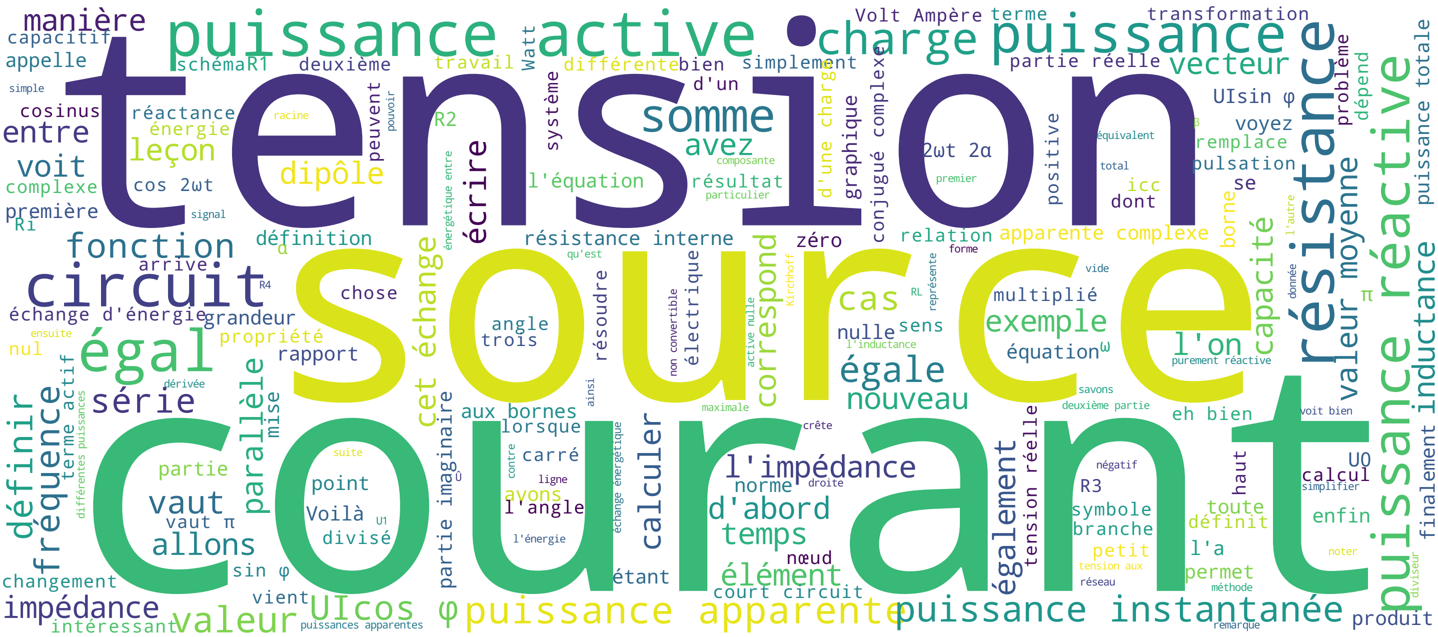
ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

PUISSANCES EN ALTERNATIF SINUSOÏDAL MONOPHASÉ

LES DIFFÉRENTES PUISSANCES

LEÇON 17

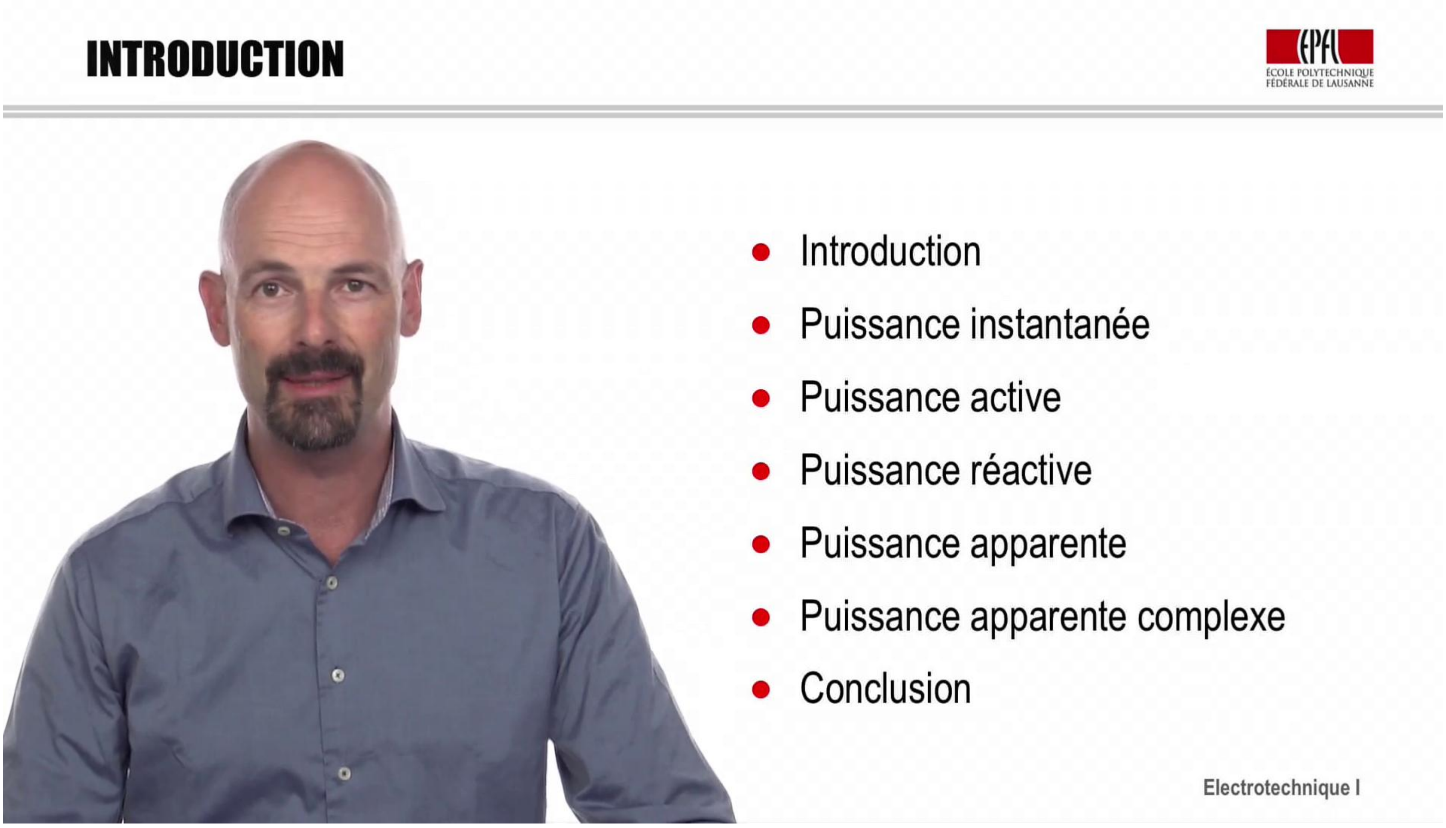
Électrotechnique I
Yves PERRIARD & Paolo GERMANO
Laboratoire d'Actionneurs Intégrés



Search MOOC

Video

EPFL



Madame, Monsieur bonjour et bienvenue dans cette leçon consacrée aux puissances, nous allons découvrir durant cette leçon qu'il existe non pas une puissance avec un seul nom mais qu'il va exister plusieurs types de puissances, en commençant par la puissance instantanée puis nous allons découvrir ce qu'est la puissance active, réactive, apparente et même la puissance apparente complexe.

Notes

Summary

0m 03s

$$p(t) = \hat{U}\hat{I} \cos(\omega t + \alpha) \cos(\omega t + \beta)$$
$$= \frac{\hat{U}\hat{I}}{2} \left[\cos(\alpha - \beta) + \cos(2\omega t + \alpha + \beta) \right]$$
$$= UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t + \alpha + \beta) \quad \text{avec} \quad \varphi = \alpha - \beta$$

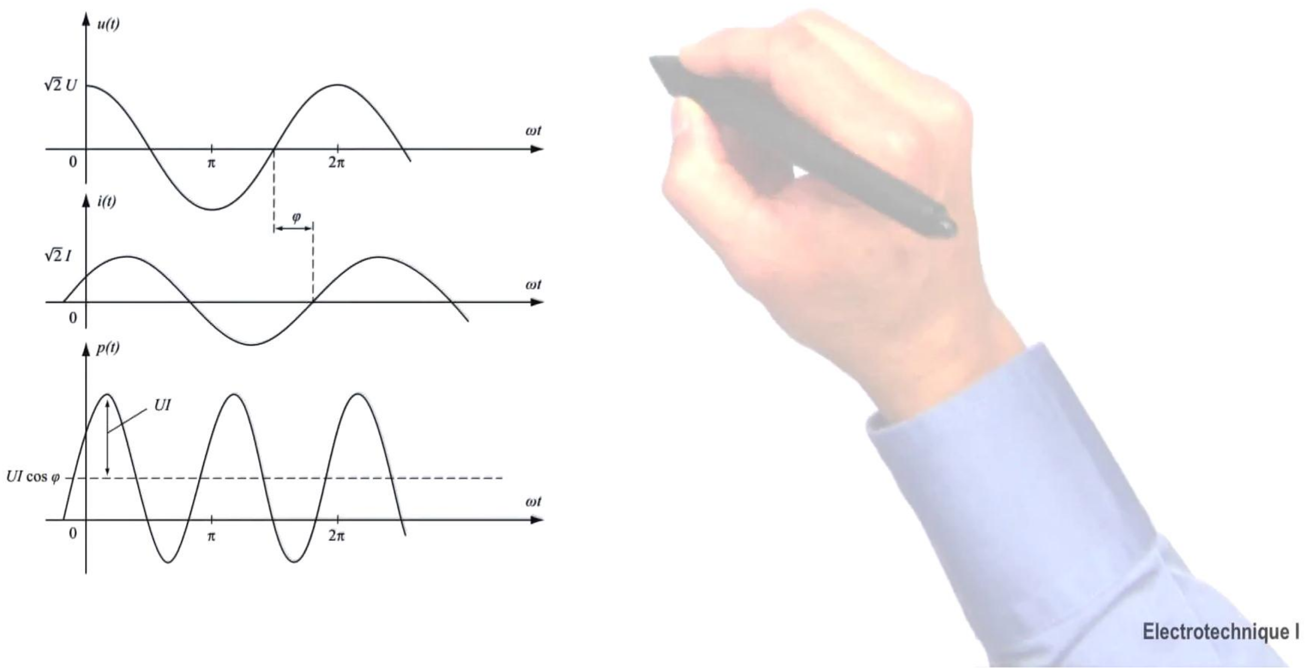
Tout d'abord la puissance instantanée. Nous pouvons écrire ce que nous connaissons déjà depuis fort longtemps au sujet de la puissance. La puissance étant définie par le produit des valeurs instantanées de la tension et du courant. On peut donc écrire que cette puissance instantanée produit de tension et de courant, mais en valeurs instantanées, donne ceci. Et en développant un tout petit peu, nous allons arriver à une équation ou un résultat un peu plus clair pour comprendre ce que signifie cette puissance instantanée. Tout d'abord ici, une partie liée non plus au temps mais à l'angle et ensuite un cosinus dont la fréquence est double ce qui donne, pour les valeurs ici efficaces et non plus crêtes pour simplifier l'écriture... Alors pour simplifier ici, je note que φ, comme nous l'avons déjà vu précédemment, c'est la différence d'angle entre l'angle de la tension et l'angle du courant. Cette fonction de puissance instantanée comprend une composante constante UIcos φ, vous voyez qu'elle ne dépend pas du temps, et une composante sinusoïdale d'amplitude UI et de fréquence double. Ce qui est intéressant de faire maintenant c'est de faire le graphique de cette fonction pour mieux comprendre ce qu'il se passe comme échange.

Notes

Summary

0m 25s

PUISSANCE INSTANTANÉE

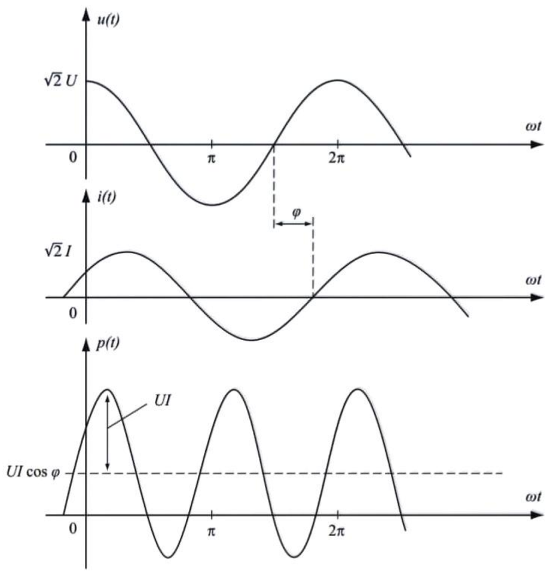


On a représenté ici tout d'abord, tout en haut, le graphique de la tension U(t), tension instantanée, le graphique ensuite du courant en fonction du temps I(t). Et enfin, cette puissance instantanée que nous venons de calculer. On constate ici cette ligne en pointillés qui correspond à UIcos φ, c'est cette constante dont on a parlé avant, que nous avons trouvée dans l'équation de la puissance instantanée. Et autour de cette constante, un cosinus qui se rajoute à la fréquence double. On voit donc que, de temps en temps, on a un échange de puissance positif voire même, ici dans ce graphique, un échange de puissance négatif, mais que, en moyenne, on a cet échange ici : UIcos φ. Alors c'est intéressant maintenant, de développer ce que nous avons écrit précédemment pour l'écrire un tout petit peu autrement. Nous allons alors mettre en évidence deux composantes fondamentales de la puissance instantanée en régime sinusoïdal. Tout d'abord, on pose : l'angle β qui est égal à α moins φ et on pose également l'identité trigonométrique suivante : cos (2ωt + 2α - φ) c'est égal à : cos φ cos (2ωt + 2α) + sin φ sin (2ωt + 2α).

Notes

Summary

2m 04s



pose $\beta = \alpha - \varphi$, pose :

$$\cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi) = \cos\varphi \cos(2\omega t + 2\alpha) + \sin\varphi \sin(2\omega t + 2\alpha)$$

$$p(t) = UI\cos\varphi\left[1 + \cos(2\omega t + 2\alpha)\right] + UI\sin\varphi \sin(2\omega t + 2\alpha)$$

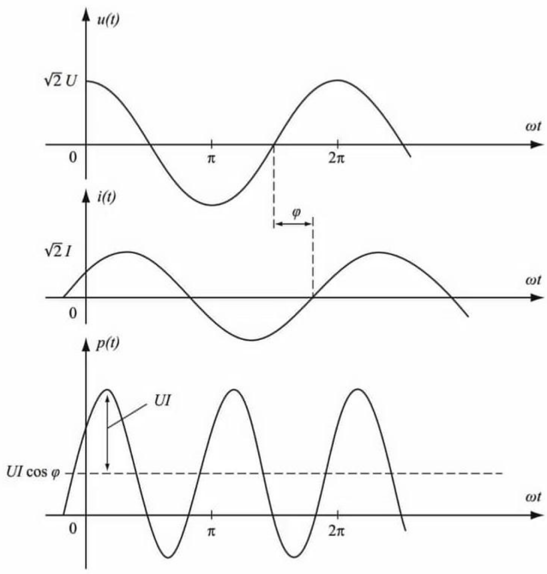
Electrotechnique I

Ca a l'air plus compliqué, ça a l'air même de compliquer l'équation que nous avons vue avant, mais si on remplace cette identité dans la partie pulsante de la puissance instantanée que nous avons écrite précédemment, on arrive au résultat suivant : cette puissante instantanée qui sera égale à UIcos φ que multiplie [1 + cos (2ωt + 2α)] + UIsin (φ) sin (2ωt + 2α). Alors là on va voir une chose très intéressante dans ces deux composantes, la première, qui correspond donc au premier terme du second membre, est une composante pulsée toujours positive, c'est ceci : cos (2ωt + 2α) toujours positive, qui oscille autour de la valeur moyenne UIcos φ. Elle traduit un échange d'énergie unidirectionnel entre une source et une charge. La deuxième partie correspond donc au deuxième terme du second membre, et est une composante alternative qui varie sinusoïdalement avec l'amplitude UIsin φ et dont la valeur moyenne est toujours nulle. Elle est donc alternativement positive et négative et elle traduit-là un échange oscillatoire et réversible d'énergie entre la source et la charge.

Notes

Summary

3m 42s



pose $\beta = \alpha - \varphi$, pose :

$$\cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi) = \cos\varphi \cos(2\omega t + 2\alpha) + \sin\varphi \sin(2\omega t + 2\alpha)$$

$$p(t) = \underbrace{UI\cos\varphi\left[1 + \cos(2\omega t + 2\alpha)\right]}_{\text{Puissance active}} + \underbrace{UI\sin\varphi \sin(2\omega t + 2\alpha)}_{\text{Puissance réactive}}$$

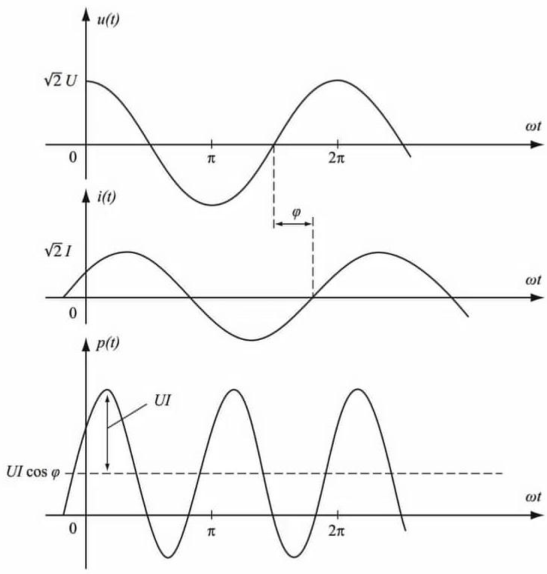
Alors, on peut déjà observer une chose, lorsque φ est égal à zéro, c'est-à-dire une charge purement résistive, le cosinus φ ici va être égal à 1, le sinus φ va être égal à 0, la valeur moyenne UIcos φ est alors maximale et vaut même U fois I alors que la seconde partie, comme on l'a dit avant, va être nulle. Au contraire, on a une autre extrême, lorsque φ vaut π/2 ou -π/2, donc la charge est purement réactive, une inductance ou une capacité, alors dans ce cas, c'est cette puissance qui va être maximum puisque sin φ va valoir 1 ou -1 alors que le UIcos φ va valoir 0 et cette partie devient nulle. On va donc définir ici cette première partie comme étant une puissance dite active et cette deuxième partie : puissance réactive. Cette puissance active dénote une transformation d'énergie. Cette énergie va être transformée, va être utilisée, alors que la puissance réactive est un échange énergétique entre la source et la charge mais sans transformation. C'est la partie fondamentale de notre cours que nous allons voir durant toute cette leçon, et nous allons commencer par définir maintenant les unes après les autres, cette puissance active et cette puissance réactive.

Notes

Summary

5m 16s

PUISSANCE INSTANTANÉE



pose $\beta = \alpha - \varphi$, pose :

$$\cos(2\omega t + 2\alpha - \varphi) = \cos\varphi \cos(2\omega t + 2\alpha) + \sin\varphi \sin(2\omega t + 2\alpha)$$

$$p(t) = \underbrace{UI\cos\varphi\left[1 + \cos(2\omega t + 2\alpha)\right]}_{\text{Puissance active}} + \underbrace{UI\sin\varphi \sin(2\omega t + 2\alpha)}_{\text{Puissance réactive}}$$

Electrotechnique I

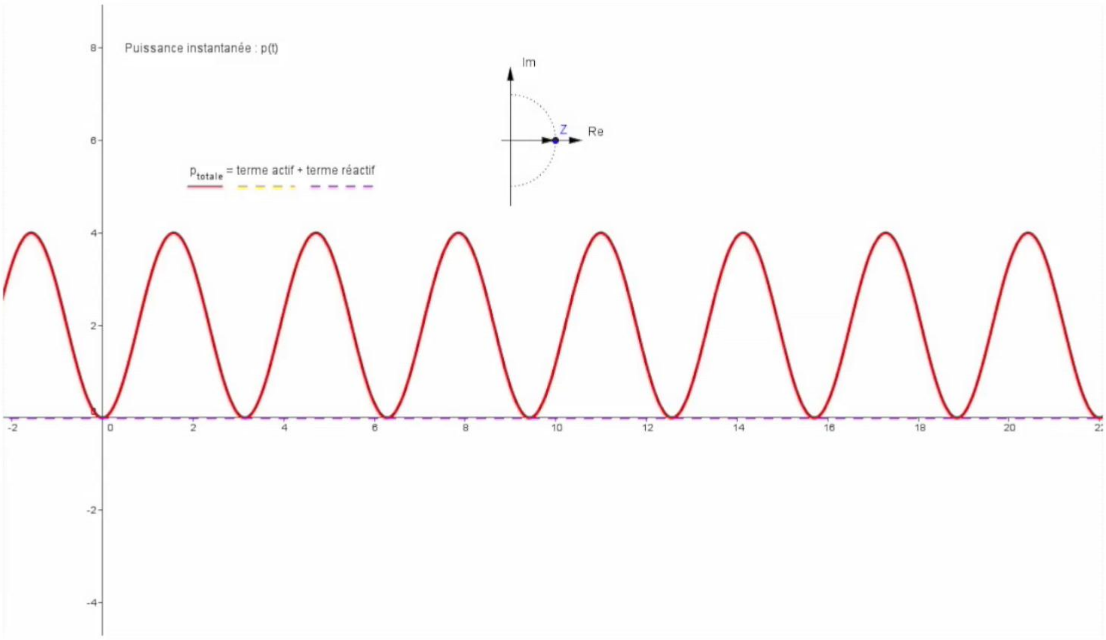
Mais avant cela, et pour encore mieux comprendre, j'aimerais vous montrer maintenant un film qui vous permettra de visualiser cet échange d'énergie soit active soit réactive soit les deux en même temps lorsqu'on est en présence d'une charge à la fois résistive et à la fois réactive.

Notes

Summary

6m 46s

PUISSANCE INSTANTANÉE



Electrotechnique I

Comme vous le voyez sur ce graphique, on a dessiné ici la puissance totale, avec le terme actif et le terme réactif et vous voyez au milieu en haut, dans le plan imaginaire, le vecteur en fait de l'impédance Z. On voit cette impédance Z qui change. Maintenant, cette impédance est purement réactive. On voit alors que le terme réactif en pointillés violets, est maximum alors que le terme actif est nul. On va voir lorsque cette impédance varie à nouveau, le changement de cette puissance, avec de nouveau un passage par une impédance purement réactive, à ce moment-ci, le terme actif est complet la puissance totale vaut le terme actif. Et voilà encore un changement en arrivant à une capacité, puisque Z maintenant a un angle de -π/2 on est capacitif, et vous avez à nouveau la puissance réactive qui domine complètement et le terme actif qui est nul. Voici encore le changement, pour bien comprendre cet échange énergétique entre la source et la charge. Et comme je le disais précédemment, soit cet échange est purement alternatif en source et charge, soit on a alors une transformation d'énergie.

Notes

Summary

7m 05s

PUISSANCE ACTIVE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Définition de la puissance active : la moyenne de $p(t)$

$$\overline{p(t)} = P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = UI\cos\varphi$$

a) Résistance : $\varphi = 0 \rightarrow P = UI$

b) Inductance : $\varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow P = 0$

Electrotechnique I

On définit donc maintenant la puissance active. Comme on l'a vu avant, cette puissance active c'est la valeur moyenne de la puissance instantanée, c'est ça la définition de la puissance active, soit la moyenne de la puissance instantanée p(t). On peut donc écrire que cette moyenne de p(t), qui s'écrit p(t) avec une barre, qui est égale à grand P, on va définir ceci comme une grandeur maintenant, entre nous, commune P signifiera la puissance active, ou la valeur moyenne de la puissance instantanée, et par définition, la valeur moyenne c'est l'intégrale de 0 à T, 1/T de cette fonction p(t)dt et cette valeur moyenne, si on reprend les équations précédemment écrites, c'est uniquement la partie qui ne varie pas avec le temps soit UIcos φ. Alors, pour être tout à fait clair, on peut faire déjà peut-être juste trois petits cas. Si on prend le cas de la résistance. Une résistance a un angle de l'impédance qui est nul et qui va faire que cette puissance active pour une résistance toute seule c'est simplement U fois I. Pour le cas de l'inductance. L'inductance a un angle de l'impédance égale à π/2, ce qui nous amène à une puissance active nulle. Le cosinus de π/2 va être égal à 0, on a donc ici une puissance active nulle.

Notes

Summary

8m 29s

Définition de la puissance active : la moyenne de $p(t)$

$$\overline{p(t)} = P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = UI\cos\varphi$$

a) Résistance : $\varphi = 0 \rightarrow P = UI$

b) Inductance : $\varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow P = 0$

c) Capacité : $\varphi = -\frac{\pi}{2} \rightarrow P = 0$

Et pour la capacité, l'angle vaut -π/2 et la puissance active est toujours égale à 0. La puissance active, mesurable donc par un wattmètre, correspond à une fourniture réelle d'énergie convertible en travail ou en chaleur. Et, on peut le voir ici, ceci n'est possible qu'avec une résistance. Les deux autres éléments, inductance et capacité, ne peuvent pas transformer cette énergie, convertir cette énergie en travail ou en chaleur et, comme on l'a souligné précédemment, la puissance active est maximale en cas de charge purement résistive, c'est ce que l'on voit ici sur ce petit tableau.

Notes

Summary

10m 10s

PUISSANCE RÉACTIVE

Définition: $Q = UI \sin \varphi$ [var]

Puissance active $P = UI \cos \varphi$ [W]

" réactive $Q = UI \sin \varphi$ [var]

Electrotechnique I

On peut définir alors maintenant une puissance réactive. Définition : cette puissance réactive on va essayer, vous l'avez vu avant, il y a un échange d'énergie qui se produit. Avec la puissance active on le voit bien, quand on essaye de calculer la puissance active d'une inductance ou d'une capacité, on arrive à un résultat nul et pourtant, nous savons qu'il y a un échange d'énergie. Nous l'avons vu lors de l'équation, où l'on voit bien ces deux termes séparés, cet échange est décrit comme étant oscillant autour d'une valeur UIsin φ. On va donc définir cette puissance réactive. On va choisir le symbole ou la lettre Q comme étant UIsin φ qui correspond à cet échange alternatif d'énergie. Alors, pour qu'il n'y ait pas de confusion, on va lui donner une autre grandeur que la puissance active, qui se note en Watt, et cette puissance réactive va se noter en var pour Volt Ampère Réactif. Donc la puissance active P, qui vaut UIcos φ, se mesure en Watts et la puissance réactive définie ici, se mesure en Volt Ampère Réactif pour qu'il n'y ait pas de confusion. C'est en fait ici, pour la puissance réactive, une puissance fictive.

Notes

Summary

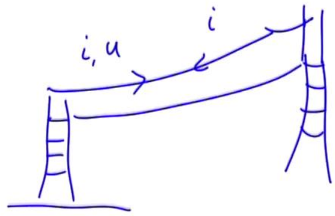
10m 49s

PUISSANCE RÉACTIVE

Définition: $Q = UI \sin \varphi$ [var]

Puissance active $P = UI \cos \varphi$ [W]

" réactive $Q = UI \sin \varphi$ [var]



Elle ne répond pas à une véritable définition physique mais elle nous permet de caractériser cet échange d'énergie non convertible qui apparaît dans le cas d'une charge réactive : inductance ou capacité. Bien que cet échange corresponde à un bilan nul après un nombre entier de périodes, on doit néanmoins tenir compte de la circulation de cette énergie en particulier sur un réseau de distribution. Si vous avez ici un pylône avec des fils qui circulent d'une charge à l'autre, l'énergie qui circule ici, on a un courant i, une tension entre les fils, même si ce courant fait un va-et-vient en fonction du temps, cinquante fois par seconde, et même si ce bilan finalement est nul, nous aurons des pertes sur la ligne et ces pertes ont un impact global sur le réseau. Donc il est nécessaire de caractériser cet échange par cette puissance dite réactive.

Notes

Summary

12m 33s

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Définition : $S = UI$ [VA]

cette grandeur est liée aux puissances active et réactive :

$$P = UI \cos\varphi$$

$$Q = UI \sin\varphi$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Electrotechnique I

On va encore définir une troisième puissance. Si on considère que les deux premières étaient réactives et actives, on l'appelle la puissance apparente. Elle va définir ou elle va correspondre au produit des valeurs efficaces de la tension et du courant. Elle s'exprime conventionnellement, pour la distinguer, dans une autre unité encore que celles que nous avons vues précédemment et qui sont les Volt Ampère. Ce produit a la dimension d'une puissance mais elle ne fournit pas nécessairement un travail d'où son nom de puissance apparente. Par définition, cette puissance qui va prendre le symbole S, c'est le produit U fois I. Comme on l'a dit maintenant, on va la noter en Volt Ampère. C'est l'amplitude des fluctuations de la puissance instantanée par rapport à sa valeur moyenne qu'on appelle la puissance apparente. Cette grandeur est liée finalement aux deux puissances qu'on a vues précédemment : la puissance active et réactive, car si je vous rappelle que P vaut UIcos φ, que Q vaut UIsin φ alors il semble ici presque évident, quand on connaît les règles trigonométriques, que S vaut la racine de $P^2 + Q^2$. Donc les puissances apparentes, correspondant à un module, ne peuvent pas être additionnées algébriquement à cause de ceci.

Notes

Summary

13m 36s

PUISSANCE APPARENTE

Définition : $S = UI$ $[VA]$

cette grandeur est liée aux puissances active et réactive :

$$P = UI\cos\varphi \longrightarrow P_{tot} = \sum_{i=0}^{k} P_i$$

$$Q = UI\sin\varphi \longrightarrow Q_{tot} = \sum_{i=0}^{k} Q_i$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \longrightarrow S_{tot} \neq \sum_{i=0}^{k} S_i$$

Electrotechnique I

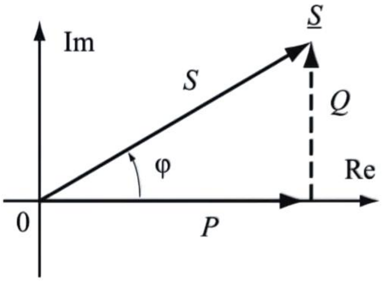
Par contre, une des propriétés c'est que, si on cherche une puissance totale dans un circuit, la puissance totale dans un circuit c'est la somme des P individuelles et l'individuel va de 0 à k, le nombre d'éléments qu'on a dans le circuit. On peut faire la même chose pour la puissance réactive totale, c'est la somme de i de 0 à k des Q individuelles. C'est une très bonne manière, on le verra dans une autre leçon, on peut utiliser cette propriété pour résoudre les problèmes. Par contre, attention le S total n'est pas égal à la somme algébrique de 0 à k des Si. On ne peut le faire que sur la puissance active et réactive mais pas sur la puissance apparente à cause de cette relation que vous avez ici et qui rend les choses non linéaires et donc impossibles à résoudre.

Notes

Summary

15m 16s

PUISSANCE APPARENTE COMPLEXE



Définition : $\underline{S} = P + jQ = S e^{j\varphi}$

$\underline{S}_{tot} = \sum_{i=0}^{K} \underline{S}_i$

Electrotechnique I

Pour permettre finalement la possibilité d'avoir que la somme de ces puissances corresponde à la somme des différents éléments, on invente une nouvelle puissance, encore une nouvelle puissance, qu'on appelle la puissance apparente complexe. C'est un pur produit conceptuel pour permettre mathématiquement enfin de faire que la somme, cette fois-ci vectorielle, des différentes puissances apparentes des éléments corresponde à la puissance totale apparente complexe du circuit. On va donc définir cette puissance apparente complexe comme étant toujours S, mais maintenant c'est vectoriel, c'est souligné, P + jQ ou alors Se(jφ) Encore une fois, c'est purement conceptuel. Vous avez ici dans le plan imaginaire écrit ce vecteur S avec sa composante purement réelle P, sa composante purement complexe Q. Elle permet de réunir les différentes puissances précédemment définies en faisant de sa partie réelle la puissance active et sa partie imaginaire la puissance réactive. Ici, la propriété c'est que ce S total, mais c'est vectoriel, cette fois-ci est bien égal à la somme, mais cette fois-ci vectorielle, des différentes puissances apparentes. Il est intéressant de voir encore quelques propriétés de la puissance apparente complexe.

Notes

Summary

16m 14s

PUISSANCE APPARENTE COMPLEXE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

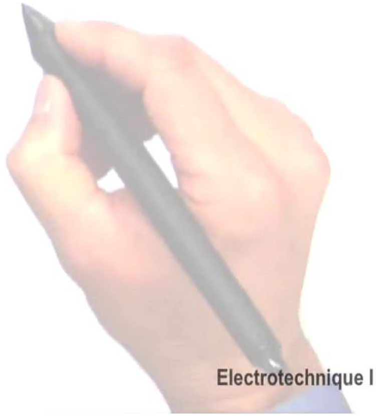
$$\underline{I}^* = I e^{-j\beta}$$

On peut écrire : $\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$

$$\underline{Z} = R + jX$$

$$\downarrow$$

$$\underline{S} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \cdot \underline{I}^* = \underline{Z} \cdot I^2 = R \cdot I^2 + jXI^2$$



Electrotechnique I

En effet, si on définit le conjugué complexe du courant comme étant ce courant avec un angle négatif par rapport au courant normal, on peut exprimer que la puissance apparente complexe c'est U fois I conjugué complexe. On va faire ici la démonstration. On prend une impédance Z qui est égale à R + jX. On va remplacer dans cette expression, l'expression qui est écrite ici : U fois I conjugué complexe, U remplaçons-le par l'équation de la loi d'Ohm Z fois I. Ceci devient S, on remplace U par Z.I et qui multiplie encore le conjugué complexe I. Une des relations bien connues c'est qu'un vecteur multiplié par son conjugué complexe devient purement réel, on a donc ici Z qui multiplie I² mais qui n'est maintenant plus un vecteur, c'est juste I². Et si on l'écrit ZI² et qu'on le développe il devient évident qu'on a RI² + jXI² Qu'est-ce qu'on vient de découvrir ? On vient de découvrir ici la puissance active, qui correspond aux pertes Joule, et ici la puissance réactive, qui correspond à l'échange énergétique lié à la réactance X qui peut être ici une capacité ou une inductance.

Notes

Summary

17m 51s

$\underline{I}^* = I e^{-j\beta}$ On peut écrire : $\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$

$\underline{Z} = R + jX$

$$\downarrow$$

$$\underline{S} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \cdot \underline{I}^* = \underline{Z} \cdot I^2 = \underbrace{R \cdot I^2}_{P_{active}} + j \underbrace{X I^2}_{Q_{réactive}}$$

$$P = UI\cos\varphi = R \cdot I^2$$

$$Q = UI\sin\varphi = X \cdot I^2$$

On peut donc dire et résumer que P, qui est bien-sûr égal à UIcos φ, est aussi égal à RI² et que le réactif Q, qui est égal à UIsin φ, est aussi égal à XI², une autre manière de calculer la puissance active ou la puissance réactive si l'on connaît par exemple la valeur de l'impédance et, encore mieux, la valeur du courant.

Notes

Summary

19m 42s

Type de puissance	P Puissance active [W]	Q Puissance réactive [Var]	S Puissance apparente [VA]
R résistance	UI	0	UI
L inductance	0	UI	UI
C capacitif	0	– UI	UI

Electrotechnique I

J'en arrive à la synthèse de notre leçon où j'ai récapitulé ici, sur ce graphique ou ce tableau plutôt, la puissance active, la puissance réactive, la puissance apparente pour une charge de type purement résistif inductif ou capacitif. On résume et on remarque que, pour une résistance seule, la puissance active, comme elle est égale à UIcos φ, va valoir uniquement UI. Par contre, comme on l'a vu, la puissance réactive UIsin φ, si sin φ est égal 0, ceci est nul et la puissance apparente vaut toujours UI. Ensuite, l'inductance. L'inductance, comme on l'a vu pour la puissance active, l'angle de cette impédance vaut π/2, on a ici une puissance active nulle alors que la puissance réactive, elle, vaut UI, et la puissance apparente ne dépend pas de l'angle donc c'est toujours UI. Et enfin pour la capacité où l'angle vaut -π/2, puissance active toujours nulle, puissance réactive négative -UI, et enfin puissance apparente égale à UI. On remarque ici d'abord une première chose pour ceux qui découvrent la puissance active et réactive, et surtout ceux qui ont l'habitude de la puissance active qui est toujours strictement positive, ce sont des Watts, on ne peut avoir que 10, 100, 1000 Watts mais pas négatifs.

Notes

Summary

20m 14s

Type de puissance	P Puissance active [W]	Q Puissance réactive [Var]	S Puissance apparente [VA]
R résistance	UI	0	UI
L inductance	0	UI	UI
C capacitif	0	– UI	UI

Énergie non convertible

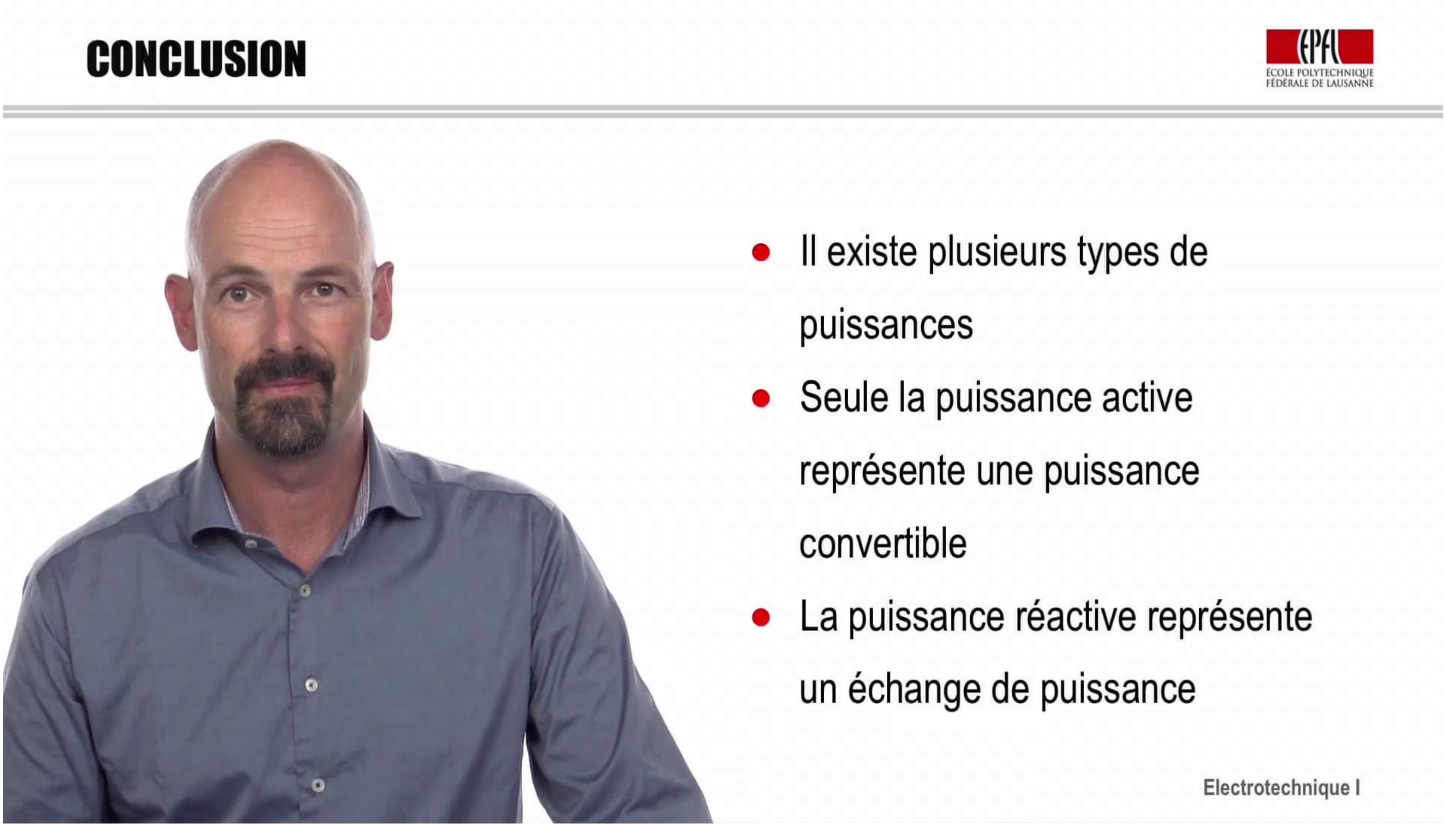
Electrotechnique I

La puissance réactive, elle, peut être négative. Elle va caractériser la charge et sa valeur réactive, soit inductance soit capacitif en fonction du plus ou du moins. La puissance apparente, elle, est toujours positive. On remarque ensuite qu'on a deux éléments qui sont ici : l'inductance et la capacité, dont la puissance est non convertible, où l'énergie est non convertible. Comme on le voit, la puissance active étant nulle, cette inductance et cette capacité ne peuvent créer que des échanges énergétiques ou des échanges de puissance dans un circuit. Seule la résistance permet cette transformation de l'énergie en travail ou en chaleur.

Notes

Summary

21m 43s



Voilà, comme vous l'avez découvert durant cette leçon, on a découvert une multitude de puissances différentes : la puissance instantanée qui se caractérise ensuite en puissant active, réactive, apparente et apparente complexe. Seule la puissance active représente une puissance ou une énergie convertible et la puissance réactive, elle, correspond à un échange énergétique entre la source et la charge.

Notes

Summary

22m 31s