ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

COMPORTEMENT FRÉQUENTIEL

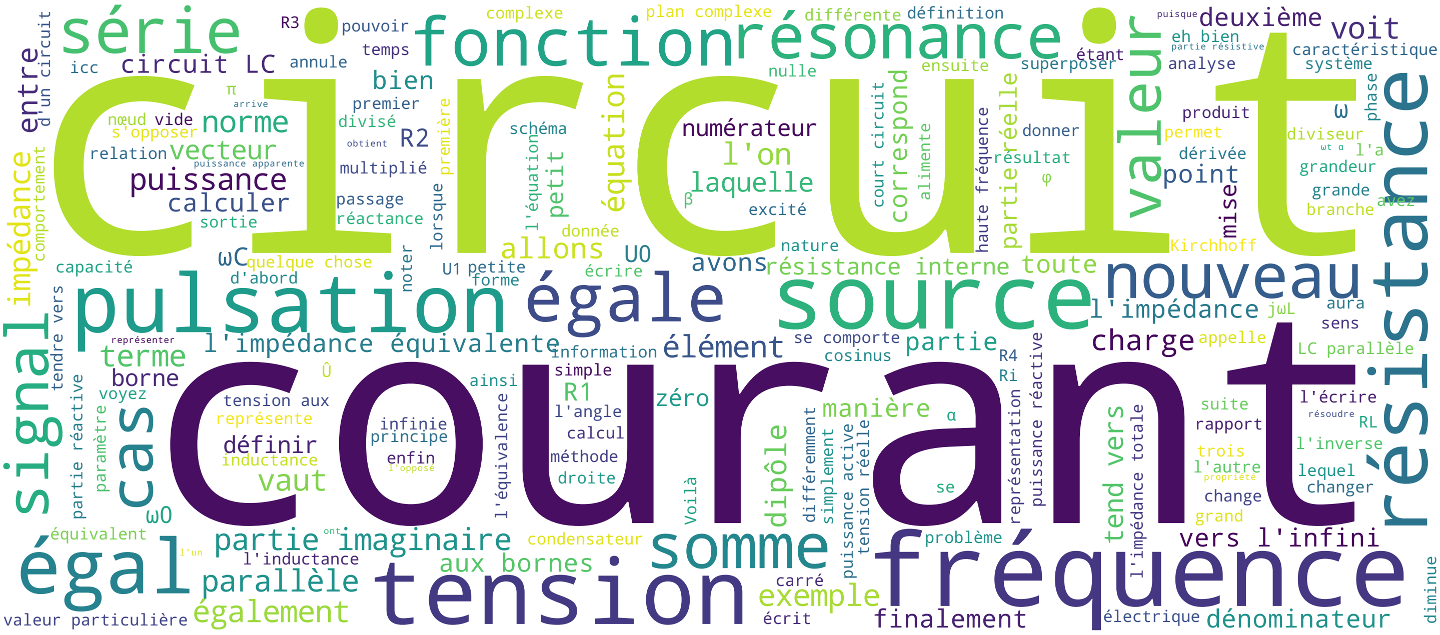
CIRCUITS RÉSONANTS - CONDITIONS DE RÉSONANCE – CIRCUITS ÉQUIVALENTS

LEÇON 21

Électrotechnique I

Yves PERRIARD & Paolo GERMANO

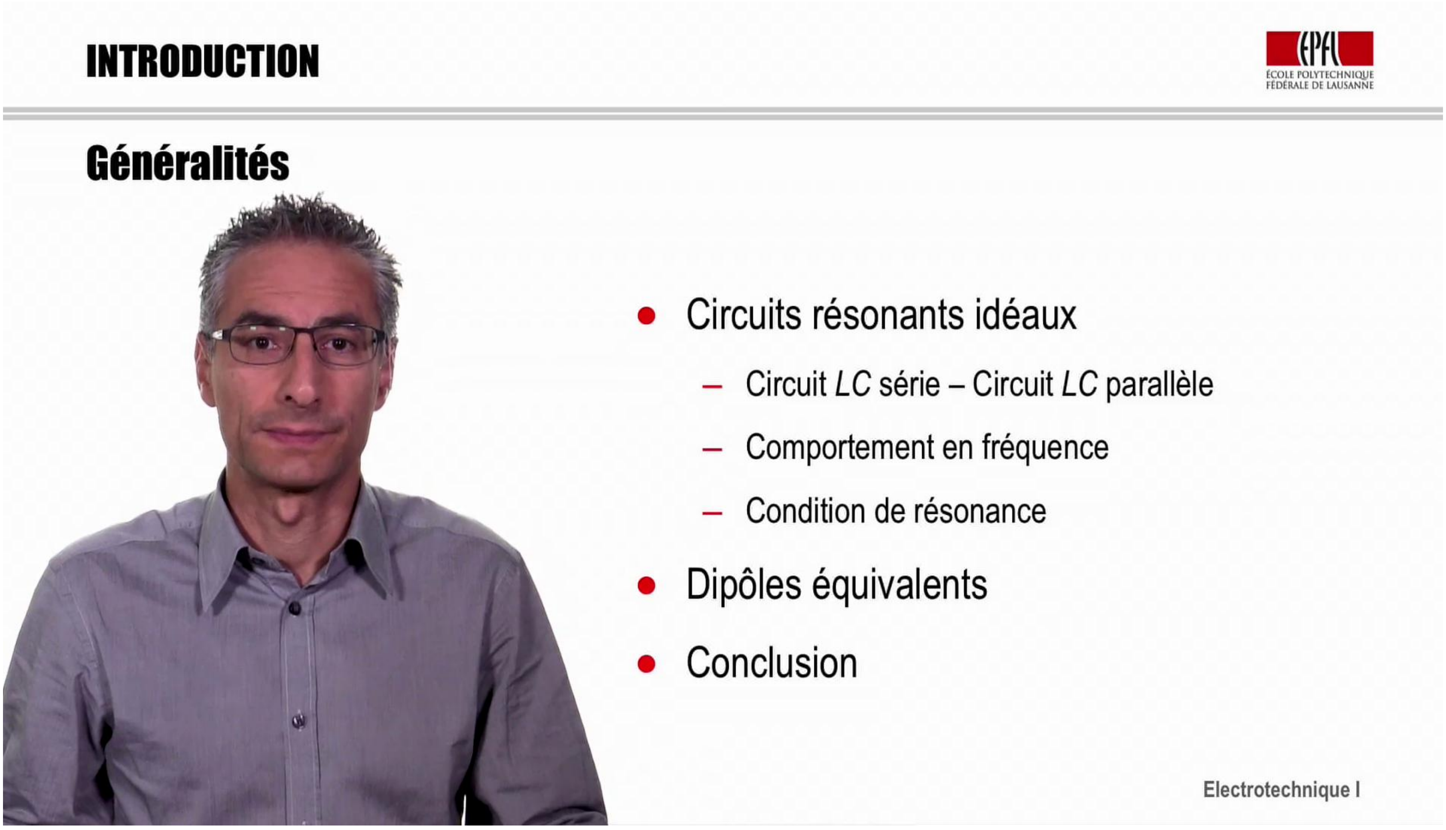
Laboratoire d'Actionneurs Intégrés



Search MOOC

Video

EPFL



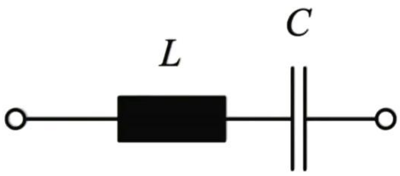
Bonjour, bienvenue à cette nouvelle leçon du cours d’électrotechnique. Lors de la leçon précédente, nous avons étudié et construit le lieu géométrique d'une impédance. Nous avons vu un point particulier de ce lieu, c'est le point pour lequel l'impédance est purement résistive, sans partie réactive. Aujourd'hui, nous allons étudier un peu plus en détails cette particularité. Nous allons donc parler de circuits résonnants, constitués d'éléments L et C. Nous allons voir deux cas de circuits LC, le cas du circuit LC série, et le cas du circuit LC parallèle, nous verrons leur comportement en fréquence et la condition de résonance. Finalement, nous nous attarderons sur l'équivalence de dipôle, série ou parallèle, et de leur dépendance à la fréquence.

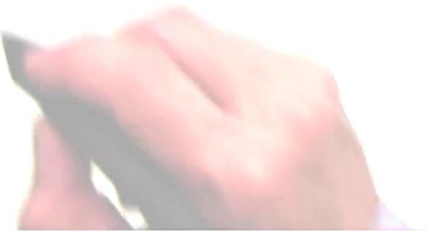
Notes

Summary

0m 04s

Circuits résonants – LC série idéal - Conditions de résonance





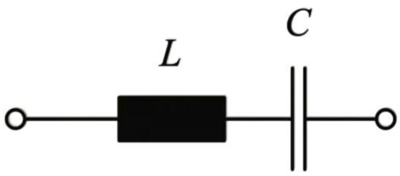
Un dipôle composé de deux élements L et C, connectés en série ou en parallèle, porte le nom de circuit résonnant. On comprend cette dénomination si on se réfère aux puissances, on avait démontré que la puissance réactive transitait périodiquement d'un élément à l'autre, L ou C. Si on fait une analogie dans le domaine mécanique, on peut citer le cas d'un oscillateur résonnant, constitué d'une masse et d'un ressors, dans lequel il y a un échange périodique d'énergie potentielle et cinétique entre le ressors et la masse. Si on retourne à notre circuit électrique, en fonction de la fréquence à laquelle il est excité, ses propriétés vont être modifiées, en particulier par le fait que l'impédance change de valeur. Prenons l'exemple d'une inductance et d'une capacité mise en série. Ils sont présentés sur cette figure et on va calculer l'impédance totale du circuit, de la norme, et on va le représenter dans le plan complexe. Donc si on appelle Zeq l'impédance totale du circuit, elle est constituée d'une première partie, c'est la partie réactive de l'inductance, plus, comme elle est en série, la partie réactive du condensateur, c'est - j 1 sur ωC.

Notes

Summary

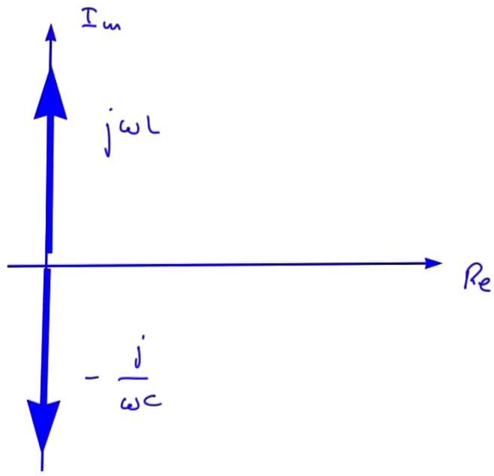
0m 47s

Circuits résonants – LC série idéal - Conditions de résonance



$$\underline{Z}_{eq} = j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = j\,\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}$$

$$Z_{eq} = \left| \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C} \right|$$



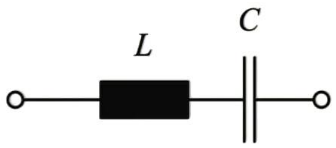
On peut l'écrire un peu différemment, en mettant les deux termes sous le même dénominateur, on a j sur ωC, et on multiplie par ω²LC-1 On peut calculer sa norme, donc la norme de Zeq est donnée par la valeur absolue de ω²LC-1 sur ωC La représentation dans le plan complexe, on l'a déjà fait plusieurs fois, elle est donnée par la somme de ces deux vecteurs, donc pour la partie réelle, et pour la partie imaginaire, on a le vecteur qui est l'impédance de C, et le vecteur qui est l'impédance de L, c'est-à-dire - j sur ωC et jωL On voit que ces deux vecteurs ont une certaine longueur qui dépend de la pulsation ou de la fréquence à laquelle le circuit est excité.

Notes

Summary

2m 09s

Circuits résonants – LC série idéal - Conditions de résonance



$$\underline{Z}_{eq} = \mathrm{j}\omega L - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C} = \mathrm{j}\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}$$

$\omega \to 0 \quad \underline{Z} \to \infty$

$\omega \to \infty \quad \underline{Z} \to \infty$

Electrotechnique I

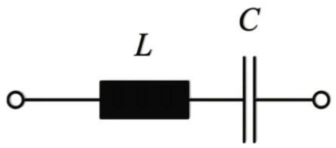
Si on analyse cette équation qui représente l'impédance totale du circuit, on voit que si la pulsation à laquelle est excité le circuit tend vers 0, l'impédance équivalente va tendre vers l'infini, parce que on a un 0 au dénominateur et donc cette valeur devient infinie. A l'opposé ou à l'autre extrême, si la pulsation tend vers l'infini, l'impédance équivalente tend également vers l'infini, parce que l'on a le terme ω^2 au numérateur et donc la norme de ce terme va tendre vers l'infini. La condition de résonance est atteinte pour un point particulier lorsque le numérateur ici est égal à 0, c'est-à-dire, pour la valeur particulière de ω qu'on appelle ω0, qui est égale à 1 sur √LC, c'est ce numérateur qui est égal à 0 La fréquence de résonance qui est juste proportionnelle à la pulsation, c'est égal à 1 sur 2π multiplié par 1 sur √LC Donc ω0 est la pulsation de résonance lorsque le numérateur est égal à 0 Si on analyse cette grandeur en fonction de la pulsation, on voit que si le circuit est excité à une pulsation qui est inférieure à la pulsation de résonance, on a que ce terme, le numérateur $\omega^2 LC$ plus petit que 1, on a donc une impédance $\underline{Z}$ qui est de type capacitive.

Notes

Summary

3m 25s

Circuits résonants – LC série idéal - Conditions de résonance



$$Z_{eq} = \mathrm{j}\omega L - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C} = \mathrm{j}\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}$$ $= 0$

$\omega \to 0 \quad Z \to \infty$

$\omega \to \infty \quad Z \to \infty$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$

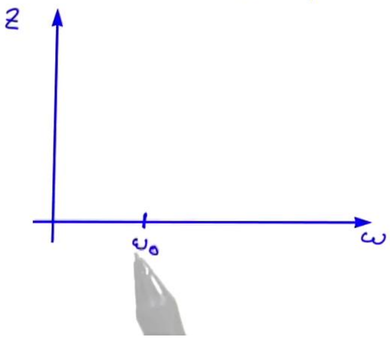
Pulsation de résonance

Si $\omega < \omega_0 \quad \omega^2 LC < 1$

$Z = -j X_1$ "nature capacitive"

Si $\omega > \omega_0 \quad \omega^2 LC > 1$

$Z = j X_2$ "nature inductive"



Electrotechnique I

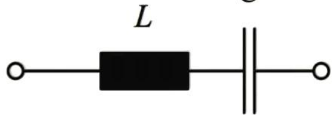
La nature du circuit équivalent est de type capacitive. Le circuit donc se comporte dans ce cas là comme un condensateur. Au contraire si la pulsation à laquelle on excite le circuit est plus grande que ω0 pour la pulsation de résonance, on aura que ω²LC sera plus grand que 1, et l'impédance équivalente sera de type jX2, et dans ce cas là, le circuit va se comporter comme une inductance, ceci est positif, on dit que la nature du circuit à cette fréquence, est inductive. Le circuit se comporte globalement comme une inductance. Graphiquement, si on représente cette fonction dans un plan ωZ donc Z en fonction de la pulsation, on va avoir que ce Z, en fonction de la pulsation ω pour la valeur particulière de ω0, c'est la condition de résonance, on a le numérateur qui est égal à 0, et donc cette impédance Z est égale à 0. Par contre lorsqu'on s'éloigne de cette pulsation de résonance, que ce soit vers 0 ou vers l'infini, on a la norme de cette impédance qui tend vers l'infini, ce qui donne une courbe qui a une allure approximativement comme ceci.

Notes

Summary

5m 41s

Circuits résonants – LC série idéal - Conditions de résonance



$$\underline{Z}_{eq} = \mathrm{j}\omega L - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C} = \mathrm{j}\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}$$

$= 0$

$\omega \to 0 \qquad \underline{Z} \to \infty$

$\omega \to \infty \qquad \underline{Z} \to \infty$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$

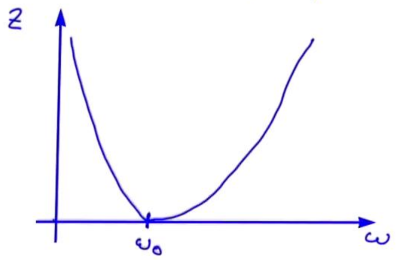
Pulsation de résonance

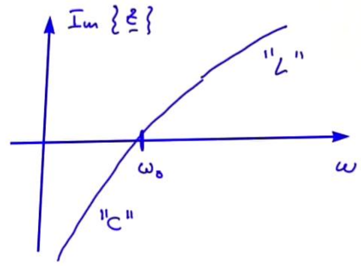
Si $\omega < \omega_0 \qquad \omega^2 LC < 1$

$\underline{Z} = -j X_1$ "nature capacitive"

Si $\omega > \omega_0 \qquad \omega^2 LC > 1$

$\underline{Z} = j X_2$ "nature inductive"





Electrotechnique I

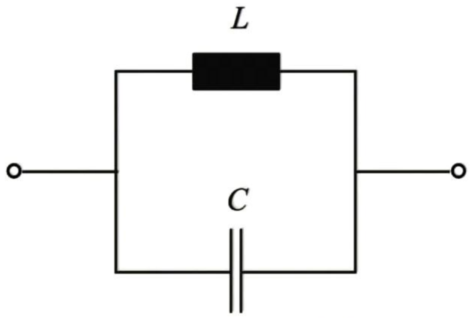
Si on regarde la partie imaginaire de Z en fonction de ω on aura quelque chose qui décrit l'allure suivante, donc en fonction de ω, la partie imaginaire de Z équivalent, on a dit que le circuit se comporte de manière capacitive, en dessous de la fréquence de résonance, et de manière inductive au dessus de la fréquence de résonance, donc on a une allure comme ceci, donc là un comportement capacitif, et là un comportement inductif, la partie imaginaire est positive.

Notes

Summary

7m 23s

Circuits résonants – LC parallèle idéal - Conditions de résonance



Si $\omega \to 0$ $\quad \underline{Z} \to 0$

Si $\omega \to \infty$ $\quad \underline{Z} \to 0$

$$\underline{Z}_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{j\omega L} + j\omega C} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

Electrotechnique I

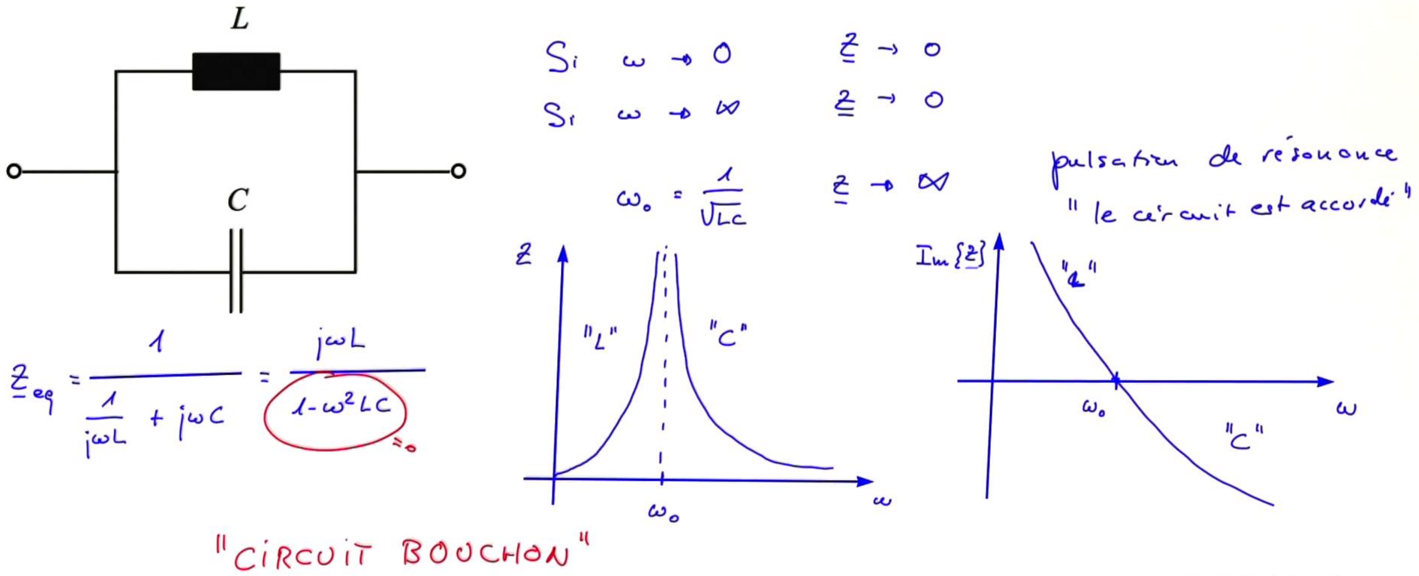
Si on considère maintenant le circuit LC résonant mais parallèle, on a ce circuit-là, on peut de nouveau écrire l'impédance équivalente du circuit, qui est égale, vu que les éléments sont en parallèle, à l'inverse de la somme des inverses des impédances, et ça nous donne 1 sur jωL, c'est l'inverse de l'impédance d'inductance, + jωC écrit un peu différemment pour faire ressortir un scalaire au dénominateur, ça nous donne ceci, on a le dénominateur qui vaut 1 - ω²LC et au numérateur jωL Si on analyse à nouveau le comportement du circuit en fonction de la fréquence, donc lorsqu'on l'excite à une fréquence ω qui est très petite, donc qui tend vers 0, et bien on a une impédance qui tend vers 0 également, parce que ce terme au numérateur annule ce terme là. A l'opposé si la fréquence à laquelle on excite le circuit tend vers l'infini, on a également l'impédance qui tend vers 0 parce que le terme ω au dénominateur devient très grand et annule ce terme là. Pour la valeur particulière qui annule ici le dénominateur, et bien pour cette valeur particulière de pulsation de résonance, ω égale à 1 sur √LC donc on annule le dénominateur, cette fois-ci l'impédance va tendre vers l'infini.

Notes

Summary

8m 12s

Circuits résonants – LC parallèle idéal - Conditions de résonance



Electrotechnique I

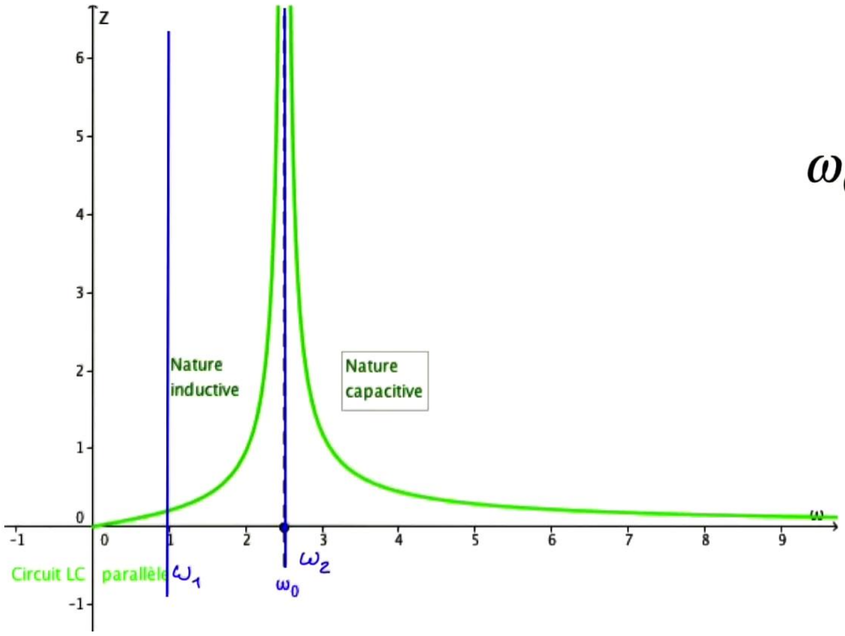
Donc ceci à nouveau est la pulsation de résonance, on dit que le circuit est accordé, et c'est exactement la même condition que dans le circuit LC série A nouveau, si on représente la norme de Z en fonction de la pulsation à laquelle est excité le circuit, on a cette valeur particulière ω0 la pulsation de résonance, pour laquelle l'impédance est infinie, et au-delà de cette fréquence, l'impédance tend vers 0, on a donc quelque chose, donc ça c'est la norme de l'impédance, on a quelque chose schématiquement, qui est comme ceci, avec de nouveau un comportement pour le circuit qui est de type inductif, pour des petites valeurs en dessous de la pulsation ω0, et de type capacitif lorsqu'on dépasse la pulsation de résonance. Alors si on s'intéresse maintenant à la partie imaginaire de l'impédance équivalente en fonction de la pulsation, on a de nouveau cette pulsation de résonance ω0 pour laquelle la partie imaginaire de Z est nulle, et le circuit est de nature inductive, à basse fréquence, et de nature capacitive à haute fréquence. Ce circuit est également appelé circuit bouchon, parce que à la pulsation de résonance, son impédance est infinie, et donc il va s'opposer au passage du courant à cette fréquence là.

Notes

Summary

10m 06s

Circuits résonants - Conditions de résonance – Modification de ω_0



$$\omega_{0_1} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

Electrotechnique I

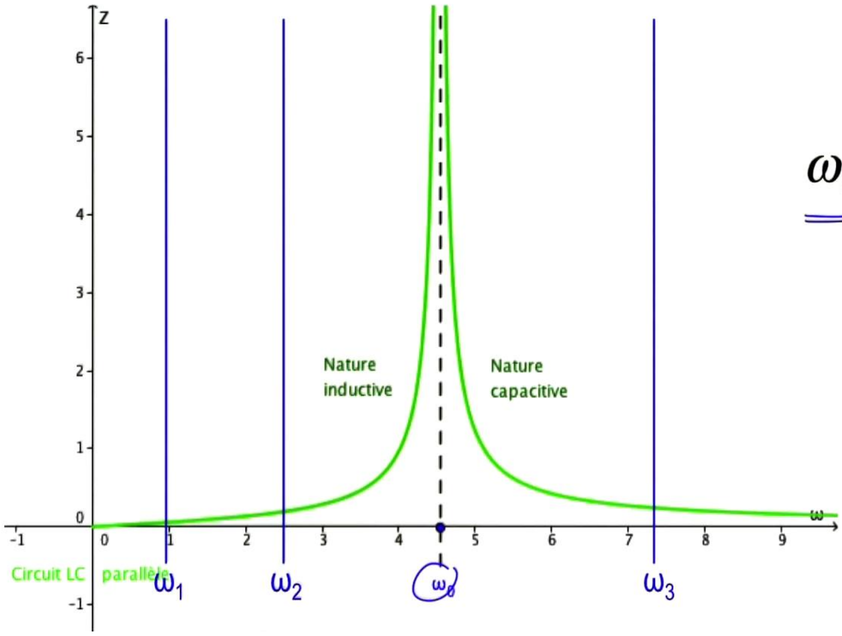
On a calculé ici le cas réel d'un circuit LC parallèle, pour lequel on a tracé la caractéristique avec un logiciel de simulation, on voit bien comme on avait dit tout à l'heure, qu'on a cette fréquence de résonance ici ω0 Le circuit est inductif pour des fréquences plus petites que L0 et capacitives pour des fréquences plus longues. Si on alimente ce circuit à une pulsation plus petite que ω0 appelons-là ω1, le circuit ne va pas s'opposer au passage du courant, parce que l'impédance est faible. Par contre, si on alimente le circuit à une fréquence ou pulsation ω2 qui correspond à la pulsation de résonance, aucun courant ne va passer parce que l'impédance est infinie, le circuit s'oppose à cette fréquence. Si on augmente à nouveau la pulsation d'excitation du circuit, jusqu'à une valeur, par exemple ici, ω3 à nouveau le circuit ne va plus s'opposer au passage de cette fréquence, il y aura un signal de sortie, parce que l'impédance est petite.

Notes

Summary

12m 26s

Circuits résonants - Conditions de résonance – Modification de ω_0



$$\omega_{0_2} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$

Electrotechnique I

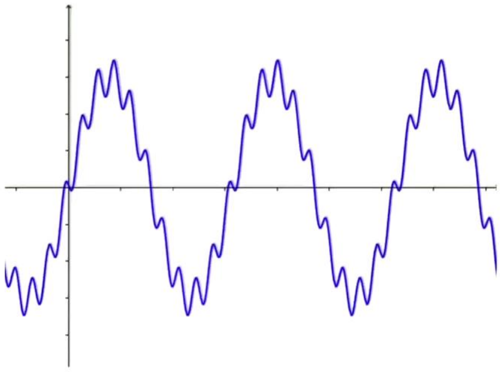
Maintenant, si on modifie les paramètres du circuit, c'est-à-dire qu'on va changer la valeur de LC, et qu'on diminue ses valeurs, la caractéristique va se déplacer, elle va se déplacer à une valeur ω02 qui est plus grande parce que le couple LC est plus petit, et le signal à la pulsation ω2 qui était coupé par le circuit précédent, ne l'est plus pour ce circuit là parce que cette caractéristique s'est déplacée, et c'est maintenant cette fréquence-là qui va être atténuée par le circuit. On voit qu'on peut donc jouer sur les éléments L et C du circuit, pour bloquer finalement la fréquence que l'on souhaite. C'est le principe du filtrage.

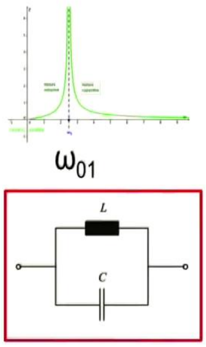
Notes

Summary

13m 46s

Circuits résonants – Exemples





Entrée - Sortie

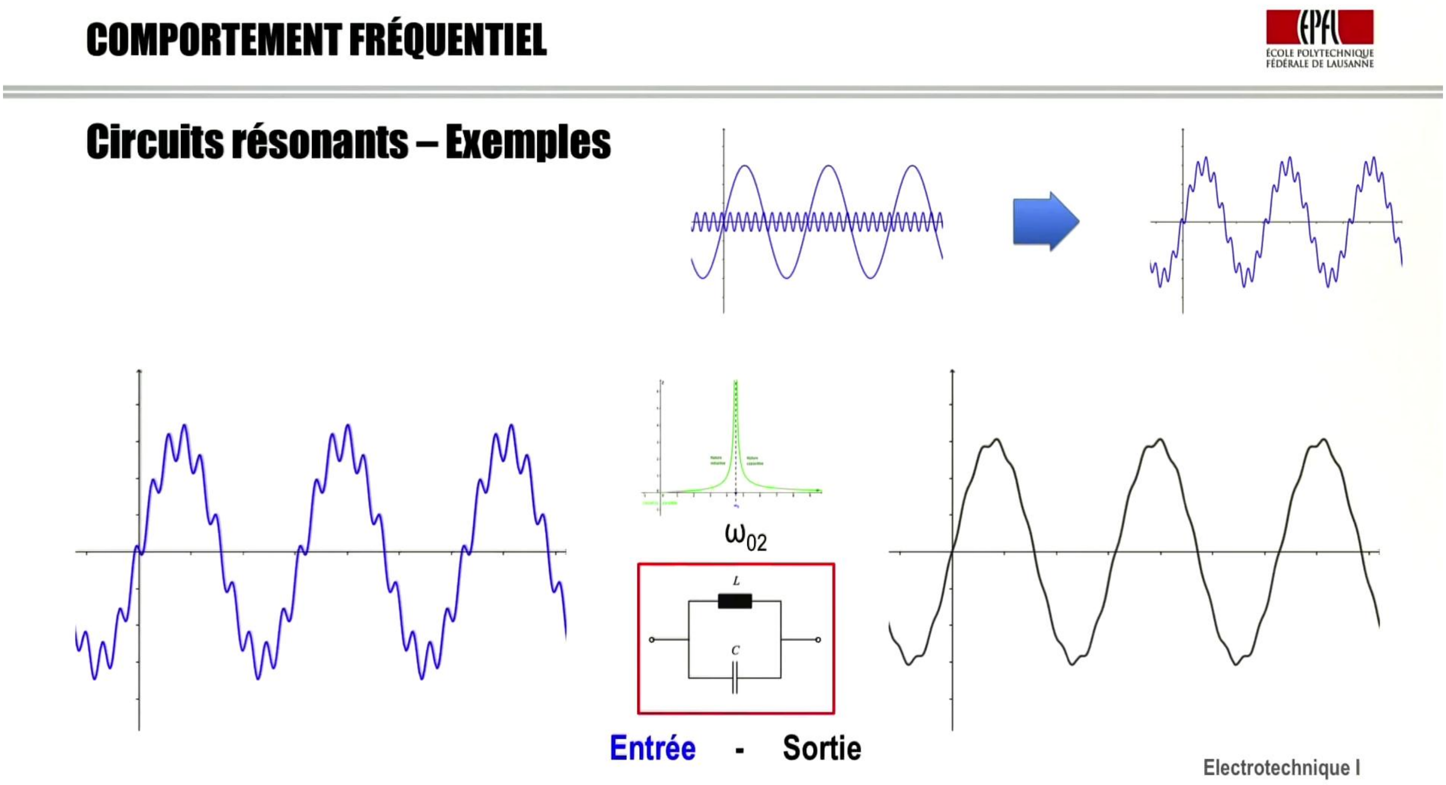
Electrotechnique I

Prenons un cas concret où on aurait un signal qui est composé de 2 tensions, une première et une deuxième, ça peut être tout simplement 2 tensions d'alimentation, une à une fréquence ω1, l'autre à une fréquence ω2 qui alimente notre circuit LC parallèle, ou alors ça peut être un cas plus général, par exemple un signal audio qui comporterait une multitude de fréquence, ici on n'en a que deux mais ça pourrait être plusieurs, si on somme ces deux signaux, on trouve quelque chose comme ceci, un signal qui a deux voire plusieurs composantes, on voit ici la première composante à une certaine fréquence, et la deuxième composante à une autre fréquence. Si j'alimente maintenant un circuit LC parallèle dont la fréquence de résonance est ω01 qui correspond dans ce cas-là, qui est basse, qui correspond à ce signal-là, j'alimente mon circuit avec le signal total ici, qui est la somme des deux, cette fréquence ω0 correspond à la fréquence basse ici, va être atténuée, coupée, et donc comme résultat en sortie, on aura un signal qui comprend essentiellement le signal de haute fréquence, avec légèrement un signal de basse fréquence qui est atténué.

Notes

Summary

14m 43s



Si maintenant on change la fréquence de résonance du circuit, c'est-à-dire qu'on change les paramètres L et C, on les diminue pour que ω02 augmente et tombe sur cette fréquence là, la fréquence élevée du signal, et bien en alimentant ce circuit avec ce signal, on va avoir la fréquence élevée qui sera coupée, et à la sortie, il ne restera que la fréquence basse, ici qui n'est pas atténuée par le circuit.

Notes

Summary

16m 16s

COMPORTEMENT FRÉQUENTIEL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Exemples d'application

Exemple :
ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line)

Exemple :
CPL (Courants Porteurs en Ligne)

Electrotechnique I

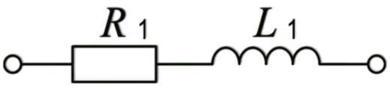
On peut citer deux exemples de la vie de tous les jours, le premier c'est une liaison ADSL, donc c'est une liaison téléphonique, donc la voix humaine qui présente un certain nombre de fréquence entre 16 et disons 15 kilohertz, et sur ce signal on va superposer un signal d'information pour faire transiter des informations du réseau. Et bien lorsqu'on parle, on n'aimerait pas entendre toutes ces fréquences, on aimerait entendre uniquement les fréquences de la voix, lorsqu'on est au téléphone, et donc on a ce filtre ici, qui permet de couper les hautes fréquences des signaux digitaux. Un deuxième exemple, c'est ce qu'on appelle les Courants Porteurs de Ligne, c'est-à-dire qu'on va superposer au réseau 50 hertz d'alimentation domestique, on va superposer un signal à haute fréquence qui est également une information, et puis cette information, on aimerait la séparer quand elle arrive sur l'ordinateur par exemple, on en avoir que le signal d'information et pas le signal du 50 hertz, donc à nouveau on utilise un filtrage, tels qu'on les a expliqués basiquement précédemment.

Notes

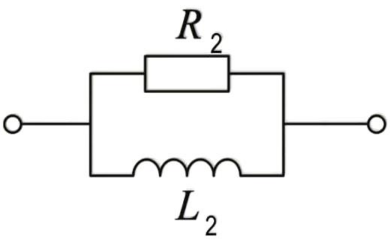
Summary

16m 49s

Dipôles équivalents



$$\underline{Z} = R_1 + j\omega L_1$$



$$\underline{Z} = \frac{R_2\omega^2 L_2^2 + j\omega L_2 R_2^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}$$

Ces deux circuits sont équivalents si :

$$R_1 = \frac{R_2 \omega^2 L_2^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}$$

et :

$$L_1 = \frac{L_2 R_2^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}$$

Electrotechnique I

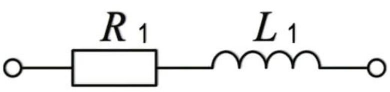
Voilà, on va aborder un dernier point aujourd'hui, ce sont les dipôles équivalents. On a ici un dipôle qui est constitué d'une résistance R1 et inductance L1 en série, on peut déterminer l'impédance équivalente de ce dipôle, on l'a donné dans les leçons précédentes, c'est représenté par cette équation-là, et le circuit R2L2 parallèle dont l'impédance équivalente est donnée ici. Vous trouvez également ce résultat dans les tableaux qu'on a donnés aux leçons précédentes. Pour que ces deux circuits soient équivalents, il faut que d'une part la partie résistive de l'un R1 soit égale à la partie résistive de l'autre, et d'autre part que la partie imaginaire de l'un, soit égale à la partie imaginaire du deuxième. Donc il faut que R1 soit égale à ceci, première condition, et deuxième condition, il faut que L1 soit égale à ce terme-là. Ce qui est intéressant de noter, c'est que cette équivalence n'est valable qu'à une seule fréquence parce que le terme R1 dépend de R2 et également de la pulsation ω idem pour l'inductance équivalente qui est dépendante de la pulsation, donc ceci n'est valable que à une fréquence donnée, si on change de fréquence, on doit rechanger ici les paramètres R2L2 pour avoir l'équivalence des deux circuits.

Notes

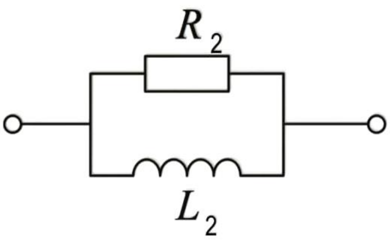
Summary

18m 10s

Dipôles équivalents



$$\underline{Z} = R_1 + j\omega L_1$$



$$\underline{Z} = \frac{R_2\omega^2 L_2^2 + j\omega L_2 R_2^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}$$

Ces deux circuits sont équivalents si :

$$R_1 = \frac{R_2 \omega^2 L_2^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}$$

et :

$$L_1 = \frac{L_2 R_2^2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}$$

Electrotechnique I

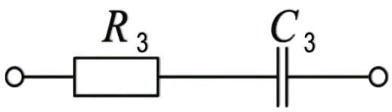
Il est clair que le passage se fait ici dans le sens parallèle série, mais qui pourrait se faire dans l'autre sens, série parallèle, en extrayant le terme R2 de cette équation, et pour l'inductance, extraire le terme L2 de cette équation-là.

Notes

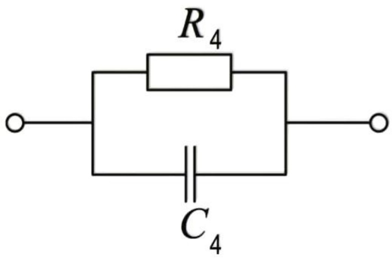
Summary

20m 16s

Dipôles équivalents



$$\underline{Z} = R_3 + \frac{1}{j\omega C_3} = R_3 - j\frac{1}{\omega C_3}$$



$$\underline{Z} = \frac{R_4 - j\omega C_4 R_4^2}{1+\omega^2 R_4^2 C_4^2}$$

Ces deux circuits sont équivalents si :

$$R_3 = \frac{R_4}{1+(\omega R_4 C_4)^2}$$

et :

$$C_3 = \frac{1+(\omega R_4 C_4)^2}{\omega^2 R_4^2 C_4}$$

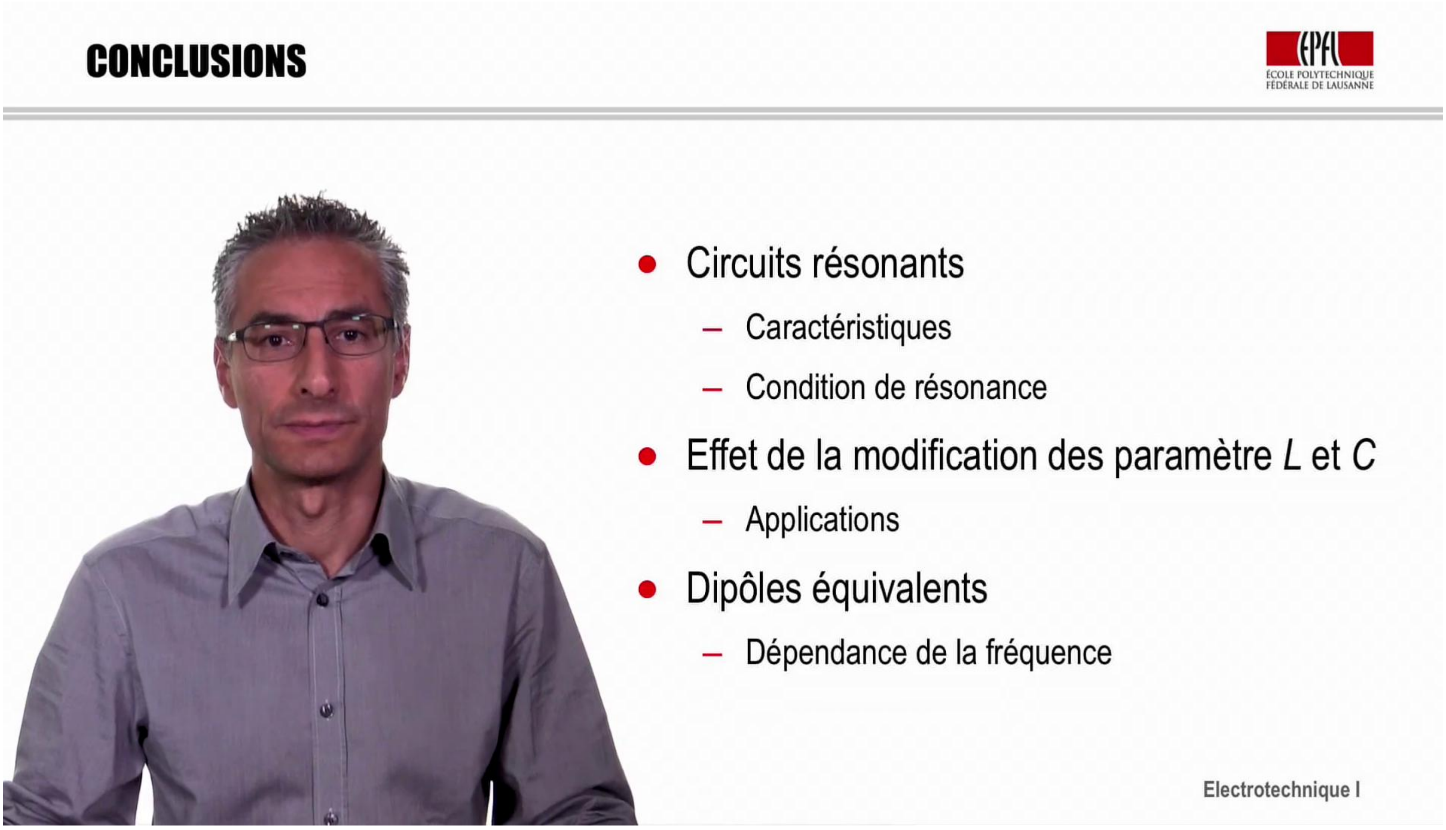
Electrotechnique I

Il en va de même pour le circuit RC série et RC parallèle, si l'on souhaite que ces deux dipôles soient équivalents, on écrit la relation qui décrit R et l'impédance équivalente, c'est ce terme là, on peut l'écrire un peu différemment, pour le circuit RC parallèle, on a cette équation-là, et pour qu'il y ait équivalence, il faut à nouveau que la partie réelle de l'un soit égale et que les parties imaginaires également soient égales. On peut réécrire le terme R3 en fonction de R4 et C4, et on a que R3 est égal à R4 divisé par ce dénominateur, et pour l'équivalence de la partie imaginaire, il faut que C3 soit égale à ce terme, c'est la condition d'équivalence de ces deux circuits, mais à nouveau, à une fréquence ou pulsation donnée, parce que cette équivalence dépend de la pulsation.

Notes

Summary

20m 38s



Voilà, on a vu ce que sont des circuits résonants, quels sont leur caractéristiques et sous quelle condition ils sont à résonance. On a vu comment changer ces caractéristiques, et ce que l'on peut en faire, notamment dans le domaine du filtrage. Finalement, on a vu les dipôles équivalents, et on a vu qu'ils sont dépendants de la fréquence d'alimentation. Merci de votre attention.

Notes

Summary

22m 12s