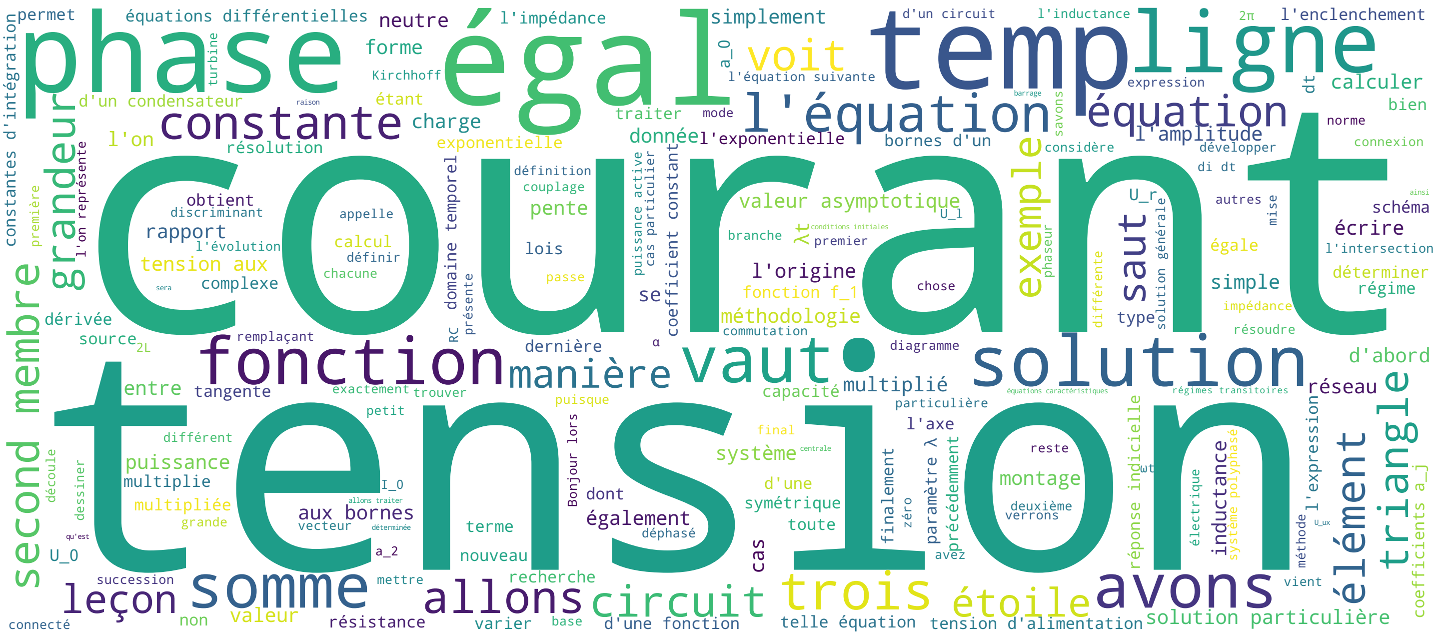
ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

RÉGIMES TRANSITOIRES

MÉTHODES DE RÉSOLUTION

LEÇON 10

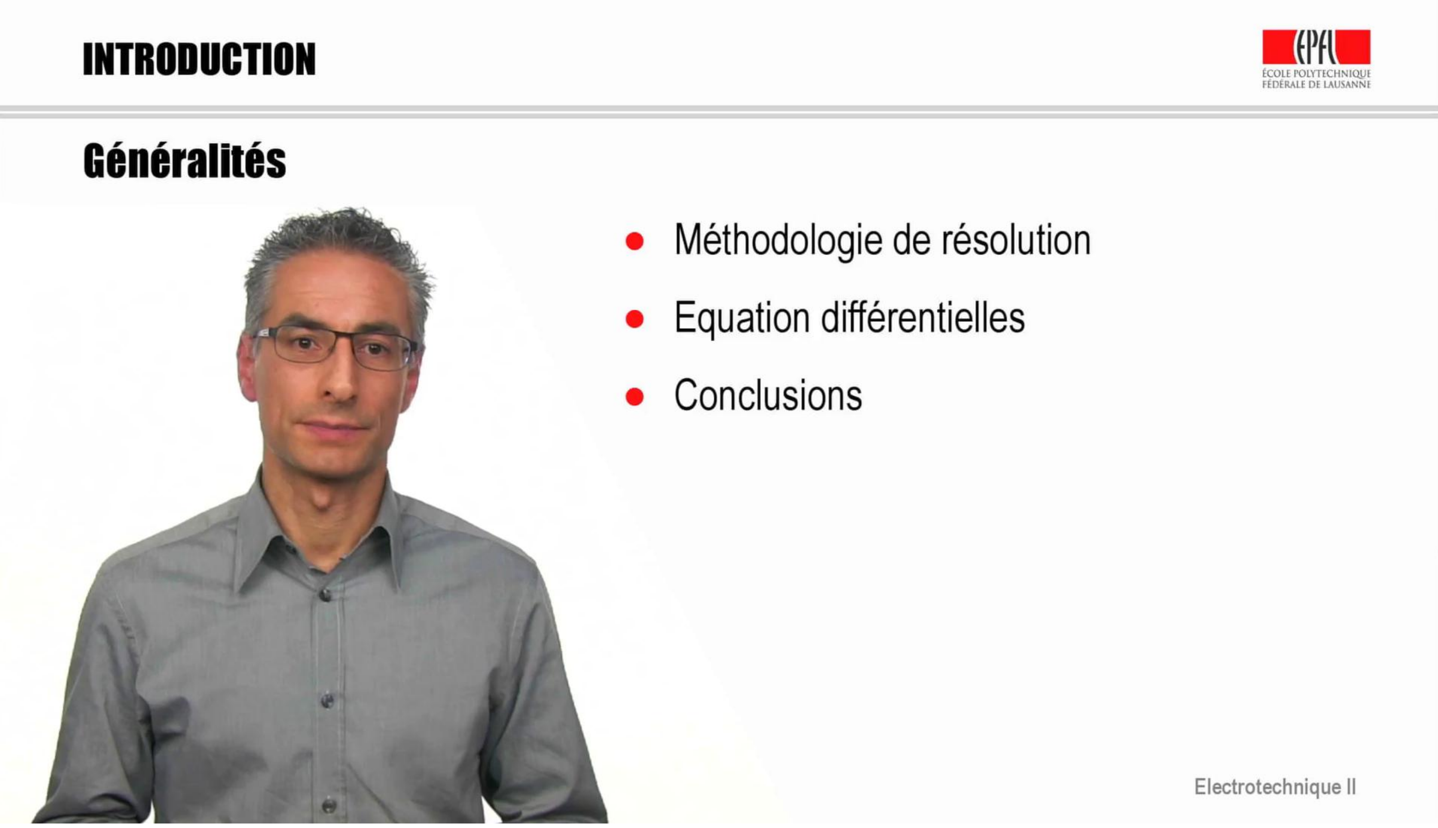
Électrotechnique II
Yves PERRIARD & Paolo GERMANO
Laboratoire d'Actionneurs Intégrés



Search MOOC

Video

EPFL

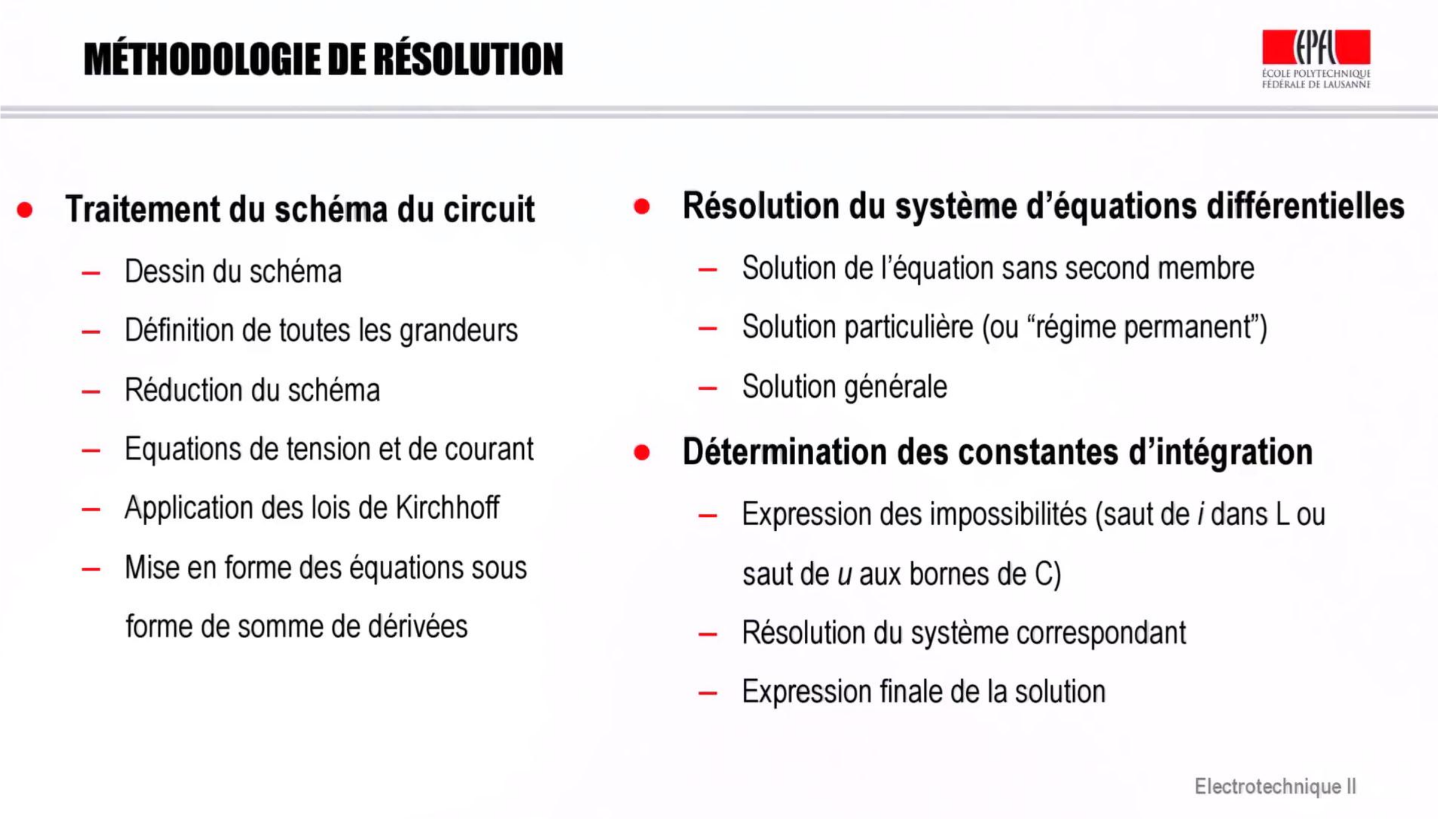


Bonjour, lors des précédentes leçons, nous avons vu ce que sont des régimes transitoires et comment ils sont définis mathématiquement. Nous avons également vu les principes physiques de base qui les régissent pour les composants idéaux R, L et C. Quelques applications ont démontré l'importance que ces régimes. Dans la réalité les aimant L et C ne peuvent exister seuls, ils sont toujours combinés à une résistance parasite de même, un résistance possède une capacité ou une inductance parasite. Lors de cette leçon, nous allons donc développer une méthodologie de résolution afin de trouver la réponse indicielle d'un circuit comportant des éléments R, L ou C soumis à un saut indiciel. Nous verrons, dans un premier temps, les bases mathématiques pour résoudre des équations différentielles qui découlent de cette méthodologie.

Notes

Summary

0m 03s



La méthodologie de résolution que nous proposons, consistante en trois blocs principaux. Tout d'abord, le traitement du schéma du circuit. Commençons par dessiner le schéma. Définir, ensuite, toutes les grandeurs qui sont présentes dans le schéma. Le réduire, si nécessaire écrire les équations de tension et de courant c'est-à-dire, les équations caractéristiques de chaque élément R, L, C. Et finalement appliquer et les lois de Kirchhoff, c'est-à-dire, les lois de liaison entre chaque élément ce qui découle de la mise en forme des équations sous forme de sommes de dérivées. La résolution du système d'équations différentielles se fait par la recherche de la solution de l'équation sans second membre la recherche de la solution particulière, ou en régime permanent, en régime établi et la somme de ces deux nous mène à la solution générale. Le troisième bloc consiste à la détermination des constantes d'intégration, c'est-à-dire, l'expression des impossibilités soit d'un saut de courant dans une inductance, ou un saut de tension aux bornes d'un condensateur. Finalement, nous résolvons le système complet correspondant pour aboutir à l'expression finale de la solution.

Notes

Summary

0m 59s

EQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

- LINÉAIRES, - DU 2ÈME ORDRE, - À COEFFICIENTS CONSTANTS

- **Définition**

$$a_0 x + a_1 \frac{dx}{dt} + a_2 \frac{d^2x}{dt^2} = f(t) \quad (1)$$

a_j : coeff. constants

$f(t)$: fonction temporelle, connue

- **Forme de la solution**

  - Solution sans second membre

    $$a_0 x + a_1 \frac{dx}{dt} + a_2 \frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

  - solution particulière satisfaisant (1)

Electrotechnique II

Les équations différentielles que nous allons traiter, sont des équations différentielles linéaires jusqu'au au deuxième ordre, et à coefficient constant. Une équation différentielle linéaire est caractérisée par une somme de dérivées d'une fonction inconnue x à coefficient constant. On peut écrire une telle équation, où les coefficients a_j sont des coefficients constants et la fonction f(t) est la fonction en fonction du temps qui est connue. La solution est la somme de deux solutions partielles. La solution sans second membre qui est donnée par a_0*x plus a_1 dx/dt plus a_2 d^2x sur dt^2 est égal à 0. Et la solution particulière qui satisfait à l'équation (1).

Notes

Summary

2m 17s

EQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

- LINÉAIRES, - DU 2ÈME ORDRE, - À COEFFICIENTS CONSTANTS

- **Solution de l'équation sans second membre**

$$x_s(t) = A \cdot e^{\lambda t}$$

$$a_0 + a_1 \lambda + a_2 \lambda^2 = 0 \quad \rightarrow \quad x_s(t) = \sum_{j=1}^{n} A_j \cdot e^{\lambda_j t}$$

- **Solution particulière**

① $f(t) = K$: constante $\quad \rightarrow \quad x_p = \frac{K}{a_0}$

② $f(t) = \hat{K} \cdot \cos(\omega t + \alpha) \quad \rightarrow \quad x_p = \hat{K}_p \cdot \cos(\omega t + \alpha_p)$

Electrotechnique II

La solution de l'équation sans second membre est une somme de fonctions exponentielles, de la forme x_s(t) est égal à A fois exponentielle λt. En remplaçant cette expression, cette solution sans second membre dont la somme des dérivées d'ordre un vaut 2, il vient après simplification par e^(λt) une telle équation présente n solutions, ici, n est égal à 2 n solutions λ_j réelles ou complexes. La solution finale de l'équation sans second membre est donc donnée par : Pour la solution particulière, la forme de cette dernière est directement liée à la fonction f(t). On va traiter deux cas particuliers qui sont spécialement utiles dans nos cas d'application, qui sont simples à traiter. Il s'agit premièrement d'une fonction qui est une constante f(t) = K. il s'agirait ici de d'une tension d'alimentation constance continue. Une deuxième sorte de fonction temporelle. Pour une fonction constante la solution particulière est une constante donnée par x_p indice p pour particulière, est égal à K sur a_0. Pour une fonction de type sinusoïdale ou cosinusoïdale, la solution est une fonction de même type.

Notes

Summary

3m 44s

EQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

- LINÉAIRES, - DU 2ÈME ORDRE, - À COEFFICIENTS CONSTANTS

- **Solution résultante**

$$x(t) = x_s(t) + x_p(t) = \sum_{j=1}^{n} \underline{\underline{A_j}} \cdot e^{\underline{\underline{\lambda_j}} t} + x_p(t)$$

- pas de saut de i dans L
- pas de saut de u sur C

- **Propriété de l'exponentielle**

$$f_1(t) = A \cdot e^{-\lambda t} \quad \xrightarrow{\text{pente à } t=0} \quad \left.\frac{df_1(t)}{dt}\right|_{t=0} = -A\lambda$$

$$f_2(t) = A\left(1-e^{-\lambda t}\right)$$

Electrotechnique II

La solution résultante et la somme des solutions de l'équation sans second membre est solution particulière. Ce qui nous donne : Les constantes d'intégration a_j et λ_j sont déterminées par les conditions initiales, elles-même associées aux impossibilités physiques dépendants des inductances et des capacités, c'est-à-dire qu'on ne peut pas faire de sauts de courant dans une inductance et qu'on ne peut pas faire de sauts de tension aux bornes d'un condensateur. L'application de ces conditions conduit à un système linéaire d'équations permettant de déterminer les coefficients a_j. Nous allons voir, maintenant, quelques propriétés de l'exponentielle. Une exponentielle d'exposant négatif à une des deux formes suivantes : f_1(t) est égal à A fois e^(-λt) ou f_2(t) est égal à A qui multiplie 1 moins e^(-λt). Si on considère la première fonction f_1(t) et qu'on détermine sa pente à l'origine elle vaut la dérivée de f_1(t) par rapport au temps au temps t=0 et ceci est égal à -Aλ.

Notes

Summary

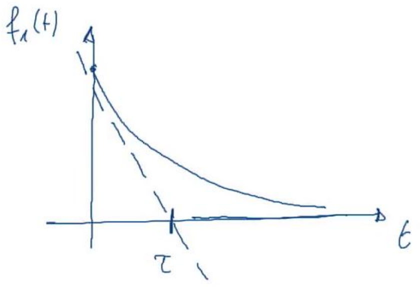
5m 44s

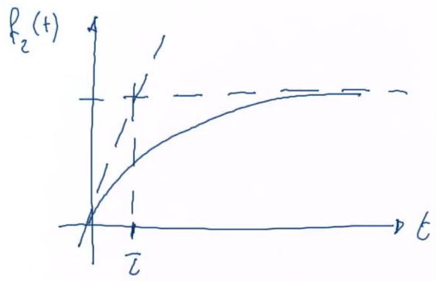
EQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

- LINÉAIRES, - DU 2ÈME ORDRE, - À COEFFICIENTS CONSTANTS

- **Propriété de l'exponentielle** (suite)

$0 = 1 - \lambda t_{asy}$ ou $t_{asy} = \tau = \frac{1}{\lambda}$: constante de temps τ





Electrotechnique II

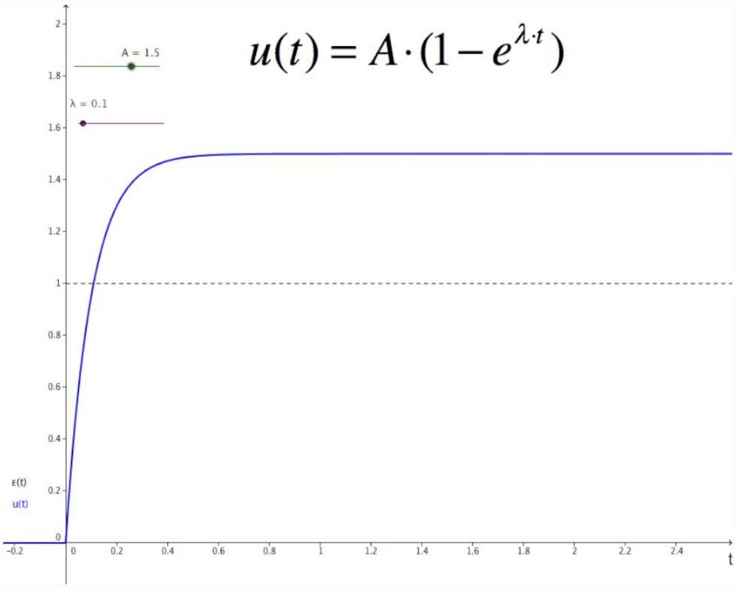
Le point d'intersection entre la valeur asymptotique, c'est-à-dire l'axe du temps et celles de ses tangentes, est donnée par l'équation suivante. 0 = 1 - λ*t_asy ou encore t_asy = τ = 1/λ. Et ceci, c'est la constante de temps, qu'on appelle τ (tau). En représentation graphique, on a la courbe suivante en fonction du temps la fonction f_1(t), qui est une exponentielle mais si l'on considère la pente à l'origine son l'intersection avec la valeur asymptotique c'est-à-dire l'axe du temps se fait à l'instant τ. Pour la deuxième fonction qu'on a considérée toujours dans le domaine temporel ici, l'équation est très simple, l'équation de la tangente est très simple car elle passe par l'origine. C'est tout simplement la pente l'intersection avec la valeur asymptotique, c'est-à-dire, la valeur stabilisée, permanente du système se fait au temps t = τ.

Notes

Summary

7m 25s

Analyse de la fonction exponentielle - Temps



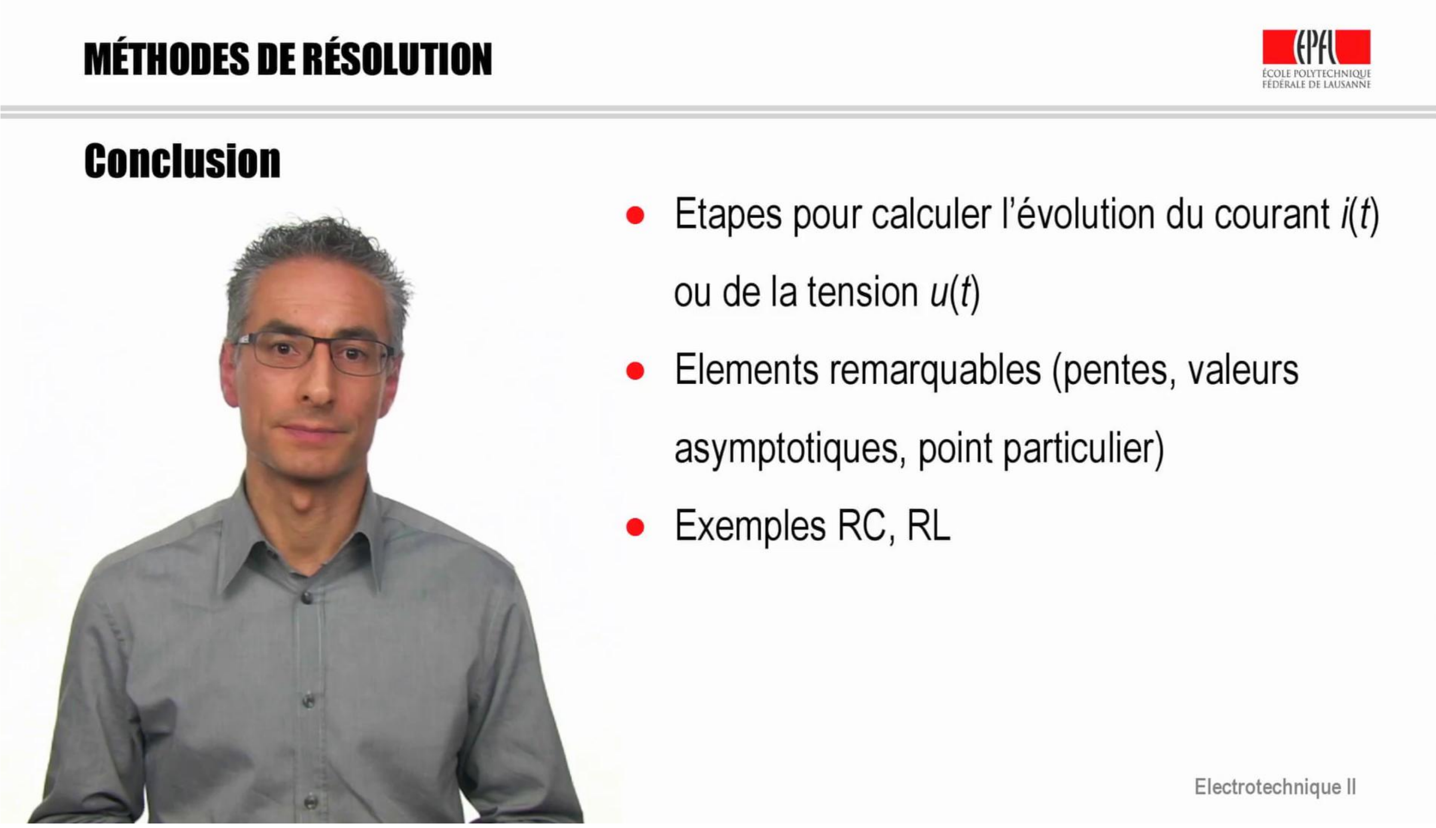
Electrotechnique II

Si l'on représente graphiquement une telle équation comme, par exemple, u(t) = A*(1-e^(λt)) et qu'on fait varier le premier paramètre A on voit que l'affluence du paramètre A se fait sur l'amplitude du signal. On fait varier A, on voit que l'amplitude du signal diminue, augmente avec A. En reprenant la même équation et cette fois-ci en faisant varier le paramètre λ on voit que l'influence de ce paramètre λ se fait non plus sur l'amplitude mais sur le ton de montée de la courbe jusqu'à la valeur asymptotique. Et c est pour cette raison que le paramètre λ est associé à la constante de temps.

Notes

Summary

9m 01s



Lors de cette leçon, nous avons vu la méthodologie pour décrire mathématiquement un circuit, et le mettre en équation, dans le but de calcul et l'évolution du courant où de la tension à un endroit particulier de circuit. Une fois la solution trouvée, nous avons analysé cette dernière et fait ressortir des éléments remarquables tels que les pentes à l'origine les valeurs asymptotiques, ou des points particuliers. Dans les leçons qui suivent, nous appliquerons ces méthodes à des circuits de type RL ou RC.

Notes

Summary

9m 58s