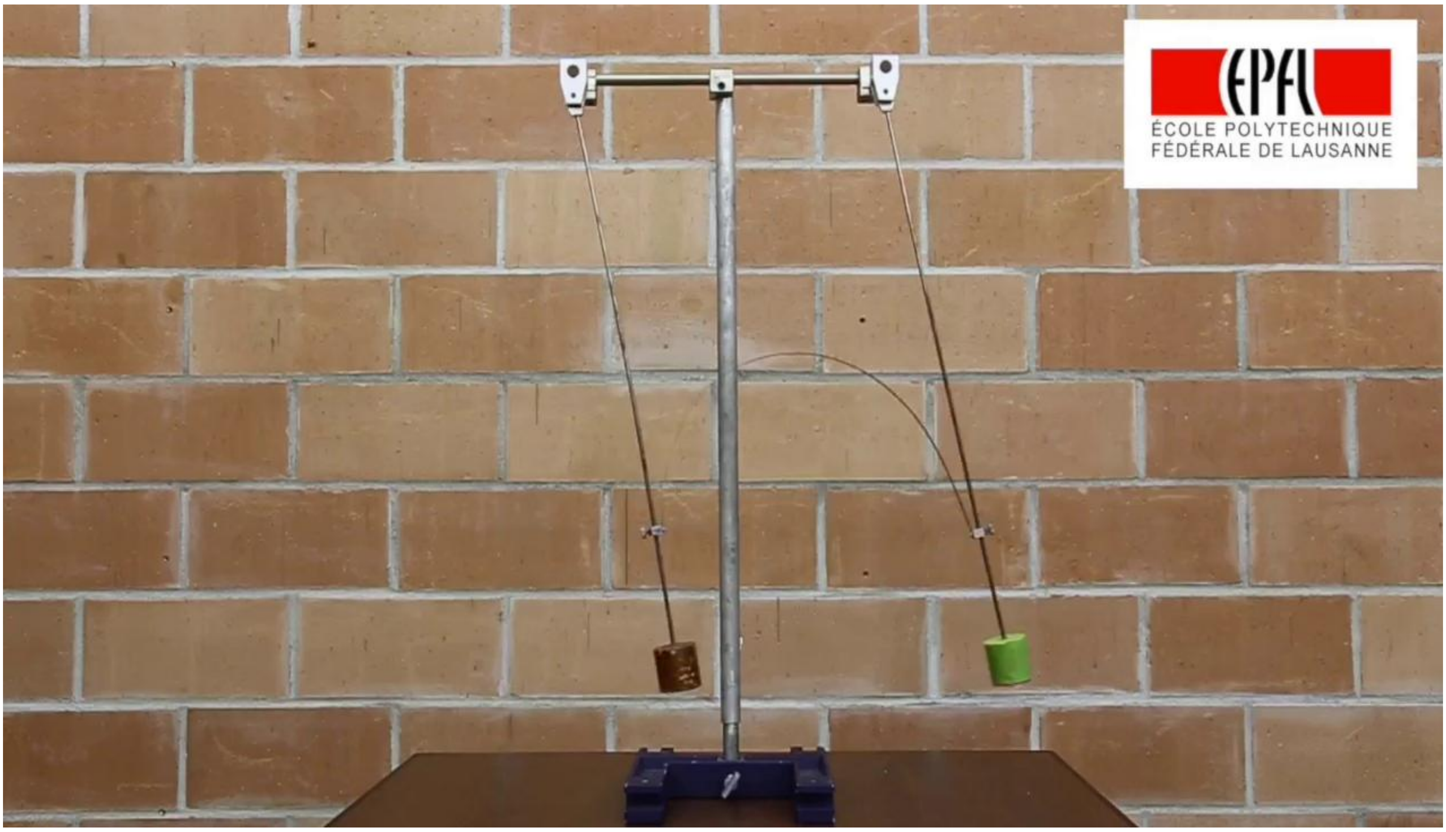


Regardons maintenant le mode symétrique.

Notes

Summary

1m 09s

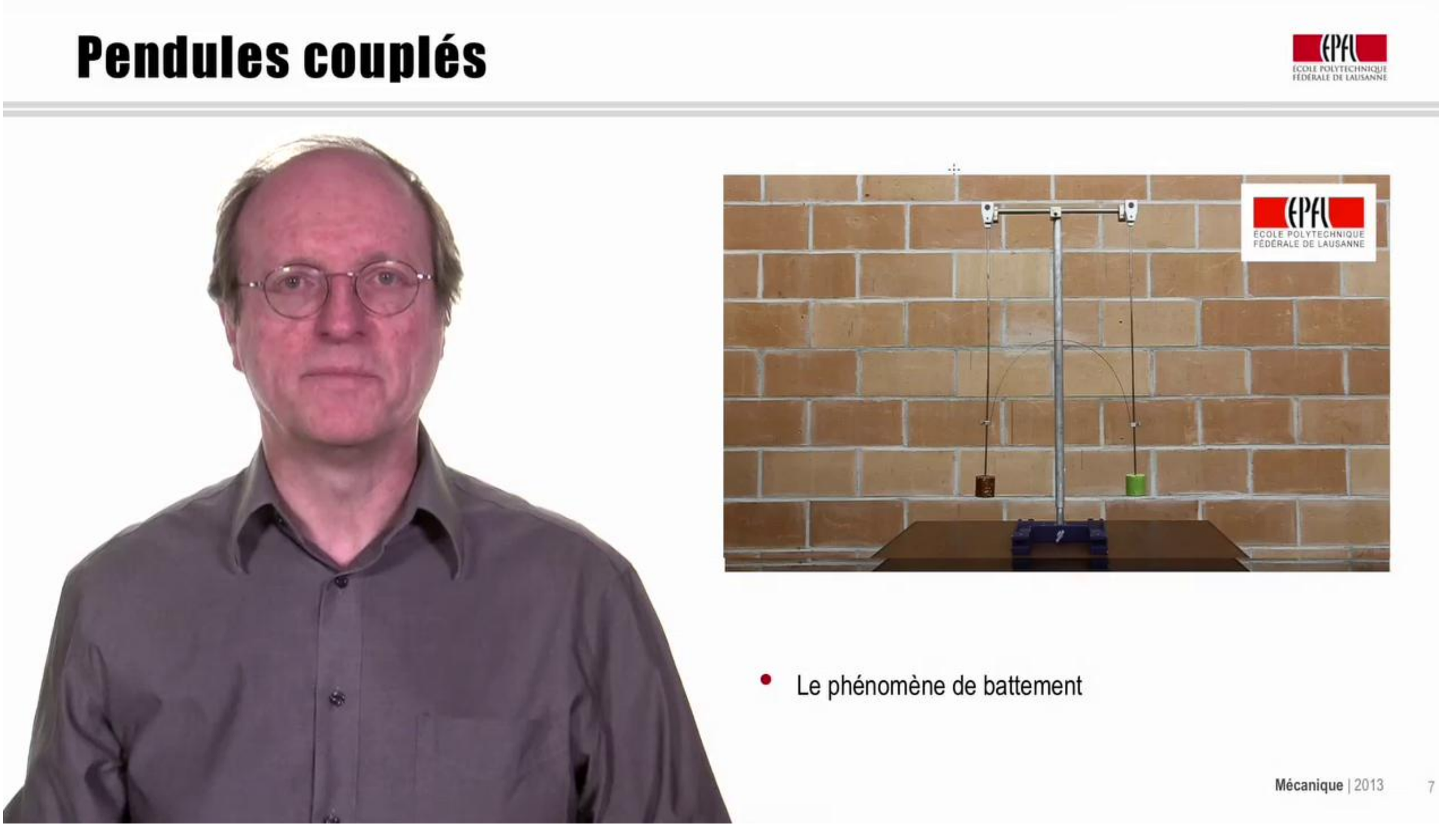


On notera que la lame élastique ne se déforme pratiquement pas dans la mesure où les pendules ont une amplitude petite; la lame ne fait que se translater.

Notes

Summary

1m 21s

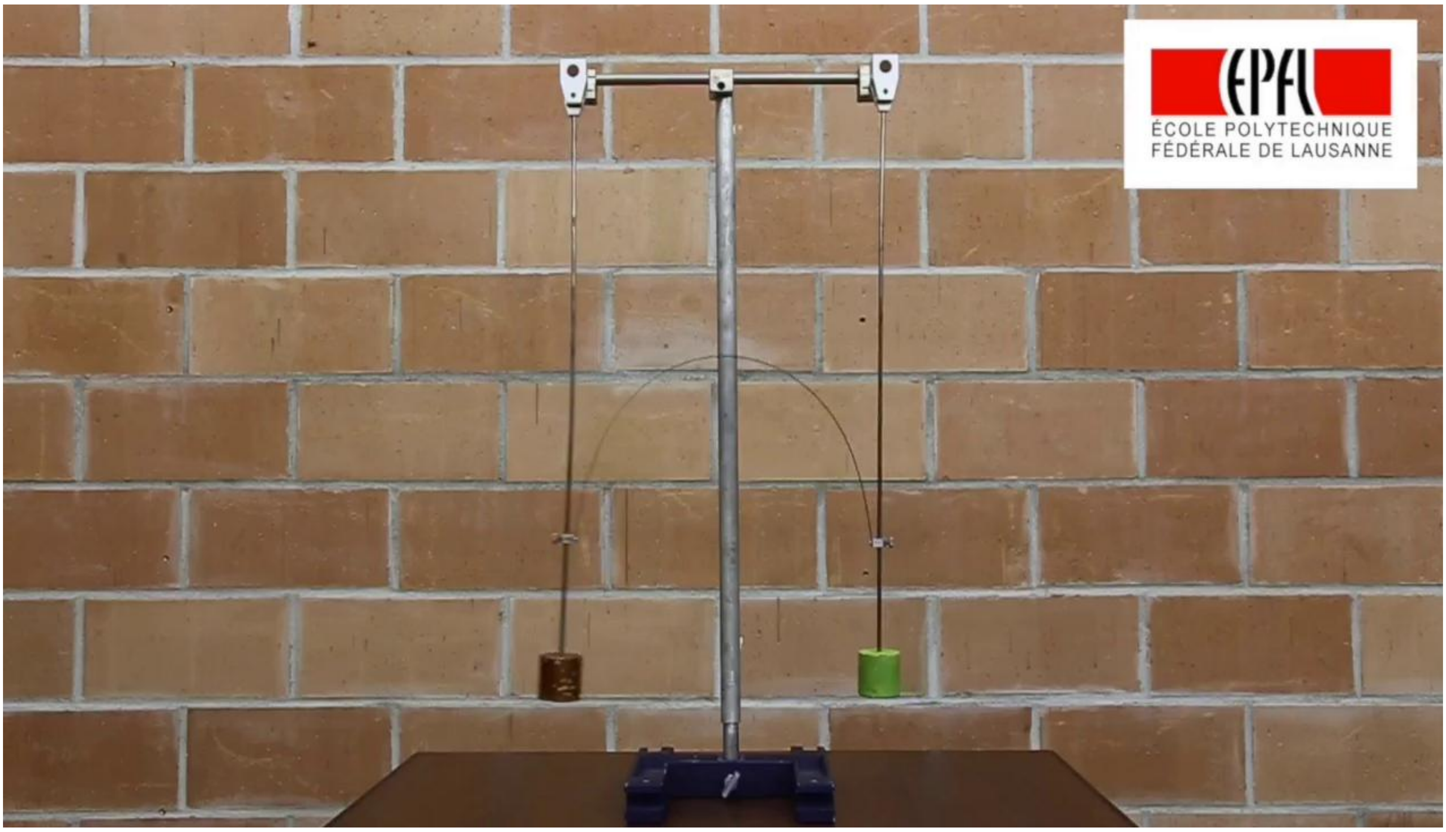


Observons ce qui se passe maintenant si on lance le système en déplaçant un seul pendule de sa position d'équilibre.

Notes

Summary

1m 33s



Vous allez voir que, peu à peu, le plot de gauche s'arrête le plot de droite a l'amplitude maximum. Et si on attend encore, le plot de droite s'arrête. Alors maintenant on a l'amplitude maximum à droite. Le plot de gauche commence à osciller à nouveau Et c'est l'amplitude à droite qui diminue.

Notes

Summary

1m 52s

Pendules couplés : battements

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Conditions initiales : $x_1 = A,\ x_2 = 0$

$\dot{x}_1 = 0,\ \dot{x}_2 = 0$

$$x_1 = \frac{1}{2} A(\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t)$$
$$x_2 = \frac{1}{2} A(\cos\omega_1 t - \cos\omega_2 t)$$

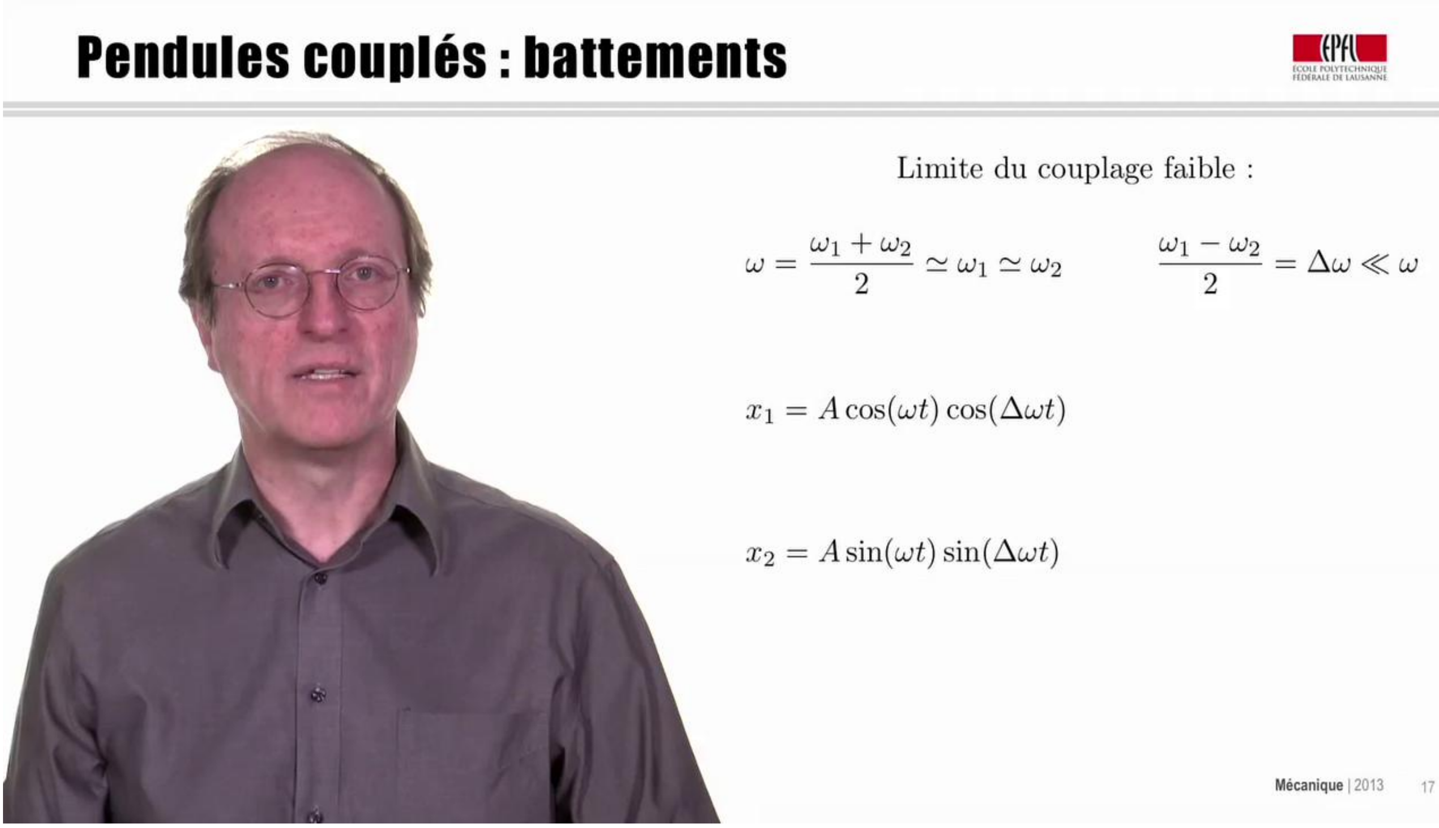
$$x_1 = A\cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$$
$$x_2 = A\sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$$

Voyons comment rendre compte du phénomène de battement en utilisant nos résultats généraux. Voici d'abord les équations horaires pour les deux pendules dans leur expression générale. Alors qu'avons-nous fait ? Nous avons écarté un plot de sa position d'équilibre. Donc on a une condition initiale qu'on va exprimer de la manière suivante : on va dire qu' au temps *t=0*, un plot a été écarté d'une amplitude *A* l'autre est resté immobile. On a aussi une condition sur les vitesses : on a les deux vitesses initiales nulles. Si on met ces conditions initiales dans nos équations horaires, on obtient les équations horaires particulières suivantes; les voici. Comme il arrive souvent en physique, on a une expression mathématique qui est correcte mais qui ne montre pas immédiatement ce qu'on a observé. Il faut faire quelques manipulations algébriques. Ici, je vous propose de transformer ces sommes de cosinus en des produits de fonctions trigonométriques à l'aide de formules standards. On obtient le résultat suivant, où apparaît maintenant la pulsation moyenne et la différence des pulsations. Si vous voulez, la fréquence moyenne et la différence des fréquences.

Notes

Summary

2m 28s



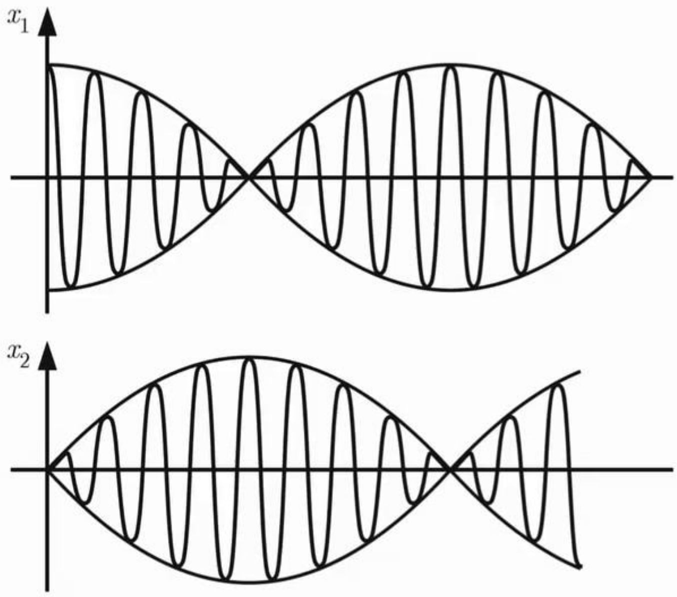
On doit encore exprimer le fait que le couplage entre les deux pendules est faible. Je propose de le faire de la manière suivante : on va noter oméga, la pulsation moyenne et delta oméga, la moitié de la différence des pulsations des deux modes propres du système. Ce faisant, les équations horaires prennent l'allure suivante et on voit maintenant des fonctions qui oscillent à la pulsation oméga, dont l'amplitude est modulée à la pulsation delta oméga qui est beaucoup plus petit qu'oméga.

Notes

Summary

4m 08s

Pendules couplés : battements



Limite du couplage faible :

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \simeq \omega_1 \simeq \omega_2 \qquad \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} = \Delta\omega \ll \omega$$

$$x_1 = A\cos(\omega t)\cos(\Delta\omega t)$$

$$x_2 = A\sin(\omega t)\sin(\Delta\omega t)$$

Mécanique | 2013 18

Cela donne les allures d'équations horaires suivantes où j'ai dessiné cette fonction qui oscille et l'enveloppe de ces fonctions. Comme on l'a observé, on a un maximum pour un plot quand on a un minimum pour l'autre.

Notes

Summary

4m 46s