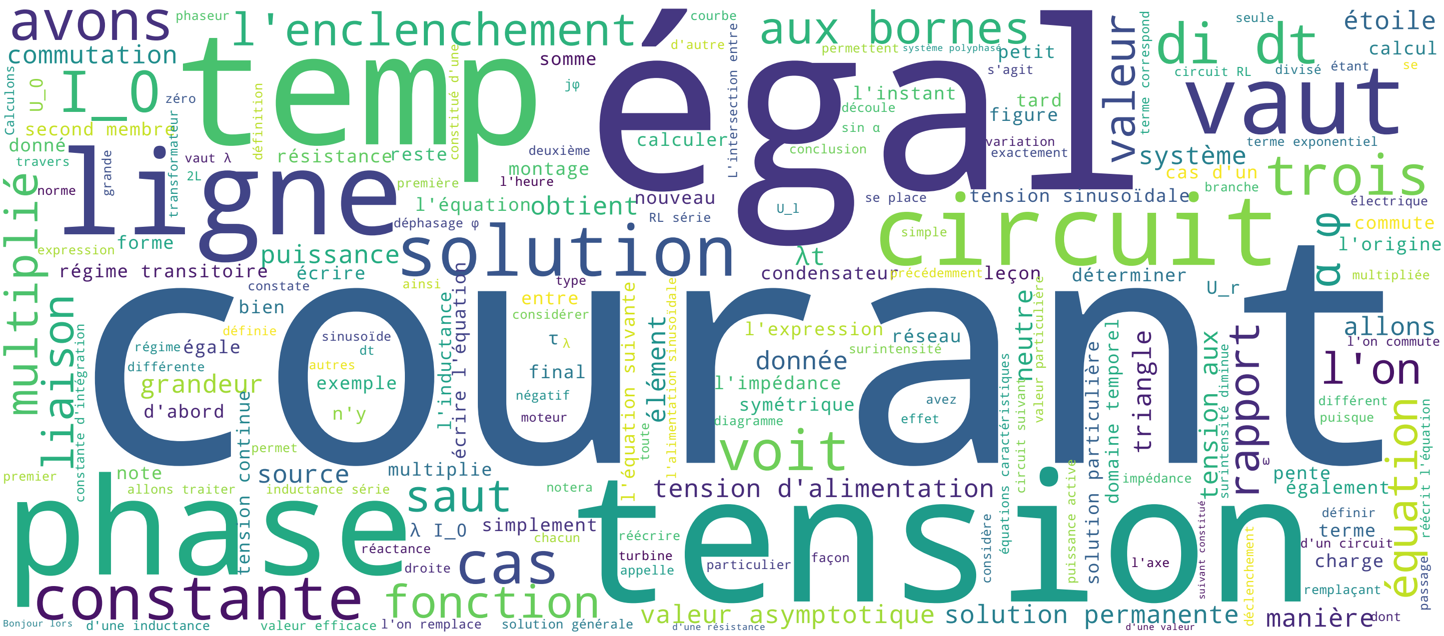
# RÉGIMES TRANSITOIRES

## CIRCUIT RL SÉRIE

LEÇON 12


**Électrotechnique II**
Yves PERRIARD & Paolo GERMANO
Laboratoire d'Actionneurs Intégrés


Search MOOC

Video

## INTRODUCTION

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

### Généralités

- Exemple : Circuit RL série
- Saut sur une source de tension continue
- Saut sur une source de tension sinusoïdale
- Conclusions

Electrotechnique II

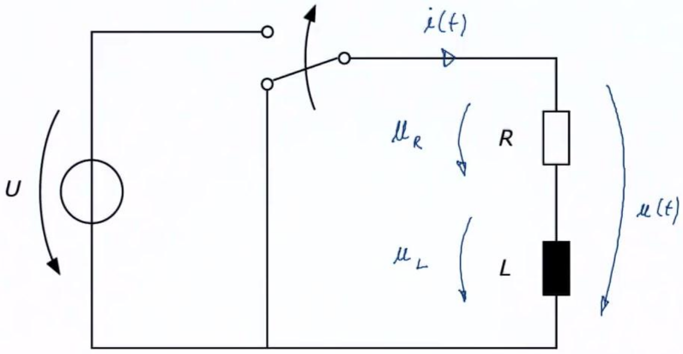
Bonjour, lors de cette leçon,nous allons traiter le cas d'un circuit RL série. L'importance de circuit provient du fait qu'il est omniprésent dans le domaine des moteurs, des transformateurs ou encore de l'électronique de puissance. Lors de la leçon d'aujourd'hui, comme pour le circuit RC, nous allons traiter, premièrement, le cas où l'on soumet un circuit à un saut de tension continue. Dans un deuxième temps, nous allons soumettre ce circuit à un saut de tension sinusoïdal. Commençons par l'enclenchement sur une source continue.

Notes

Summary

0m 04s

# SAUT DE TENSION AUX BORNES D'UN CIRCUIT RL SÉRIE




À $t=0$ $\quad i = I_0$

$$\left| \begin{array}{l} u_R = R \cdot i \\ u_L = L \cdot \dfrac{di}{dt} \end{array} \right.$$

$$u = u_R + u_L = U \quad (t>0)$$

Electrotechnique II

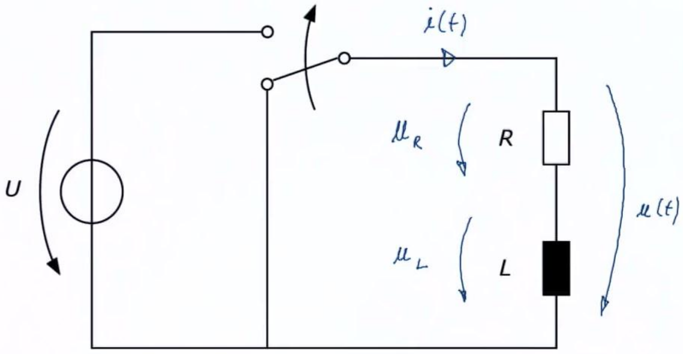
Considérons le circuit suivant, constitué d'une résistance série et d'une inductance, série également, que l'on vient commuter temps t=0 sur une tension d'alimentation U. On note toutes les grandeurs au sein du circuit tout d'abord le courant qui travers le circuit cette boucle unique i(t) la tension aux bornes de la résistance qui vaut U_r la tension aux bornes de l'inductance qu'on appelle U_l et la tension totale aux bornes des deux éléments qui vaut u(t). Pour traiter un cas général, au temps t=0 on va considérer que le courant dans l'inductance vaut déjà I_0. A t=0 i est égal à I_0. On écrit ensuite toutes les équations caractéristiques de chacun des éléments, c'est-à-dire que pour U_r ceci est égal à R * i et pour U_l la tension aux bornes de U_l vaut L * (di/dt). Ceci sont les équations caractéristiques. Ensuite on considère la boucle et on écrit les équations de liaison c'est-à-dire que u est égal à U_r + U_l est égal à U au temps t égal 0, et après (t>0). Donc cette équation de liaison est écrite ici sous forme R*i plus L di/dt est égal à U.

Notes

Summary

0m 35s

# SAUT DE TENSION AUX BORNES D'UN CIRCUIT RL SÉRIE




À $t=0$ $\quad i = I_0$

$$u_R = R \cdot i$$
$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$u = u_R + u_L = U \quad (t>0)$$

$$R i + L \frac{di}{dt} = U$$

$$i_s = A \cdot e^{\lambda t} \; ; \; i_p = U/R \;\rightarrow\; i = A \cdot e^{\lambda t} + \frac{U}{R} \;\rightarrow\; \frac{di}{dt} = \lambda \cdot e^{\lambda t} \cdot A$$

$$R i + L \cdot \frac{di}{dt} = U \;\rightarrow\; R \cdot \left(\cancel{A e^{\lambda t}} + \cancel{\frac{U}{R}}\right) + L \cdot \lambda \cdot \cancel{A e^{\lambda t}} = \cancel{U}$$

$$R = -L \cdot \lambda \;\rightarrow\; \lambda = -\frac{R}{L} = -\frac{1}{\tau} \qquad \underline{\tau = \frac{L}{R}}$$

Electrotechnique II

On a vu qu'une telle équation présente une solution sans second membre, de type exponentiel une solution permanente I_p, qui vaut pour le régime établi U/R, l'inductance ne voyant plus de variation de courant, la tension aux bornes de cette dernière vaut 0, et donc le courant résultant dans la boucle, vaut U/R. Ceci découle sur la solution générale qui vaut I_s + I_p, c'est-à-dire que i est égal à A fois e^(λt) plus U/R que l'on peut dériver et qui est égal à λ, la dérivée interne de l'exponentielle, multiplié par la même exponentielle multiplié par la constante A. Si l'on remplace ces expressions i et di/dt, dans l'équation de liaison on obtient pour déterminer la constante λ, que R_i + L *(di/dt) est égal à U en remplaçant i(t) et di/dt dans cette équation de liaison, on obtient l'appellation suivante: R multiplié par i, c'est-à-dire A e^(λt) plus U/R fois R plus L fois di/dt, c'est-à-dire, L fois λ fois A e^(λt) qui est égal à U. On peut simplifier ces deux termes-là, ainsi que ce terme-là divisé de part et d'autre de l'équation par ce terme et il reste que R est égal à -L fois λ, ou exprimé différemment λ est égal à moins R/L, et c'est égal à -1/τ. τ étant la constante de temps qui est définie par L/R pour un circuit RL série.

Notes

Summary

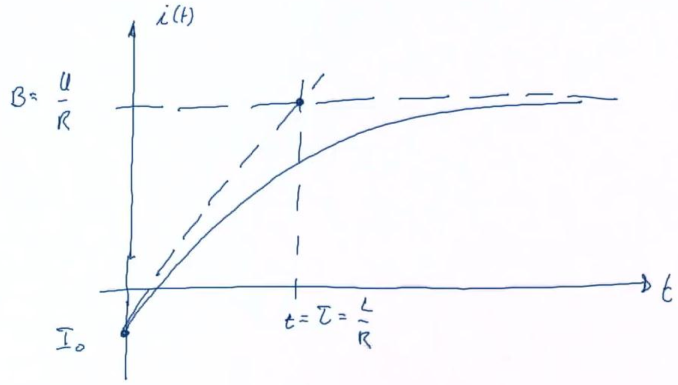
2m 26s

# SAUT DE TENSION AUX BORNES D'UN CIRCUIT RL SÉRIE

Constante A :

À $t=0$ : pas de saut de courant :

$$I_0 = \frac{U}{R} + A \rightarrow A = I_0 - \frac{U}{R} \quad : \quad i(t) = \frac{U}{R} + \left(I_0 - \frac{U}{R}\right) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$




Electrotechnique II

Il s'agit maintenant de déterminer la constante d'intégration A et pour ce faire, on se place au temps t=0, c'est-à-dire, à l'enclenchement où il ne peut pas y avoir de saut de courant et donc au temps t=τ, l'exponentielle vaut 1, et on peut écrire l'équation suivante : I_0 = U/R + A, d'où l'expression de A qui est égale à I_0 moins U/R. On réécrit finalement l'équation du courant qui vaut i(t) qui est égal à la solution permanente U/R, plus l'expression du courant déterminée. Représenté graphiquement dans le domaine temporel, ceci donne la courbe suivante i(t) en fonction du temps la courbe part d'une valeur I_0 quelconque ici, on peut la mettre négative et va tendre vers la valeur asymptotique et finit par U/R, qui est la valeur permanente qu'on appelle, également, B pour les calculs qui vont suivre. L'intersection entre la pente à l'origine et la valeur asymptotique se fait au temps t=τ, qui est égal à L/R.

Notes

Summary

5m 09s

## SAUT DE TENSION AUX BORNES D'UN CIRCUIT RL SÉRIE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Calcul de la pente à l'origine :

$$i(t) = B + (I_0 - B)\cdot e^{-\lambda t} \quad ; \quad \frac{di}{dt} = -\lambda (I_0 - B)\cdot e^{-\lambda t}$$

en $t=0$ : $$\frac{di}{dt} = -\lambda (I_0 - B) \xrightarrow{\text{droite}} i' = -\lambda (I_0 - B)\, t + I_0$$

intersection entre la pente à l'origine et la valeur asymptotique :

$$i' = B \rightarrow B = -\lambda (I_0 - B)\cdot t + I_0$$

$$B - I_0 = -\lambda (I_0 - B)\, t \rightarrow t = \frac{1}{\lambda} = \tau = \frac{L}{R} \quad \text{constante de temps}$$

Que vaut $i$ pour $t = \tau$ : $i = B + (I_0 - B)\, e^{-1}$

si $I_0 = 0$ $$i = B(1 - e^{-1}) = B\left(1 - \frac{1}{e}\right) = 0{,}632 \cdot \frac{U}{R}$$

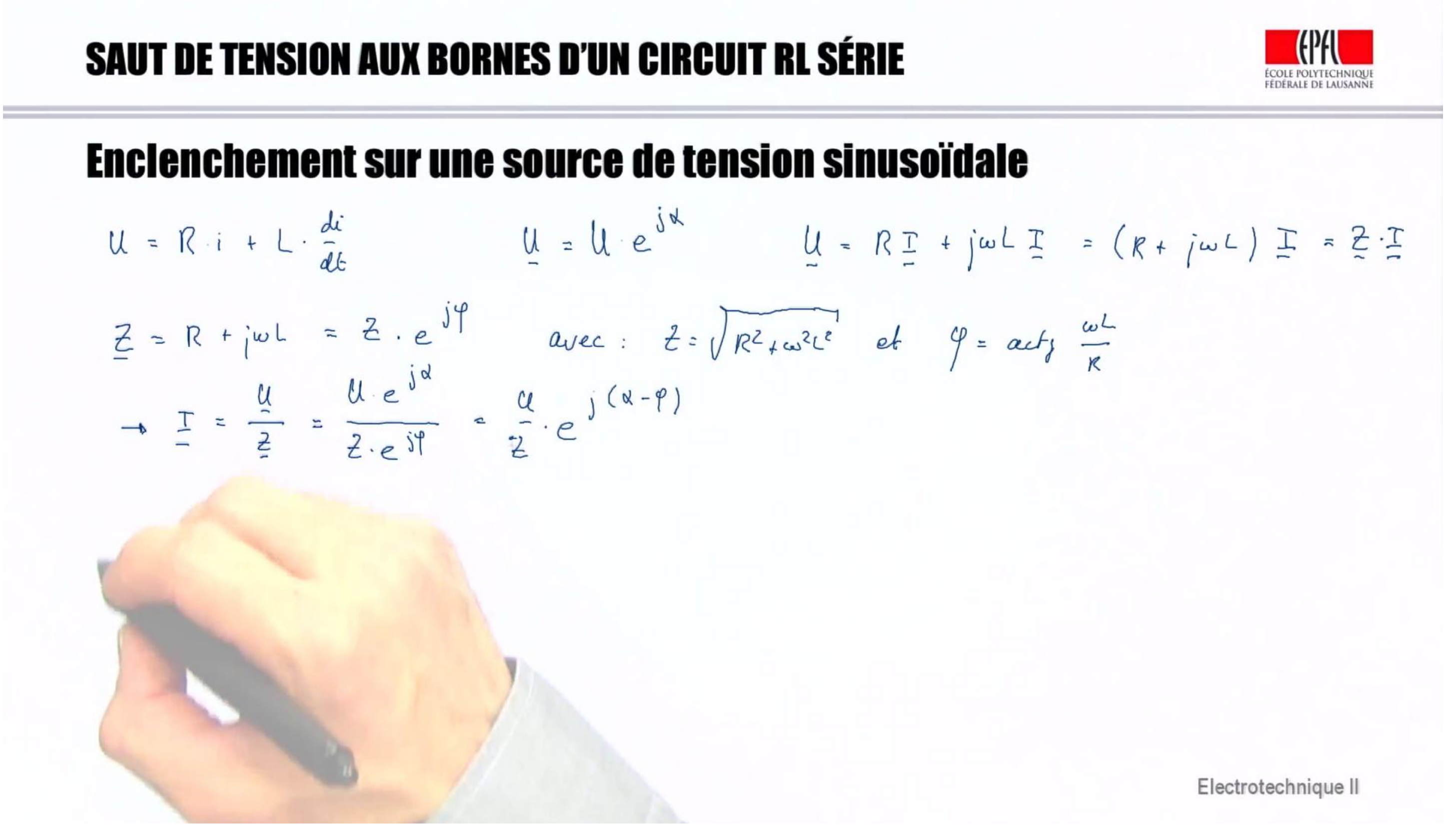
Electrotechnique II

Calculons maintenant la pente à l'origine. On répète l'équation de latence du courant i(t) = U/R qu'on à remplacé par l'expression B, I_0 moins B, multiplié par e^(-λt) et sa dérivée di/dt, qui vaut -λ I_0 moins B multiplié par e^(-λt). En t=0, cette pente vaut -λ(I_0 - B) et donc, à droite est donnée par l'expression, -λ plus l'abscisse à l'ordonnée. On peut calculer maintenant l'intersection entre cette pente à l'origine et la valeur asymptotique. C'est à dire ça sous-entend qu'il faut résoudre l'équation suivante: i' = B ce qui donne que B est égal à -λ(I_0 - B) plus I_0. Et donc, B - I_0 est égal à -λ(I_0 - B)*t. L'intersection se fait donc au temps t = 1/λ = τ. qui est égal à L/R, la constante de temps. Finalement, nous allons calculer quelle est la valeur de i pour cet instant t = τ qui est la constante de temps si l'on remplace dans l'équation du courant, le temps t par τ, on obtient l'équation suivante i = B + (I_0 - B)e^(-1). Ceci vaut t/τ. Si I_0 est égal à 0, alors le courant i vaut B qui multiplie (1 - e^(-1)) ou écrite sous cette forme, B(1 - 1/e) est égal à 0.632 fois la valeur asymptotique.

Notes

Summary

6m 54s




Calculons maintenant le cas d'un enclenchement, non pas sur une source de tension continue, mais sur une source de tension sinusoïdale. Pour une tel enclenchement on va considérer des conditions initiales. Seule la composante permanente se modifie et donnée par le calcul complexe associé au circuit. On réécrit l'équation de liaison la tension d'alimentation écrite forme complexe vaut U est égal à la valeur efficace, multipliée par e^(jα). Si on réécrit l'équation de liaison en tenant compte de cette tension d'alimentation, on a que U = R * I complexe plus jωLI. C'est aussi égal à (R + jwL)*I Ceci est égal à Z*I. Exprimer différemment l'impédance Z qui vaut R + JωL que c'est égal à Z multiplié par e^(jφ) avec Z qui est égal √(R^2 +ω^2*L^2) et l'angle phi, qui est donné par l'arctan de la réactance sur la résistance. Et finalement, le courant qui est donné par U/Z peut être exprimé de cette façon-là U*e^(jα) divisé par Z*e^(jφ) qui est égal à U/Z multiplié par e^j(α - φ). Si l'on retourne dans le domaine temporel, on peut réécrire cette équation particulière, qui est la solution particulière du courant I_p = √2*(U/Z)*sin(ωt + α - φ).

Notes

Summary

9m 45s

# SAUT DE TENSION AUX BORNES D'UN CIRCUIT RL SÉRIE

## Enclenchement sur une source de tension sinusoïdale

$$U = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} \qquad \underline{U} = U \cdot e^{j\alpha} \qquad \underline{U} = R\underline{I} + j\omega L \underline{I} = (R + j\omega L)\underline{I} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

$$\underline{Z} = R + j\omega L = Z \cdot e^{j\varphi} \quad \text{avec : } Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \text{ et } \varphi = \text{arctg} \frac{\omega L}{R}$$

$$\rightarrow \underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{U \cdot e^{j\alpha}}{Z \cdot e^{j\varphi}} = \frac{U}{Z} \cdot e^{j(\alpha - \varphi)}$$

Domaine temporel : $i_p = \sqrt{2} \cdot \frac{U}{Z} \cdot \sin(\omega t + \alpha - \varphi)$

$$i = \sqrt{2} \frac{U}{Z} \sin(\omega t + \alpha - \varphi) + \underline{\underline{A}} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

$$A = -\sqrt{2} \cdot \frac{U}{Z} \sin(\alpha - \varphi)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{i = \sqrt{2} \frac{U}{Z} \left[ \sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi) \cdot e^{-\frac{R}{L} t} \right]}}$$

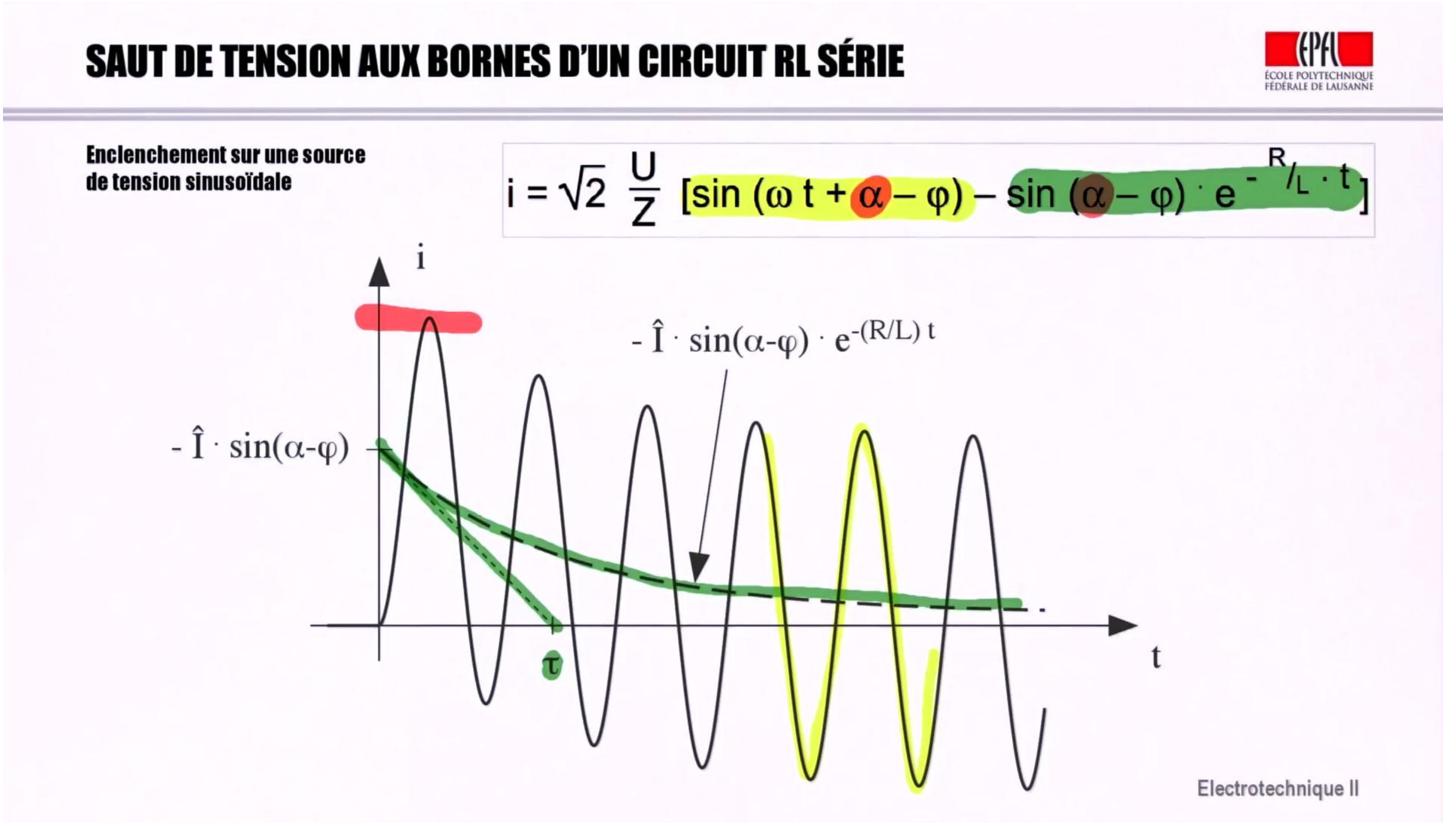
Electrotechnique II

On a dit, tout à l'heure, que seule la valeur particulière changeait donc la solution du second membre reste, on peut donc écrire l'équation pour le courant qui est la solution particulière plus, la solution permanente. A nouveau, nous devons calculer la constante d'intégration A et pour ce faire, on se place au temps t=0, donc à l'enclenchement, en supposant que i=0 on a que A est égal à -√2*(U/Z)*sin(α - φ) Au final la solution est donnée par le courant qui vaut Ceci est l'expression finale, on remarquera que l'instant auquel on fait la commutation par rapport à la tension sinusoïdale est très important nous allons le voir sur le graph de la page suivante.

Notes

Summary

12m 22s

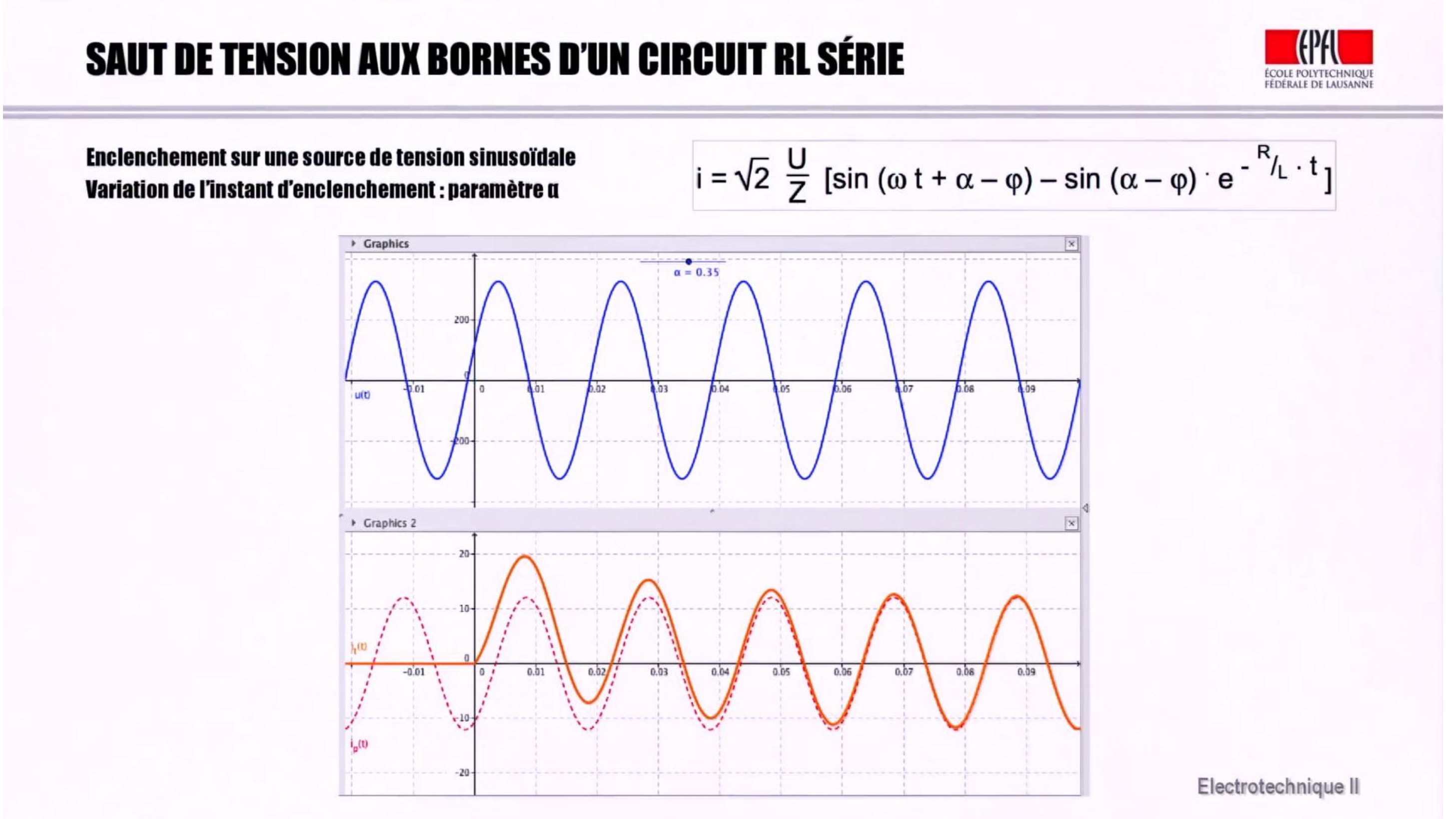



La représentation graphique, temporelle, de cette solution, pour le courant, est donnée par cette figure. On voit qu'il s'agit d'une sinusoïde ce terme-là qui est additionné à une fonction exponentielle. La sinusoïde correspond à l'alimentation sinusoïdale en tension, et l'exponentielle correspond au fait de faire un enclenchement. C'est le régime transitoire avec sa constante de temps. On notera la surintensité de courant dûe à l'enclenchement, ici que le retrouve également en cas de déclenchement, et qui dépend de l'instant de commutation α, ici et ici par rapport à la tension d'alimentation. Nous allons examiner l'effet de ce paramètre α plus en détail.

Notes

Summary

13m 33s

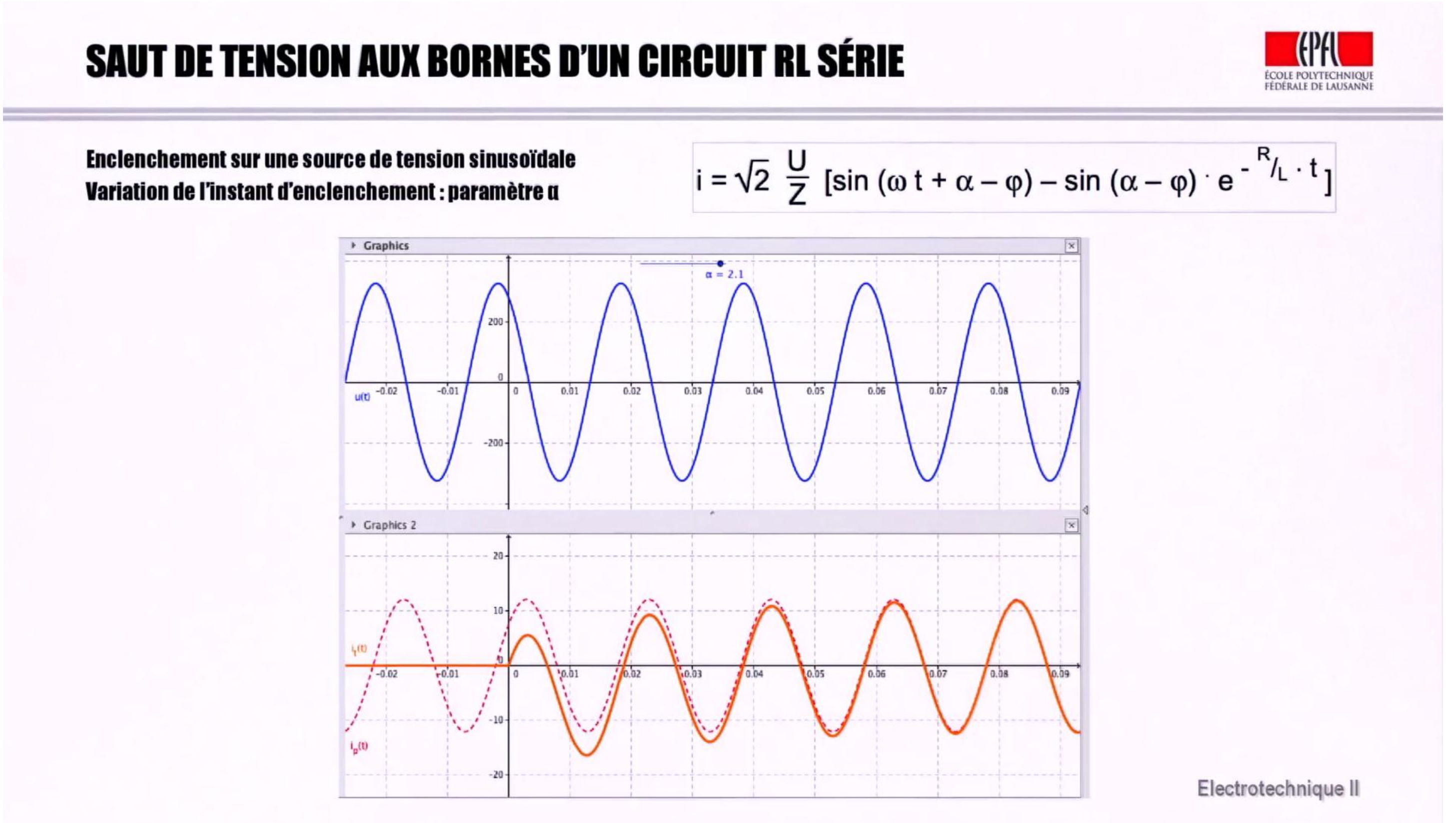



On voit sur cette figure, en bleu, la tension d'alimentation sinusoïdale, avec un angle α = 0. En bas, en rouge on a tracé le courant permanent qui circulerait dans le circuit, si le système était stabilisé. On l'indique comme référence pour la compréhension de ces explications. On note que le déphasage φ le déphasage φ qui est introduit par l'impédance RL, φ est une constante du circuit. Si l'on commute le circuit à un instant représenté ici, par l'axe t = 0 on obtient, en orange, la courbe décrite précédemment, c'est-à-dire un courant nul ici, avant la commutation, puis une équation, qui comprend un terme sinusoïdal, et un terme exponentiel. Une fois que le régime transitoire est passé, le système est stabilisé il ne reste plus que la solution permanente et donc la solution, ici, qu'on à trouvée, est confondue avec la solution permanente. On notera le fait qu'il n'y a pas de sauts de courant à l'enclenchement, ici parce que le circuit est composé d'une inductance série. On note encore, ici, la surintensité due a l'exponentielle. Si l'on fait l'enclenchement, non plus en α = 0, mais a une valeur un petit peun plus gran, donc un petit peu plus tard sur la sinusoïde de tension, ici on voit, on note que la surintensité diminue légèrement, ce qui est normal car le terme α - φ, en valeur absolue, devient un petit peu plus petit.

Notes

Summary

14m 31s




Si on commute le circuit encore plus tard, ici on voit que le terme exponentiel diminue encore. Une surintensité diminue. Si on commute encore plus tard, jusqu'à finalement arriver à une valeur particulière, celle de $\alpha = \varphi$ dans ce cas, le terme $\sin(\alpha - \varphi) = 0$ on constate que le terme devant l'exponentielle devient nul et donc le régime transitoire n'apparaît pas. On voit sur la courbe, ici que la solution que l'on à trouvé, se confond avec la solution particulière, il n'y a pas de régime transitoire. Ceci se comprend bien, parce que en fait, on commute au passage naturel du courant par 0, et donc il n'y a pas de saut de courant. Ceci s'appelle la commutation au passage par 0. Cette approche est très importante en électronique de puissance où les commutations se font à plusieurs kilohertz, même plusieurs dizaines de kilohertz, car elles permettent de ménager les composants, en leur évitant ces surintensités, soit de courant, soit de tension. Si l'on commute encore plus tard, par rapport à la sinusoïde, toujours le transitoire réapparaît, mais cette fois-ci en négatif. Et, encore un peu plus tard la surintensité ici, s'accentue.

Notes

Summary

16m 16s

# SAUT DE TENSION AUX BORNES D'UN CIRCUIT RL SÉRIE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

## Conclusion

- Un terme correspond à l'alimentation sinusoïdale de la source
- Un terme correspond au fait de faire un enclenchement (exponentielle)
- La solution générale correspond au cumul de ces deux effets
- Importance de l'instant auquel est fait l'enclenchement par rapport à l'alimentation sinusoïdale

Electrotechnique II

En conclusion, on voit qu'un terme correspond à l'alimentation sinusoïdale du circuit, c'est la solution permanente un deuxième terme correspond à l'enclenchement, c'est la partie exponentielle de la solution. La solution générale correspond au cumule de ces deux effets. Par ailleurs, on a vu l'importance de l'instant de commutation par rapport à la tension sinusoïdale, qui peut, plus ou moins, stresser les composants électroniques, à cause d'une surintensité.

Notes

Summary

17m 43s