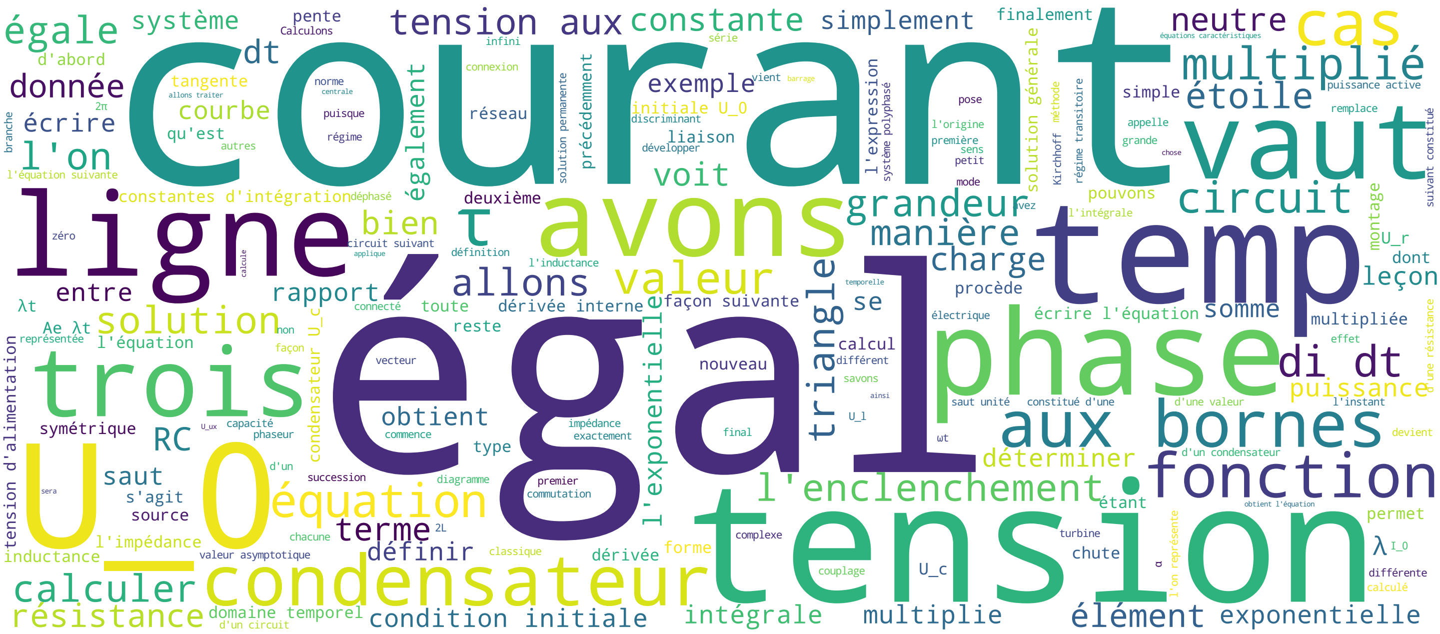
ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

RÉGIMES TRANSITOIRES

CIRCUIT RC SÉRIE

LEÇON 11

Électrotechnique II
Yves PERRIARD & Paolo GERMANO
Laboratoire d'Actionneurs Intégrés

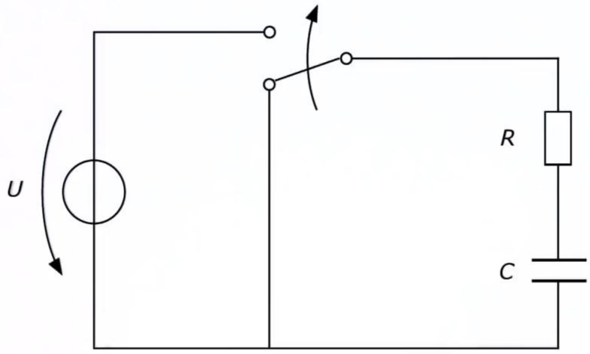


Search MOOC

Video

EPFL

SAUT DE TENSION AUX BORNES D'UN CIRCUIT RC SÉRIE



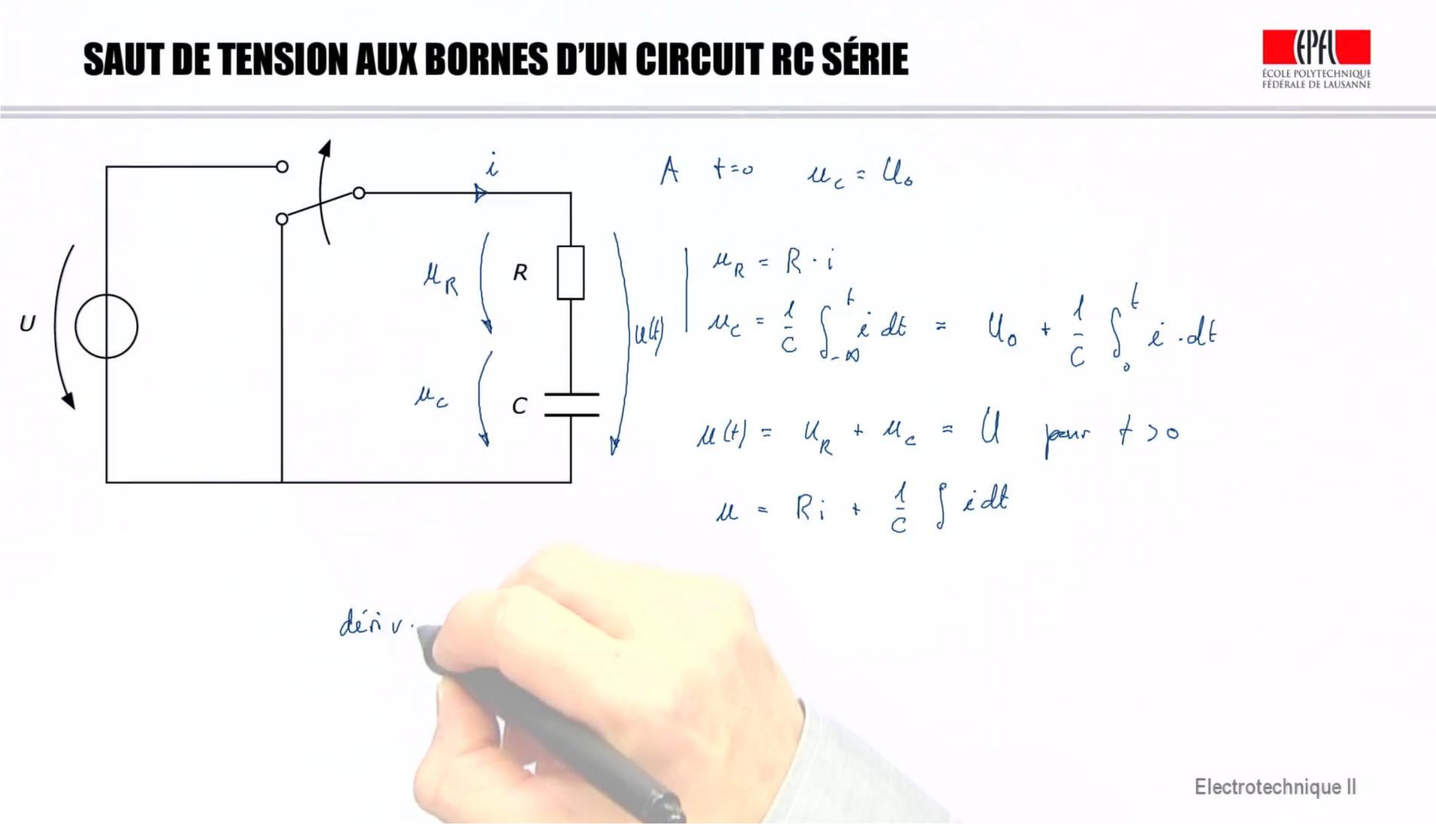
Electrotechnique II

Bonjour, maintenant que nous avons vu toutes les bases théoriques pour la résolution d'un problème en régime transitoire nous allons passer à un exemple concret à plusieurs composants. Nous avons vu comment se comportait une résistance, un condensateur, ou un inductance seule, soumise à un saut unité de tension ou de courant. Dans la réalité les éléments L et C ne peuvent exister seuls, ils sont toujours combinés à une résistance parasite et même une résistance possède toujours une capacité ou une inductance parasite. Nous allons voir une méthode qui traite de ces éléments combinés. L'exemple que nous allons traiter, lors de cette leçon, est celui d'un circuit présentant une résistance en série avec un condensateur. Il s'agit du classique et très répandu d'une recharge ou d'une décharge de condensateur. En d'autres termes, du cas de stockage d'énergie électrique dans un compensateur, ou un accumulateur ou encore une supercapacité. Soit le circuit suivant, constitué d'une résistance et d'un condensateur série, que l'on va venir commuter sur une tension d'alimentation constante U.

Notes

Summary

0m 04s



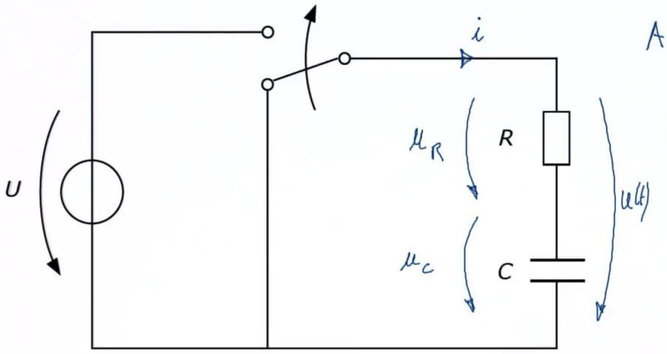
On commence par noter toutes les grandeurs au sein du circuit, c'est-à-dire la tension aux bornes de la résistance U_r, la tension aux bornes du condensateur U_c sachant que la boucle est parcourue par un courant I dans ce sens. On pose une condition préalable, au temps t = 0 on a une tension résiduelle dans le condensateur U_c, qui est égale a U_0, c'est la condition initiale du circuit. on écrit, ensuite, les équations caractéristiques de chaque élément c'est-à-dire que U_r est égal a R*I et U_c est égal à 1/C intégrale de -infini à t de i(t)dt qu'on peut exprimer en séparant l'intégrale de -inifni à 0 et de 0 à t. à 0 constitue, en fait, la condition initiale de charge du condensateur, qu'on peut écrire U_0. Donc ceci est égal à U_0 plus 1/C, intégrale de 0 à t de i(t)dt. Nous pouvons, ensuite, écrire l'équation de liaison, c'est-à-dire que, sur la boucle unique du circuit, on applique le théorème de Kirchhoff, et on a donc que u(t) qui est ici u(t) est égal à U_r + U_c. Et, ceci est égal à U pour t > 0, c'est-à-dire, après l'enclenchement. On peut développer ceci, sous la forme U est égal à R*i plus 1/C, intégrale de i*dt. On dérive dans cette équation on obtient que 0 est égal à R fois di/dt + 1/C fois i.

Notes

Summary

1m 13s

SAUT DE TENSION AUX BORNES D'UN CIRCUIT RC SÉRIE



A $t=0$ $\quad u_c = U_0$

$$\begin{cases} u_R = R \cdot i \\ u_C = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i\,dt = U_0 + \frac{1}{C}\int_0^t i \cdot dt \end{cases}$$

$$u(t) = u_R + u_C = U \quad \text{pour } t > 0$$

$$u = Ri + \frac{1}{C}\int i\,dt$$

dérivant l'équation : $\quad 0 = R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i$

Solution : $\quad i = A \cdot e^{\lambda t}$ avec A et λ constantes d'intégration

Electrotechnique II

On voit que c'est une équation de type différentiel, du premier ordre dont la solution est donnée par i(t) est égal à A*e^(λt). Avec A et λ étants les constantes d'intégration.

Notes

Summary

3m 47s

Détermination des constantes d'intégration

$$i(t) = A \cdot e^{\lambda t} \quad \rightarrow \quad \frac{di}{dt} = \lambda \cdot A \cdot e^{\lambda t}$$

Constante λ : équ. de liaison : $R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i = 0$

$$R \cdot \lambda \cdot \cancel{A e^{\lambda t}} + \frac{1}{C} \cdot \cancel{A \cdot e^{\lambda t}} = 0 \quad \rightarrow \quad R\lambda = -\frac{1}{C}$$

$$\lambda = -\frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$$

Electrotechnique II

Une fois que cette solution générale est trouvée, il s'agit de déterminer les constantes d'intégration. On réécrit l'équation qui est la solution générale, i(t) est égal à Ae^(λt) et sa dérivée qui reste une exponentielle et qui vaut λ, la dérivée interne, multipliée par l'équation elle-même, l'exponentielle elle-même. A, λ, restants à définir. On procède de la façon suivante, on remplace i et (di/dt) dans l'equation de liaison ce qui nous donne R fois (di/dt) plus 1/C fois i est égal à 0 et ceci devient R multiplié par λ fois Ae^(λt) plus 1/C qui multiplie i(t), c'est Ae^(λt). Ceci est égal à 0. En divisant par ce terme, on obtient Rλ est égal à -1 sur C ou, exprimé différemment λ est égal à (-1/RC) est ceci est égal à 1/τ la constante de temps.

Notes

Summary

4m 07s

SAUT DE TENSION AUX BORNES D'UN CIRCUIT RC SÉRIE

Détermination des constantes d'intégration

Constante A : au temps $t=0$: pas de saut de tension aux bornes de C

$u_c = U_0$ pour $t=0$

$$u_c = u - Ri = U - R \cdot A \cdot \underbrace{e^{-t/RC}}_{=1} = U - R \cdot A = U_0 \rightarrow A = \frac{U-U_0}{R}$$

$$i = \frac{U-U_0}{R} \cdot e^{-t/RC}$$

Rem : sol. permanente $= 0$ $\quad i_c$ en DC $= 0$

Electrotechnique II

Pour déterminer la constante A on procède de la façon suivante, on résout l'équation au temps t=0. U_c est égal à U_0. La condition initiale pour t=0. En réécrivant l'équation au temps t=0, on obtient U_c est égal à U moins R_i, et ceci est égal à l'enclenchement, à U moins R A, exponentielle e de -t/RC ce terme est égal à 1 au temps t=0 il vient donc que U moins R*A est égal à U_0 ou alors, le terme A qui est égal à U moins U_0 sur R. Nous avons donc déterminé les deux constantes d'intégration et pouvons donc, maintenant, écrire l'équation pour le courant qui vaut i qui est égal à A, c'est-à-dire U-U_0 divisé par R multiplié par l'exponentielle de -t/λ, c'est-à-dire -t/RC. On remarquera que la solution permanente est égale à 0 tout simplement parce que le courant dans le condensateur en DC est égal à 0.

Notes

Summary

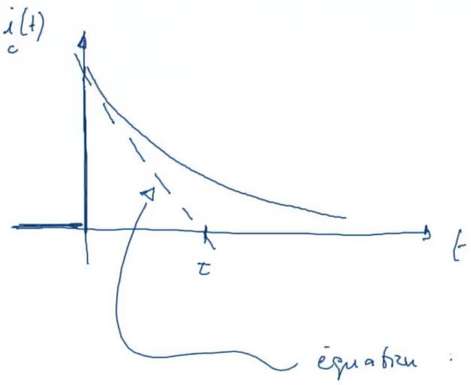
5m 51s

SAUT DE TENSION AUX BORNES D'UN CIRCUIT RC SÉRIE

Analyse

$$i = \frac{U-U_0}{R} \cdot e^{-t/RC}$$

pour $t = \tau \rightarrow \frac{1}{e}$ $\quad i\big|_{t=\tau} = \frac{U-U_0}{R} \cdot e^{-1}$



$$\frac{di}{dt} = \frac{U-U_0}{R}\left(-\frac{1}{RC}\right) \cdot e^{-t/RC}$$

en $t=0$: $\left.\frac{di}{dt}\right|_{t=0} = -\frac{U-U_0}{R^2C}$

équation : $i' = \frac{U-U_0}{R} - \frac{U-U_0}{R^2C} \cdot t$

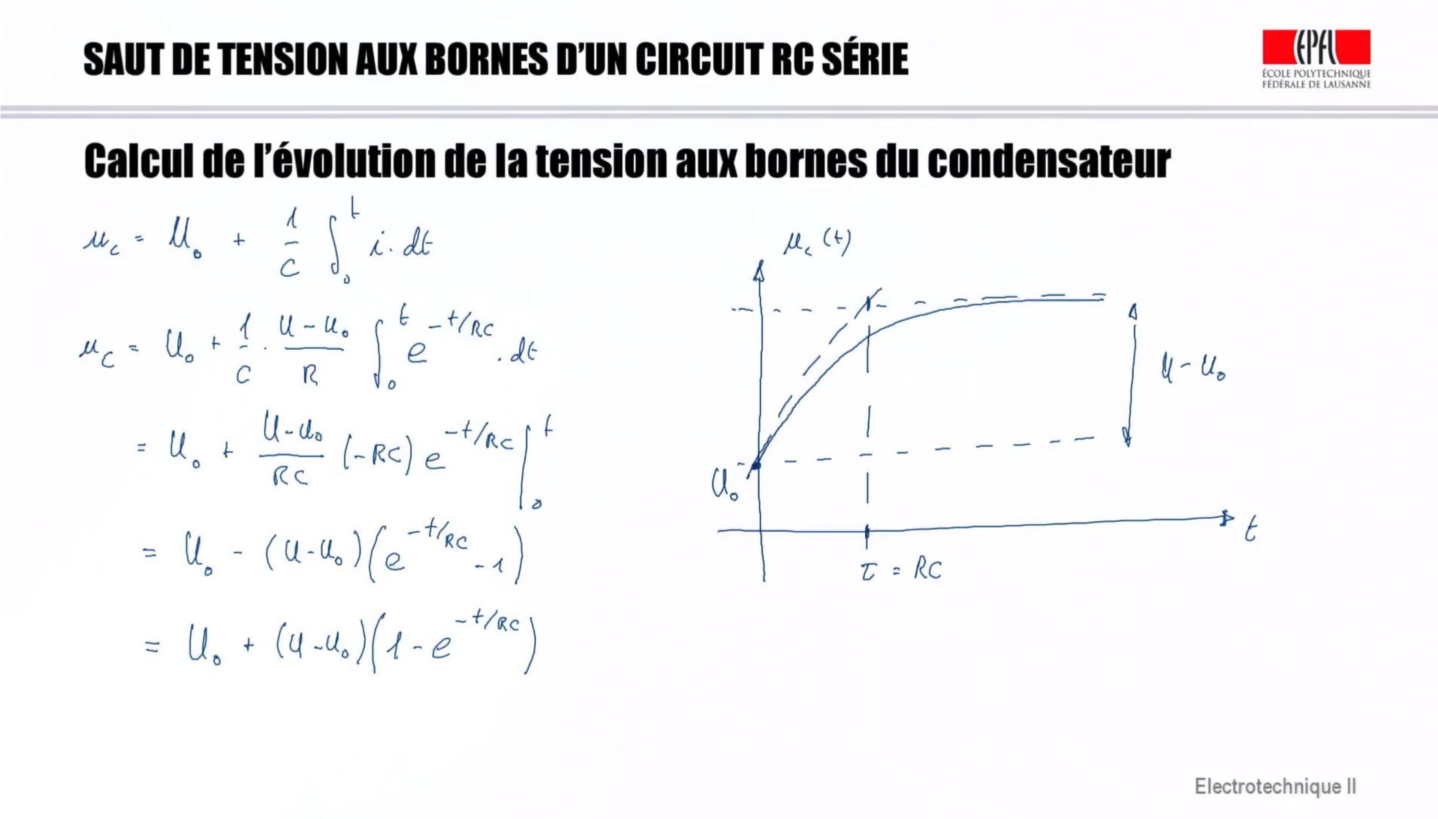
Electrotechnique II

i est égal à U moins U_0, sur R, multiplié par e^(-t/RC). On voit que, pour t=τ et bien, on a un amortissement du courant dans un rapport 1/e pourquoi, parce que i au temps t, égal τ et bien, ceci vaut (U-U_0)/R multiplié par e^(-1). Cette équation de courant est représentée dans le domaine temporel par cette courbe-là un courant nul avant l'enclenchement et un courant qui fait un saut instantané comme ceci ceci est i_c(t). On peut calculer la tangente à l'origine et calculer quelle est son intersection avec la valeur stabilisée c'est à dire, dans notre cas, l'axe t. Cette intersection se fait au temps t=τ en effet, on peut écrire que la dérivée du courant au temps t=0 di/dt est égal à (U-U_0)/R qui multiplie (1/-RC) multiplié par e^(-t/τ). En t = 0 qu'est-ce qu'on a on a que la dérivée, di/dt est égale à -(U - U_0)/R^2*C L'équation de cette tangente est donnée par i' qui est égal à U moins U_0 sur R c'est la valeur au temps t=0 moins la pente, fois t.

Notes

Summary

7m 47s

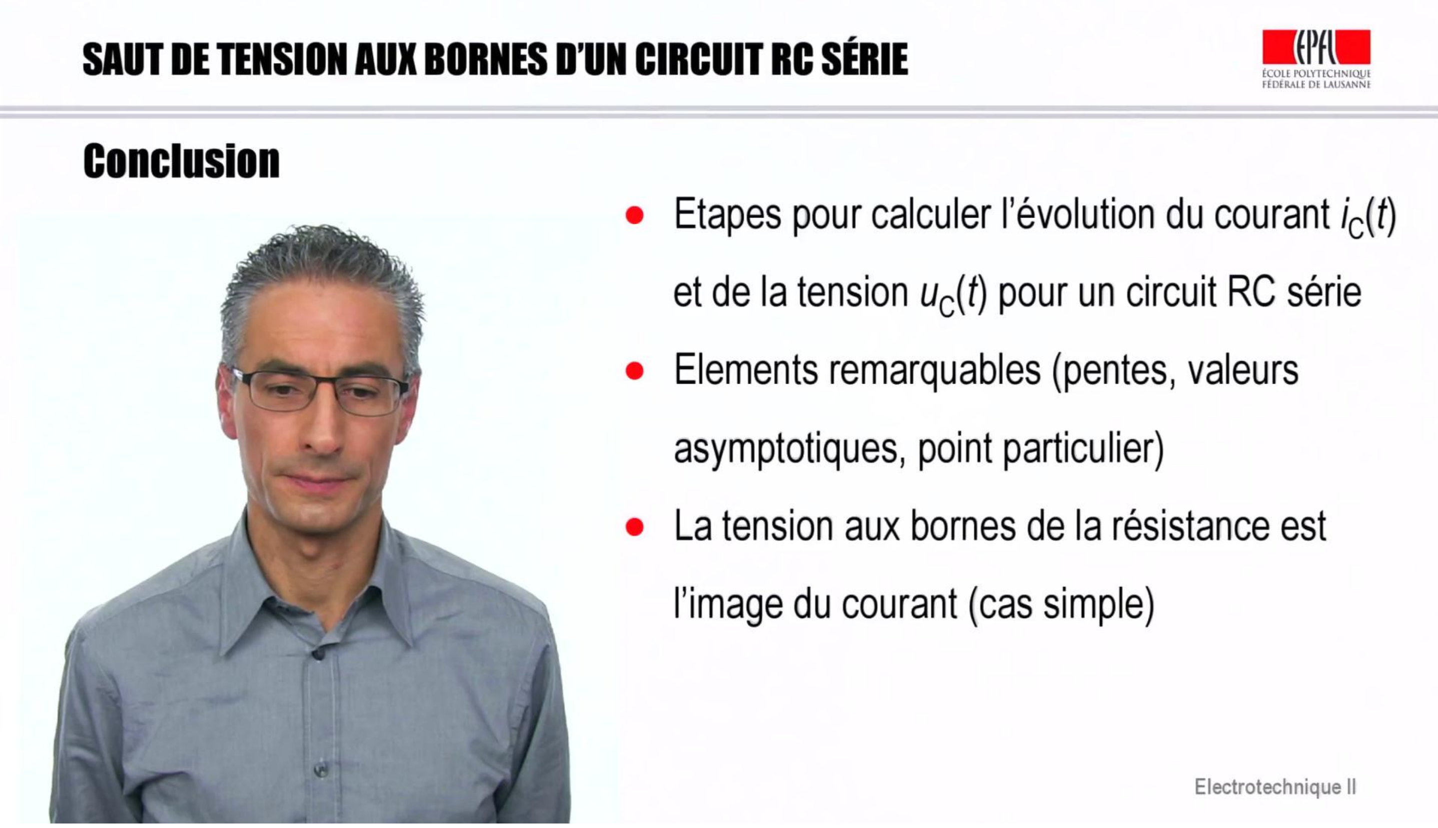


Calculons, maintenant, l'évolution de la tension aux bornes du condensateur. On a l'équation aux bornes du condensateur qui est donnée par U_C qui est égal à la condition initiale U_0 plus 1/C intégrale de 0 à t de i*dt. En replaçant la valeur de i, par la solution trouvée on obtient l'équation suivante, U moins U_0 sur R multipliée par l'intégrale de 0 à t de e^(-t/RC)*dt En résolvant ceci on tombe sur U_0 plus U - U_0 sur RC. On calcule sa primitive qui est la même valeur avec la dérivée interne prise de 0 à t. Et ceci tout calcul fait, nous donne, U_0 moins U moins U_0 qui multiplie e^(-t/τ) c'est-à-dire RC, moins 1. Ecrit sous une autre façon, ça nous donne U_0 plus U moins U_0 qui multiplie 1 moins e^(-t/RC). Si l'on représente cette courbe dans le domaine temporel on obtient la chose suivante U_C(t), en fonction du temps on part d'une valeur initiale U_0 peu importe ce qui s'est passé avant, l'instant où on fait l'enclenchement la valeur du condensateur est à U_0, et cette courbe cette exponentielle, à cette allure. Un saut qui vaut, avec une valeur aymptotique U-U_0, et une tangente qui coupe la valeur asymptotique au temps t=τ est égal à RC.

Notes

Summary

10m 09s



Voilà, nous avons suivi toutes les étapes pour calculer l'évolution du courant I_c(t) et la tension U_c(t) pour un circuit RC série. Nous avons vu les éléments remarquables tels que la pente, les valeurs asymptotiques et les points particuliers. Notons qu'on n'a pas calculé la chute de tension aux bornes de la résistance car elle est très simple à calculer, c'est tout simplement R fois le courant I que l'on à calculé.

Notes

Summary

12m 50s