

RÉGIMES TRANSITOIRES

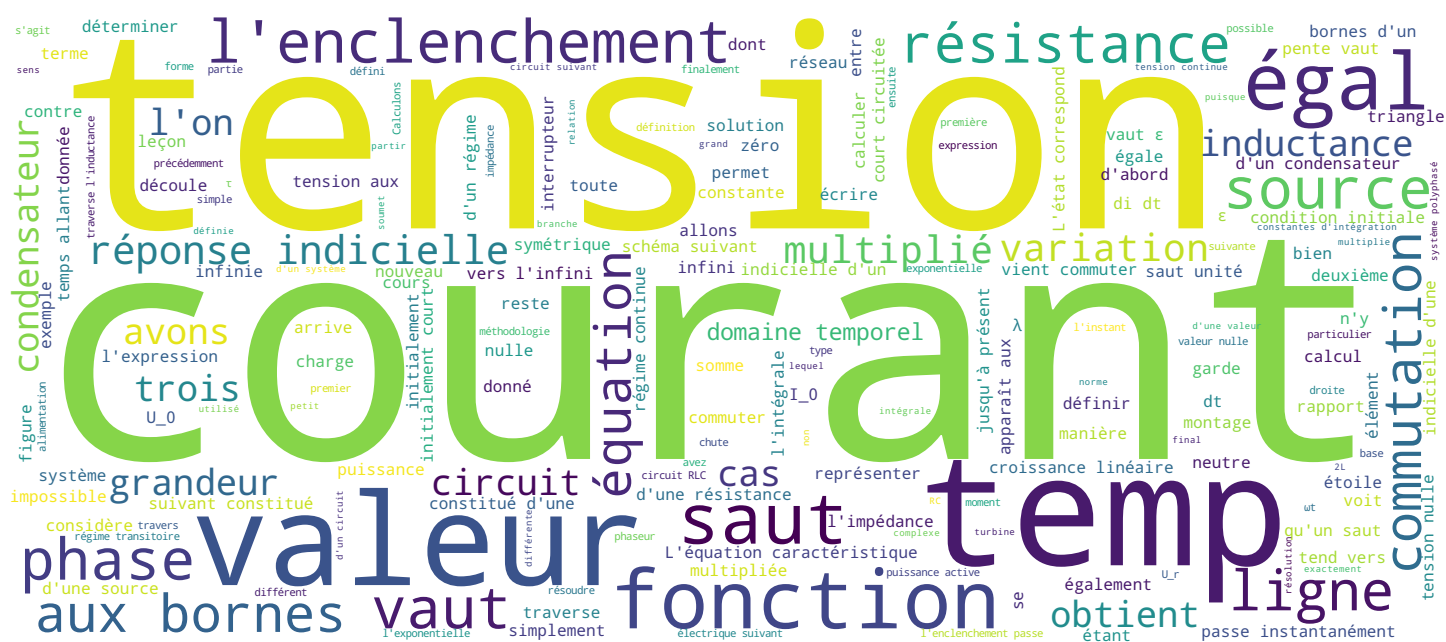
INTRODUCTION - SAUTS ET RÉPONSES INDICIELLES

LECON 8

Électrotechnique II

Yves PERRIARD & Paolo GERMANO

Laboratoire d'Actionneurs Intégrés



Search MOOC



Video





Electrotechnique II

Bonjour, jusqu'à présent, dans le cours d'électrotechnique, nous n'avons traité que des cas d'alimentation en régime permanent, c'est-à-dire que des excitations du circuit, que ce soit les courants ou les tensions, sont supposés établis depuis un temps infini et ceci, que soit en régime continu. où il en découle des courants des tensions continues, ou en régime sinusoïdal, où il en découle des courants et des tensions sinusoïdaux. On qualifie de régime transitoire tout changement d'état d'un système pour lequel la perturbation correspondante est d'une durée comparable ou inférieure à la plus grande constante de temps du système. Le cas le plus fréquent correspond à l'enclenchement ou au déclenchement d'un circuit RLC sur son alimentation. Mais il peut également s'agir d'une panne d'un dysfonctionnement ou encore de fonctionnements particuliers tels que ceux utilisés dans de nombreux appareils électroniques de tous les jours. les méthodes de calcul développées jusqu'à présent ne sont plus valables car il ne s'agit, ni d'un régime continu ni d'un régime alternatif qui ne comporterait qu'une seule fréquence. De nouvelles méthodes de calcul vont donc être établies.

Notes

Summary



0m 04s

Généralités



- Saut unité
- Réponses indicielles
 - Saut de tension et de courant pour une résistance R
 - Saut de tension aux bornes d'une inductance L
 - Saut de courant dans une inductance L
 - Règle n° 1
 - Saut de tension aux bornes d'un condensateur C
 - Règle n° 2
 - Saut de courant dans un condensateur C
- Conclusions

Electrotechnique II

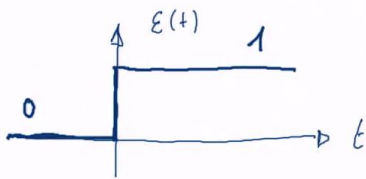
Mathématiquement parlant, l'enclenchement ou le déclenchement est transcrit par une fonction que l'on appelle "saut unité". et qu'on appelle $\varepsilon(t)$ qui prend la valeur 1 ou 0. Nous allons voir comment se comporte une résistance, un condensateur ou une inductance, si on les soumet à un saut. On va donc calculer leur réponse indicielle. Nous allons édicter 2 règles qui régissent ces phénomènes. Finalement, sur ces bases nous allons présenter une méthodologie pour résoudre un problème donné.

Notes

Summary



Saut unité – Réponse indicielle



$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } -\infty < t < 0 \\ 1 & \text{pour } 0 < t < \infty \end{cases}$$

$$u(t) = U \cdot \varepsilon(t)$$



Electrotechnique II

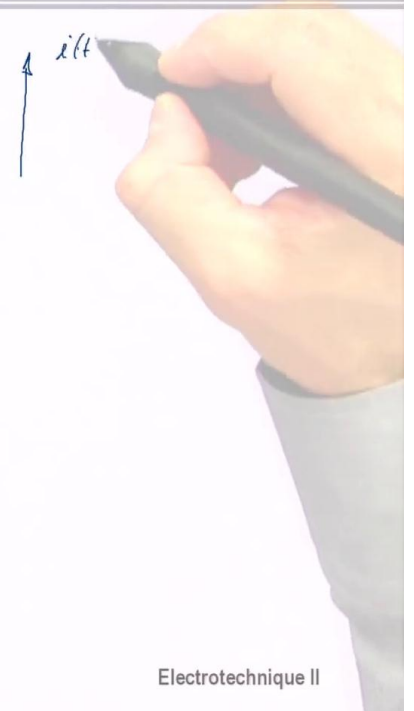
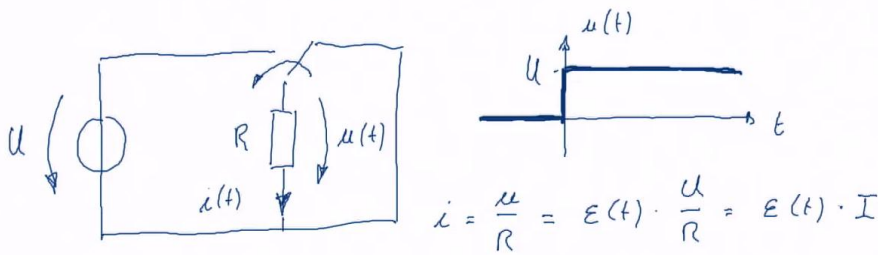
Le saut unité est définie par une fonction temporelle. Cette fonction s'appelle $\varepsilon(t)$. elle vaut zéro pour un temps allant de moins l'infini à 0. elle passe instantanément à la valeur 1 au temps $t = 0$, et vaut 1 pour un temps de 0 à l'infini. L'état 0 correspond à un circuit déclenché, et l'état 1 correspond à un circuit enclenché. On peut écrire la relation mathématique de $\varepsilon(t)$. Elle vaut 0 pour un temps de -infini à 0. et elle vaut 1 pour un temps allant de 0 à l'infini. Un saut de tension sera défini par la relation suivante la tension en fonction du temps vaut la tension continue qu'on vient commuter sur le circuit en question multiplié par cette fonction $\varepsilon(t)$. On appelle réponse indicielle, la réponse à un saut de tension ou de courant du circuit. Pratiquement ce saut sera réalisé par un interrupteur à deux positions qu'on représente schématiquement de la manière suivante. Un interrupteur ouvert, avant l'instant de commutation où t est égal à zéro juste avant la commutation. Examinons maintenant la réponse indicielle des éléments linéaires connus R, L et C.

Notes

Summary



RÉPONSES INDICIELLES D'UNE RÉSISTANCE



Electrotechnique II

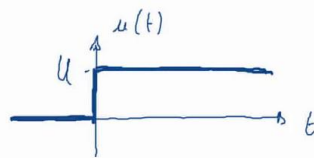
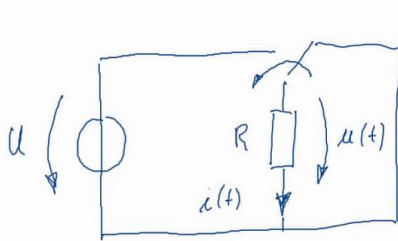
Calculons maintenant la réponse indicielle d'une résistance qui est commutée sur une source de tension. Soit le schéma suivant une source de tension de valeur U une résistance R qui est initialement court-circuitée sur elle-même au temps $t = 0$, nous allons la commuter sur la source de tension U . les grandeurs au sein du circuit sont les suivantes le courant qui traverse la résistance $i(t)$, et la tension qui apparaît aux bornes de la résistance qui est $u(t)$. Dans le domaine temporel cette représentation de $u(t)$ est donnée par le graphique suivant. $u(t)$ en fonction du temps avant la commutation, la tension est nulle elle passe instantanément à la valeur U , au temps $t = 0$ et garde cette valeur U jusqu'à l'infini. L'équation caractéristique qui décrit le comportement de la résistance est donné par la relation $i = u/R$. On a défini avec le saut unité l'expression de u , qui vaut $\varepsilon(t)$ multiplié par U/R et ceci est égal, tout simplement à $\varepsilon(t) \cdot I$. Ceci est l'expression de la réponse indicielle, i de la résistance à un saut de tension que l'on peut représenter également dans le domaine temporel de la façon suivante. $i(t)$ en fonction de t qui vaut 0 avant l'enclenchement passe instantanément à la valeur I et reste à cette valeur après l'enclenchement.

Notes

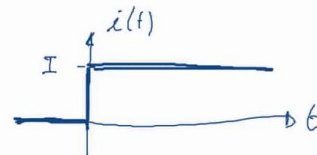
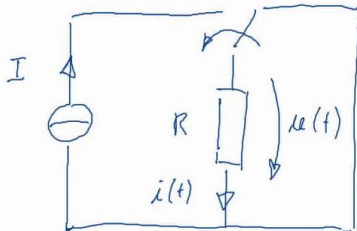
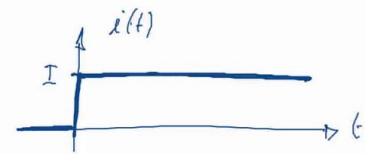
Summary



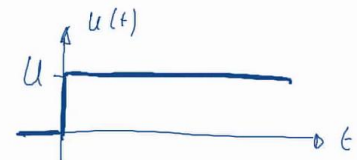
RÉPONSES INDICIELLES D'UNE RÉSISTANCE



$$i = \frac{u}{R} = \varepsilon(t) \cdot \frac{U}{R} = \varepsilon(t) \cdot I$$



$$u = R \cdot i = \varepsilon(t) \cdot I \cdot R = \varepsilon(t) \cdot U$$



Le courant est l'image de la tension
et réciproquement.

Electrotechnique II

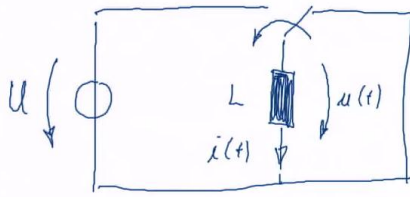
Donc on voit que la réponse indicielle d'une résistance à un saut de courant est également un saut de courant. Si l'on fait le raisonnement pour un saut de tension on peut représenter le schéma suivant, une source de tension de valeur U que l'on vient commuter sur une résistance R. Initialement la résistance est court-circuitée sur elle-même, il n'y a donc pas de courant et, au temps $t = 0$ on vient commuter la résistance sur la source de tension. Les grandeurs dans le circuit, à nouveau, sont le courant en fonction du temps qui traverse la résistance et la chute de tension qui apparaît aux bornes de la résistance, $u(t)$. A nouveau, si l'on exprime le courant en fonction, donc domaine temporel on obtient le schéma suivant en fonction du temps $i(t)$. On a un courant nul avant l'enclenchement et un courant qui passe instantanément à la valeur i au temps $t = 0$ et reste à cette valeur i . L'équation caractéristique est donnée par u ce que nous recherchons est égal à $R \cdot i$ et est exprimé avec cette notion de saut unité $\varepsilon(t)$ multiplié par i multiplié par R , et ceci est également $\varepsilon(t)$ multiplié par U que l'on peut représenter dans le domaine temporel à nouveau l'axe du temps, de t qui vaut 0 avant l'enclenchement passe instantanément à u au temps $t = 0$ et garde cette valeur. Ce que nous voyons maintenant, c'est que le courant est l'image de la tension, et réciproquement.

Notes

Summary



RÉPONSE INDICIELLE D'UNE INDUCTANCE À UN SAUT DE TENSION



$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u \, dt$$

Saut de tension : $u(t) = \varepsilon(t) \cdot U$

Condition initiale : $i(0) = I_0$

$$i = \frac{1}{L} \int_0^t U \cdot \varepsilon(t) \cdot dt + I_0$$

Résol. pour $t > 0$: $i = I_0 + \frac{U \cdot t}{L}$

Electrotechnique II

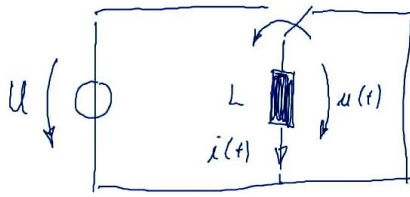
Notes

Calculons maintenant la réponse indicielle d'une inductance à un saut de tension. Nous considérons le schéma suivant: une source de tension de valeur U une inductance L qui est court-circuitée sur elle-même initialement un interrupteur qui permet de commuter cette inductance sur la source de tension au temps $t = 0$. L'équation caractéristique de la tension $u(t)$ en fonction du courant i qui la traverse est donnée par $u = L \cdot (di/dt)$. En intégrant cette équation on obtient que le courant est égal à $1/L$ multiplié par l'intégrale, de $-\infty$ à t de $u(t)dt$. Dans le cas d'un saut de tension on n'a que, la tension au cours du temps au bord de l'inductance, vaut $\varepsilon(t) \cdot U$. On considère la condition initiale, c'est-à-dire, le courant qui traverse l'inductance au temps $t = 0$ $i(t=0) = I_0$. Ceci est un cas général. l'équation caractéristique devient alors i est égal à $1/L$, multiplié par l'intégrale prise de 0 à t . C'est à dire, à partir de l'enclenchement de U multiplié par $\varepsilon(t)$ fois dt plus le courant initial dans l'inductance, I_0 . La résolution de cette équation pour t plus grand que 0 nous donne que $i(t)$ est égal à I_0 plus $(U \cdot t) / L$. On voit qu'on a une croissance linéaire du courant avec le temps.

Summary



RÉPONSE INDICIELLE D'UNE INDUCTANCE À UN SAUT DE TENSION



$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

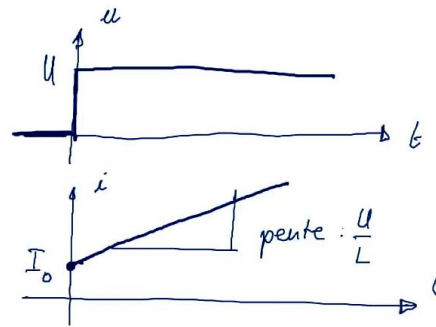
$$i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u \cdot dt$$

Saut de tension : $u(t) = \varepsilon(t) \cdot U$

Condition initiale : $i(0) = I_0$

$$i = \frac{1}{L} \int_0^t U \cdot \varepsilon(t) \cdot dt + I_0$$

Résol. pour $t > 0$: $i = I_0 + \frac{U \cdot t}{L}$



Electrotechnique II

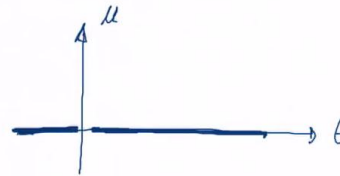
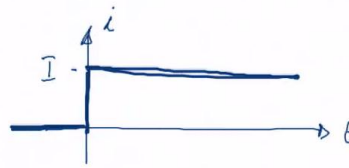
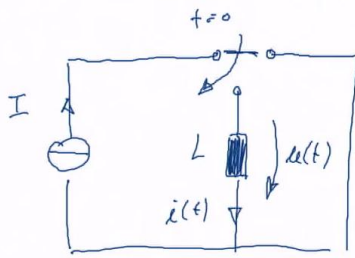
Représentée dans le domaine temporel on obtient pour la tension en fonction du temps une tension nulle avant l'enclenchement un saut instantané de tension au temps $t = 0$, et une valeur qui prend la valeur $u(t)$ constante après l'enclenchement. Au niveau du courant la représentation temporelle part d'une valeur I_0 , qui est la condition initiale, puis une croissance linéaire du courant avec le temps dont la pente vaut U/L .

Notes

Summary



RÉPONSE INDICIELLE D'UNE INDUCTANCE À UN SAUT DE COURANT



$$u(t) = L \cdot \frac{di}{dt} = 0 \quad \begin{matrix} t < 0 \\ t > 0 \end{matrix}$$

$$= \infty \quad t = 0$$

Electrotechnique II

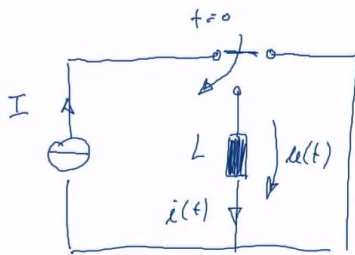
Notes

Effectuons maintenant un saut de courant à travers une inductance. On considère le circuit électrique suivant une source de courant de valeur I une inductance de valeur L et un interrupteur qui permet de faire la commutation au temps $t = 0$ de cette source sur l'inductance. L'équation caractéristique est donnée par $u(t) = L \cdot (di/dt)$. Attention $u(t)$ est le courant qui traverse l'inductance $i(t)$. On peut représenter dans le domaine temporel la variation de t en fonction du temps zéro avant la commutation et instantanément le courant passerait à une valeur i au temps $t = 0$. On voit que l'expression de u vaut 0 lorsqu'il n'y a pas de variation de courant. C'est à dire avant l'enclenchement, pas de variation de courant, et après l'enclenchement, pas de variation de courant. C'est à dire que cette expression est égale à zéro pour $t < 0$ ou $t > 0$ que l'on peut représenter en fonction du temps comme ceci de t . Tension nulle avant l'enclenchement et tension nulle après l'enclenchement, car il n'y a pas de variation de courant. Par contre cette équation cette tension prend la valeur infini au temps $t = 0$ Pourquoi? Parce que la variation de courant est infinie et donc la tension délivrée par la source de courant devrait être infinie.

Summary

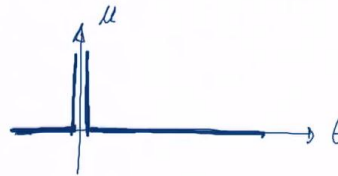
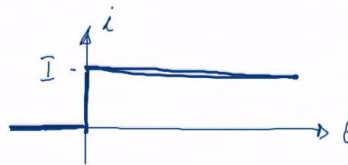


RÉPONSE INDICIELLE D'UNE INDUCTANCE À UN SAUT DE COURANT



$$u(t) = L \cdot \frac{di}{dt} = 0 \quad \begin{matrix} t < 0 \\ t > 0 \end{matrix}$$

$$= \infty \quad t = 0$$



Règle n° 1 : un saut de courant dans une inductance est impossible.

Electrotechnique II

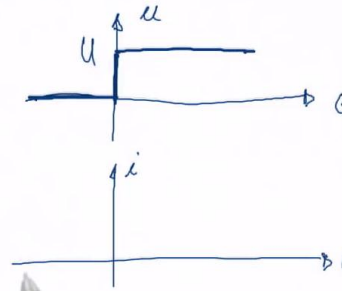
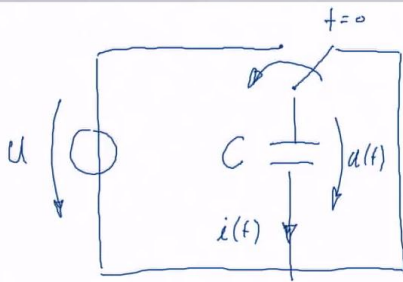
Cette fonction qu'on appelle "fonction de dirac" n'est pas possible à atteindre physiquement en physique la notion d'infini n'a pas de sens, car elle ne peut jamais être atteinte. Et en mathématiques, on peut pas la décrire simplement. On arrive donc à une première règle qui dit qu'un saut courant dans une inductance est impossible.

Notes

Summary



RÉPONSE INDICIELLE D'UNE CONDENSATEUR À UN SAUT DE TENSION



$$u = \frac{1}{C} \int i \cdot dt \rightarrow i = C \cdot \frac{du}{dt} \rightarrow 0 \quad t < 0$$

$$\rightarrow 0 \quad t > 0$$



Electrotechnique II

Effectuons maintenant un saut de tension $u(t) = \varepsilon(t) \cdot U$ aux bornes d'un condensateur. A nouveau on considère le circuit suivant, constitué d'une source de tension de valeur U un condensateur qui est initialement court-circuité sur lui-même, et qu'on va commuter grâce à un interrupteur sur la source de tension U au temps $t = 0$. Les grandeurs au sein du circuit sont le courant qui traverse le condensateur $i(t)$ et la tension aux bornes du condensateur $u(t)$. L'équation caractéristique du condensateur est donnée par $u = 1/C$ fois l'intégrale de $i \cdot dt$. Si l'on intègre cette équation on obtient que $i = C \cdot (du/dt)$. Ce courant prend la valeur 0 pour $t < 0$ et également 0 pour $t > 0$ parce que la variation de tension est nulle. La tension est nulle avant l'enclenchement et passe instantanément à la valeur u au temps $t = 0$. Si l'on dessine la réponse indicielle i , en fonction du temps on a des valeurs nulles avant l'enclenchement parce qu'il n'y a pas de variation de tension et également une valeur nulle après enclenchement parce qu'il n'y a pas de variation de tension. Donc le courant vaut 0 avant l'enclenchement vaut 0 après l'enclenchement.

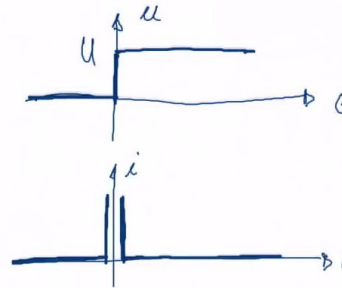
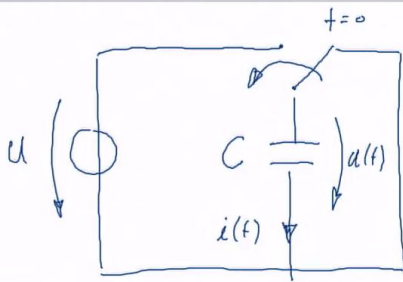
Notes

Summary



14m 30s

RÉPONSE INDICIELLE D'UNE CONDENSATEUR À UN SAUT DE TENSION



$$u = \frac{1}{C} \int i \cdot dt \rightarrow i = C \cdot \frac{du}{dt}$$

$\rightarrow 0 \quad t < 0$
 $\rightarrow 0 \quad t > 0$
 $\rightarrow \infty \quad t = 0$

Règle n° 2 : un saut de tension aux bornes d'un condensateur est impossible.

Electrotechnique II

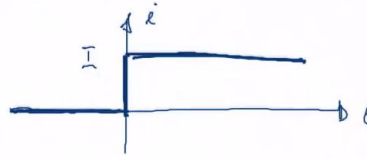
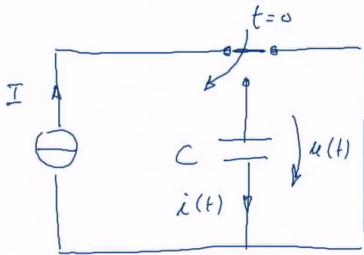
Par contre au moment de la transition, lorsqu'on fait un saut de tension sur le condensateur cette expression tend vers l'infini et donc ce courant tend vers l'infini lors de la commutation. Ceci, à nouveau, signifie que la source de tension devrait nous fournir un courant infini pour faire un saut de tension instantané aux bornes d'un condensateur. On en arrive à une deuxième règle qui dit qu'un saut de tension aux bornes d'un condensateur est impossible.

Notes

Summary



RÉPONSE INDICIELLE D'UNE CONDENSATEUR À UN SAUT DE COURANT



$$u = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i \cdot dt \quad i = \varepsilon(t) \cdot I$$

Condition initiale : $u(0) = U_0$

$$u = U_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i \cdot \varepsilon(t) \cdot dt$$

Electrotechnique II

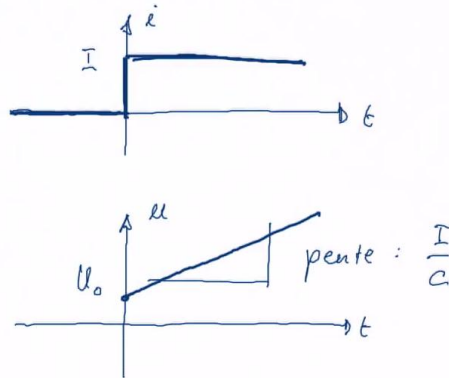
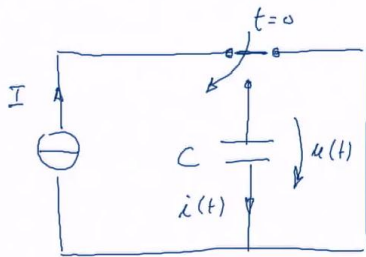
Considérons maintenant le quatrième cas de figure qui consiste à calculer la réponse indicielle d'un condensateur soumis à un saut de courant. A nouveau on considère le schéma électrique suivant, constitué d'une source de courant de valeur I d'un condensateur C et d'un interrupteur qui permet de commuter condensateur sur la source de courant au temps $t = 0$. L'équation caractéristique de la tension aux bornes du condensateur en fonction du courant est donnée par l'expression $U = 1/C$ fois l'intégrale de $-\infty$ à t $i \cdot dt$. Sachant que $i = \varepsilon(t) \cdot I$ qu'on représente ici, dans un diagramme temporel. Valeur nulle avant la commutation, et valeur i après la commutation. A nouveau, ici, la condition initiale est la tension qui est existantes aux bornes du condensateur avant la commutation de l'interrupteur au temps $t = 0$, et c'est égal à U_0 . Ainsi on peut réécrire l'équation avec l'intégrale en séparant cette intégrale de $-\infty$ à 0 et de 0 à ∞ . Il vient donc que u est égal à U_0 la partie de l'intégrale, avant la commutation plus $1/C$ fois l'intégrale de 0 à t de $i \cdot \varepsilon(t) \cdot dt$. En résolvant cette équation on trouve que la tension vaut U_0 plus $(I/C) \cdot t$ et ceci pour $t > 0$.

Notes

Summary



RÉPONSE INDICIELLE D'UNE CONDENSATEUR À UN SAUT DE COURANT



$$u = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i \cdot dt \quad i = \varepsilon(t) \cdot I$$

Condition initiale : $u(0) = U_0$

$$\begin{aligned} u &= U_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i \cdot \varepsilon(t) \cdot dt \\ &= U_0 + \frac{I}{C} \cdot t \quad \text{pour } t > 0 \end{aligned}$$

Electrotechnique II

Si l'on représente cette équation dans le domaine temporel on obtient la courbe suivante, en fonction du temps une valeur initiale avant la commutation, et après la commutation on voit qu'on a une droite une croissance linéaire de la tension avec le courant dont la pente vaut I/C .

Notes

Summary



CONCLUSIONS



- Un saut de courant dans d'une inductance est impossible
- Un saut de tension aux bornes d'un condensateur est impossible

Ces propriétés permettront de déterminer les constantes d'intégration dans le cas de circuits réels

Electrotechnique II

Après avoir étudié tous les cas de figure de réponse indicielle nous arrivons aux conclusions suivantes qui disent que, un saut de courant dans une inductance est impossible, et qu'un saut de tension aux bornes d'un condensateur également est impossible. Ces propriétés nous permettront de déterminer les constantes d'intégration dans les cas de circuit réel.

Notes

Summary



19m 47s