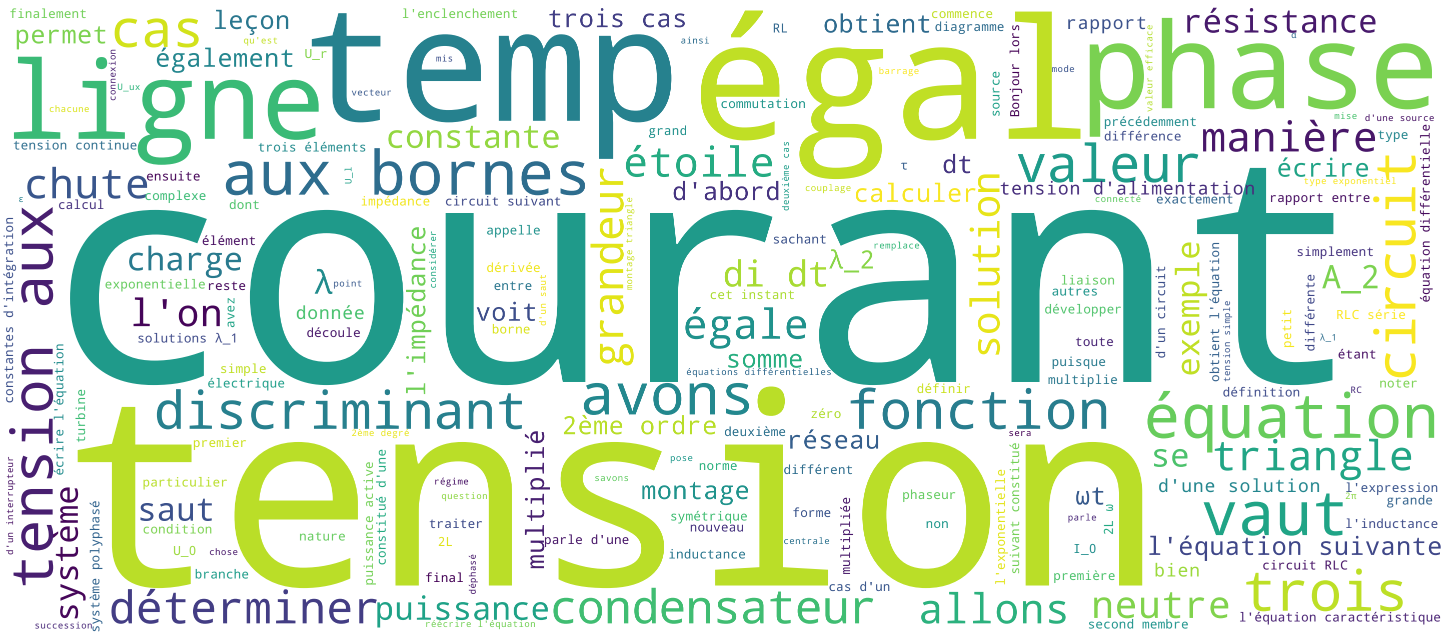
ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

RÉGIMES TRANSITOIRES

CIRCUIT RLC SÉRIE – MISE EN ÉQUATIONS

LEÇON 13

Électrotechnique II
Yves PERRIARD & Paolo GERMANO
Laboratoire d'Actionneurs Intégrés



Search MOOC

Video

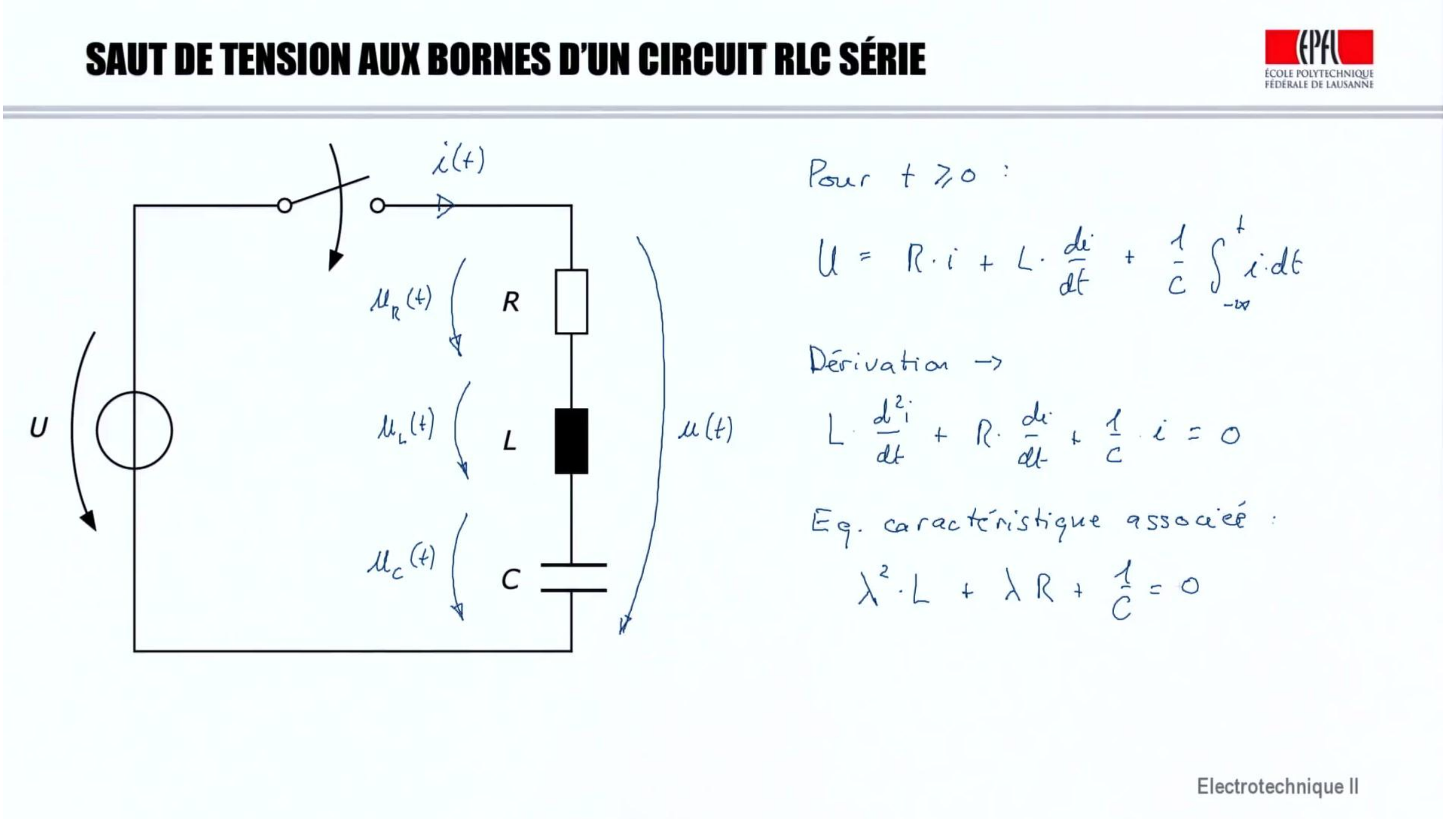
EPFL

Bonjour, lors des précédentes leçons nous avons traité le cas de circuits de type RC ou RL qui débouchent sur des équations différentielles du 1er ordre, et donc des solutions sans second membre de type exponentiel. Lors de cette leçon nous allons voir le cas d'un saut de tension, tension continue, sur un circuit RLC série. Pour la mise en équation du circuit, la méthodologie reste la même, mais les solutions que l'on va retrouver seront très différentes car l'équation différentielle qui découle du circuit proposé est du 2ème ordre.

Notes

Summary

0m 04s



Alors, soit le circuit suivant, constitué d'une source de tension continue, d'un interrupteur et de trois éléments R, L et C mis en série. On commence par noter les grandeurs au sein du circuit. i(t) la chute de tension aux bornes de la résistance U_r(t) la chute de tension au bornes de l'inductance U_l(t) et, la chute de tension au bornes du condensateur U_c(t) la tension aux bornes des trois éléments, qu'on appelle U(t). Pour un temps t >= 0, on peut écrire l'équation suivante U est égal à R*i + L*(di/dt), la chute de tension aux bornes de l'inductance, plus la chute de tension aux bornes du condensateur : 1/C * ∫[-∞, t] i(t)*dt. En dérivant cette équation, on obtient l'équation suivante L * (d^2*i/dt) + R*(di/dt) + 1/C * i = 0, la dérivée de U. A cette équation différentielle du 2ème ordre on peut associer l'équation caractéristique suivante λ^2 * L + λ*R + 1/C = 0. C'est une équation du 2ème degré donc on va déterminer les solutions λ_1 et λ_2.

Notes

Summary

0m 36s

SAUT DE TENSION AUX BORNES D'UN CIRCUIT RLC SÉRIE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

- **Solutions de l'équation caractéristique**

$$\begin{cases} \lambda_1 = -\dfrac{R}{2L} + \sqrt{\dfrac{R^2}{4L^2} - \dfrac{1}{LC}} = -\dfrac{R}{2L} + \omega \\ \lambda_2 = -\dfrac{R}{2L} - \sqrt{\dfrac{R^2}{4L^2} - \dfrac{1}{LC}} = -\dfrac{R}{2L} - \omega \end{cases}$$

- **Equation du courant**

$$i(t) = A_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + A_2 \cdot e^{\lambda_2 t}$$

A_1 et A_2 à déterminer

Electrotechnique II

Cette équation du second degré présente deux solutions λ_1 et λ_2 qui sont données par les termes constants de l'équation caractéristique avec la différence un + pour la première solution, et un - pour la deuxième solution. Pour des questions de lisibilité, on va remplace la racine carée par le terme ω, et on obtient donc que λ est égal à -R/2L ± ω. En supposant ces deux solutions On peut réécrire l'équation du courant i(t) est égal à A_1*e^(λ_1*t) + A_2*e^(λ_2*t) Les constantes A_1 et A_2 sont à déterminer.

Notes

Summary

2m 45s

SAUT DE TENSION AUX BORNES D'UN CIRCUIT RLC SÉRIE

- **Détermination des constantes d'intégration**

En $t=0$: pas de saut de courant (L série)

$$i(0) = A_1 \cdot e^0 + A_2 \cdot e^0 = 0 \quad \rightarrow \quad A_2 = -A_1 \quad \rightarrow \quad i(t)$$

$$i(t) = A_1 \left(e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}\right) = A_1 \cdot e^{-\frac{R}{2L} t} \cdot \left(e^{\omega t} - e^{-\omega t}\right)$$

$$\lambda_1 = -\frac{R}{2L} + \omega$$

- **Conditions en $t = 0$: $i(0) = 0$ et $u_c(0) = 0$**

$$u_R(0) = R \cdot i(0) = 0 \quad ; \quad u_C(0) = 0$$

Donc pour $t=0$: $U = L \cdot \frac{di}{dt}$

Electrotechnique II

Pour déterminer les constantes d'intégration A_1 et A_2, on se place au temps t = 0 en sachant qu'à cet instant il ne peut pas y avoir de saut de courant dans le circuit, à cause de l'inductance série. En écrivant l'équation du courant au temps t = 0, on obtient l'équation suivante cette équation, nous permet de déterminer une première relation entre A_1 et A_2, que l'on remplace dans l'équation temporelle du courant, qui nous donne la relation suivante : On peut développer cette équation en sachant que la constante λ_1 est égale à -R/2L + ω. Idem pour λ_2, remplacer dans l'équation précédente nous donne le terme exponentiel -R/2L qu'on met en évidence multiplié par (e^(ωt) - e^(-ωt)). Pour ce cas-ci, on pose les conditions au temps t=0 mais on sait que le courant au temps t = 0 est égal à 0. La tension aux bornes du condensateur au temps t = 0, vaut 0 le condensateur est initialement vide. Ce qui nous donne que, la tension aux bornes de la résistance au temps t = 0 est égal à R fois i(0) est égal à 0 et, la tension aux bornes du condensateur au temps t = 0, est égale à 0. Il reste donc pour l'équation de liaison au temps t = 0 U, la tension d'alimentation est égale à L*(di/dt), les deux autres termes disparaissent.

Notes

Summary

4m 04s

- **Trois cas à considérer :**

Discriminant sous la racine carrée : $\Delta = \frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}$

1) $\Delta > 0$ → deux solutions réelles (sol. "suramortie")

2) $\Delta < 0$ → deux solutions complexe (sol. "oscillatoire amortie")

3) $\Delta = 0$ → une solution réelle (sol. "amortissement critique")

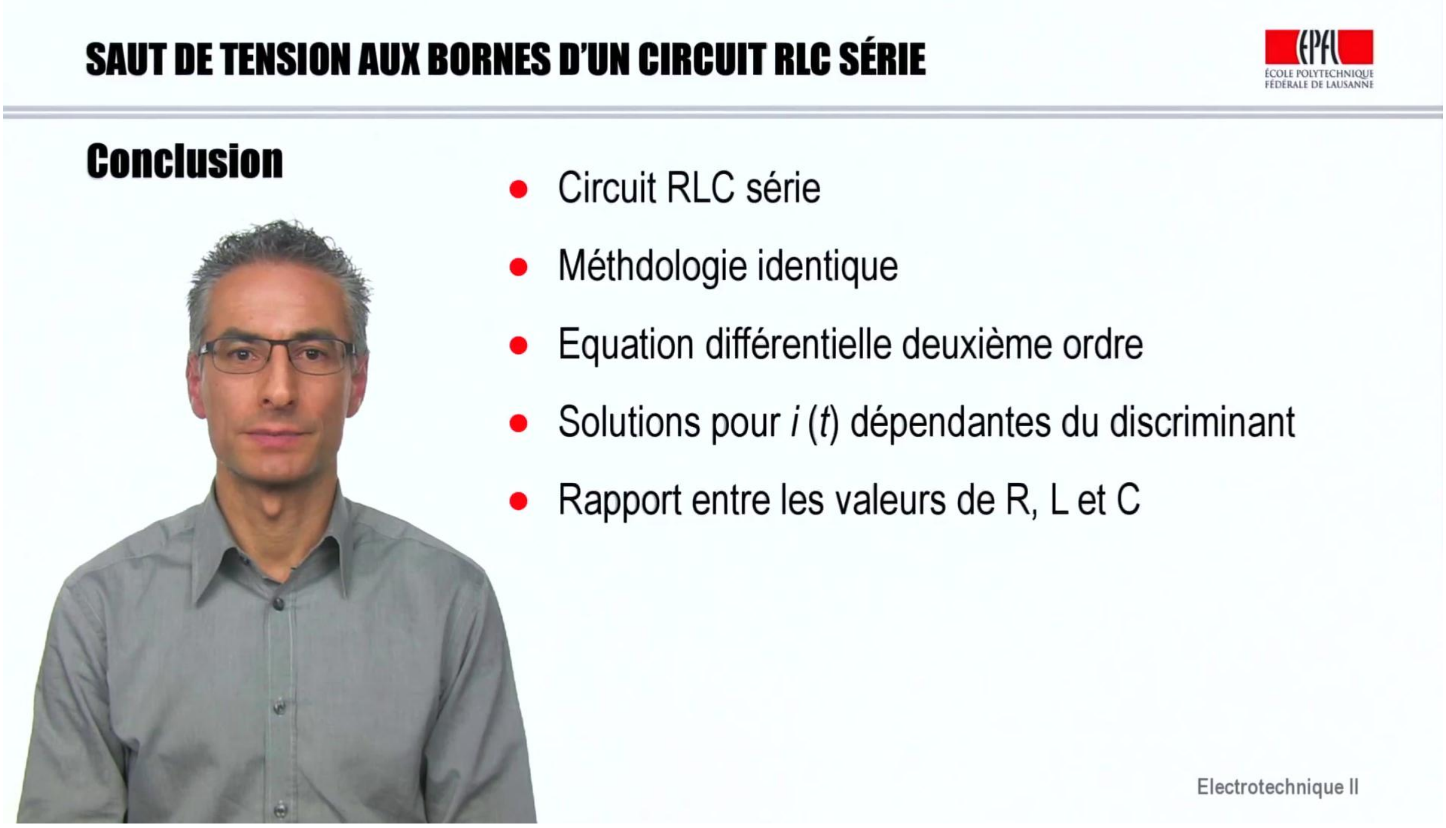
Electrotechnique II

A cet instant du développement trois cas sont à considérer en fonction de la valeur du discriminant sous la racine carrée ce discriminant Δ est égal à (R^2/4L^2) - 1/LC. les trois cas sont les suivants : soit le discriminant est plus grand que 0 dans un tel cas nous obtiendrons deux solutions réelles. On parle d'une solution, dite, "suramortie". Dans le deuxième cas le discriminant est plus petit que 0 on obtiendra deux solutions complexes, on parle d'une solution "oscillatoire amortie" et dans le troisième cas, lorsque le discriminant es égal à 0 nous avons une seule solution réelle, on parle, dans ce cas là, d'une solution "amortissement critique".

Notes

Summary

6m 02s



Voilà, nous avons commencé à traiter le cas d'un circuit RLC série commuté sur une tension d'alimentation continue. La méthodologie utilisée reste la même. La nature du circuit fait que nous tombons sur une équation différentielle du 2ème ordre. Les solutions pour le courant i(t) seront dépendantes du discriminant. Le rapport entre les valeurs de R, L et C va déterminer la nature de la solution, et de la forme du courant. Lors de la prochaine leçon, nous traiterons les trois cas pour le discriminant nous mèneront à trois solutions diffèrentes.

Notes

Summary

7m 23s