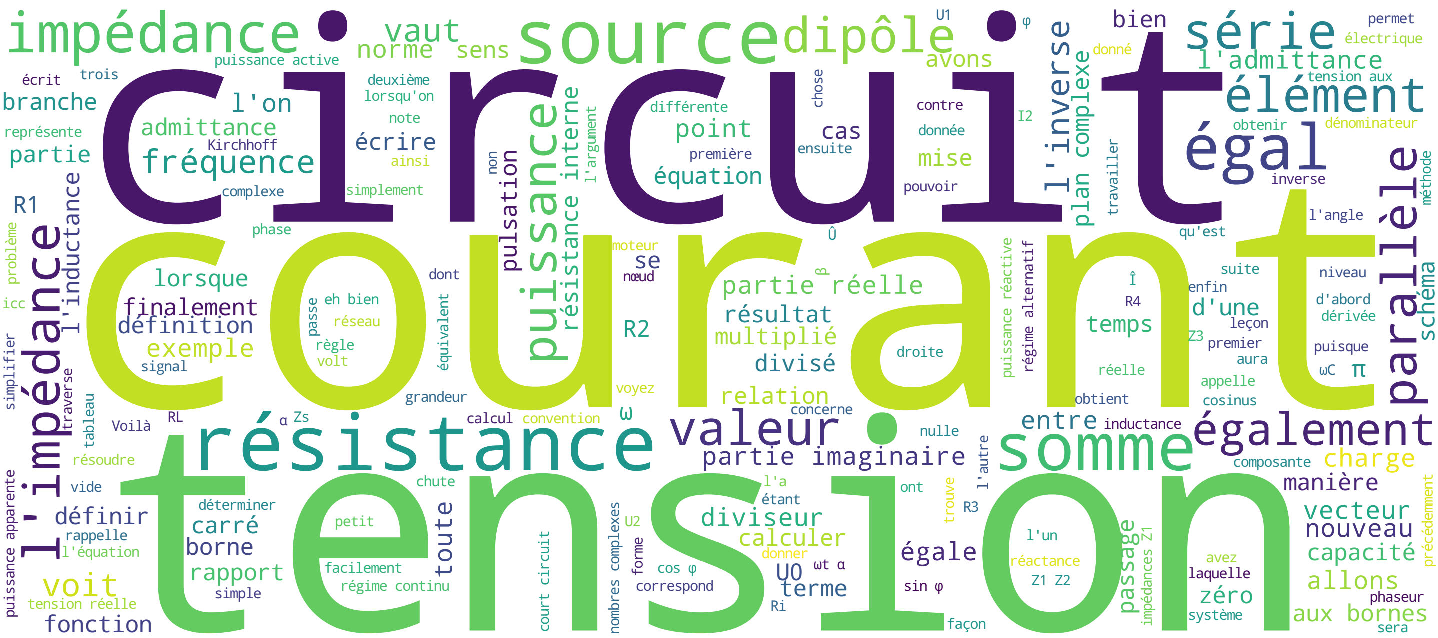
IMPÉDANCES ET RÉSEAUX D'IMPÉDANCES

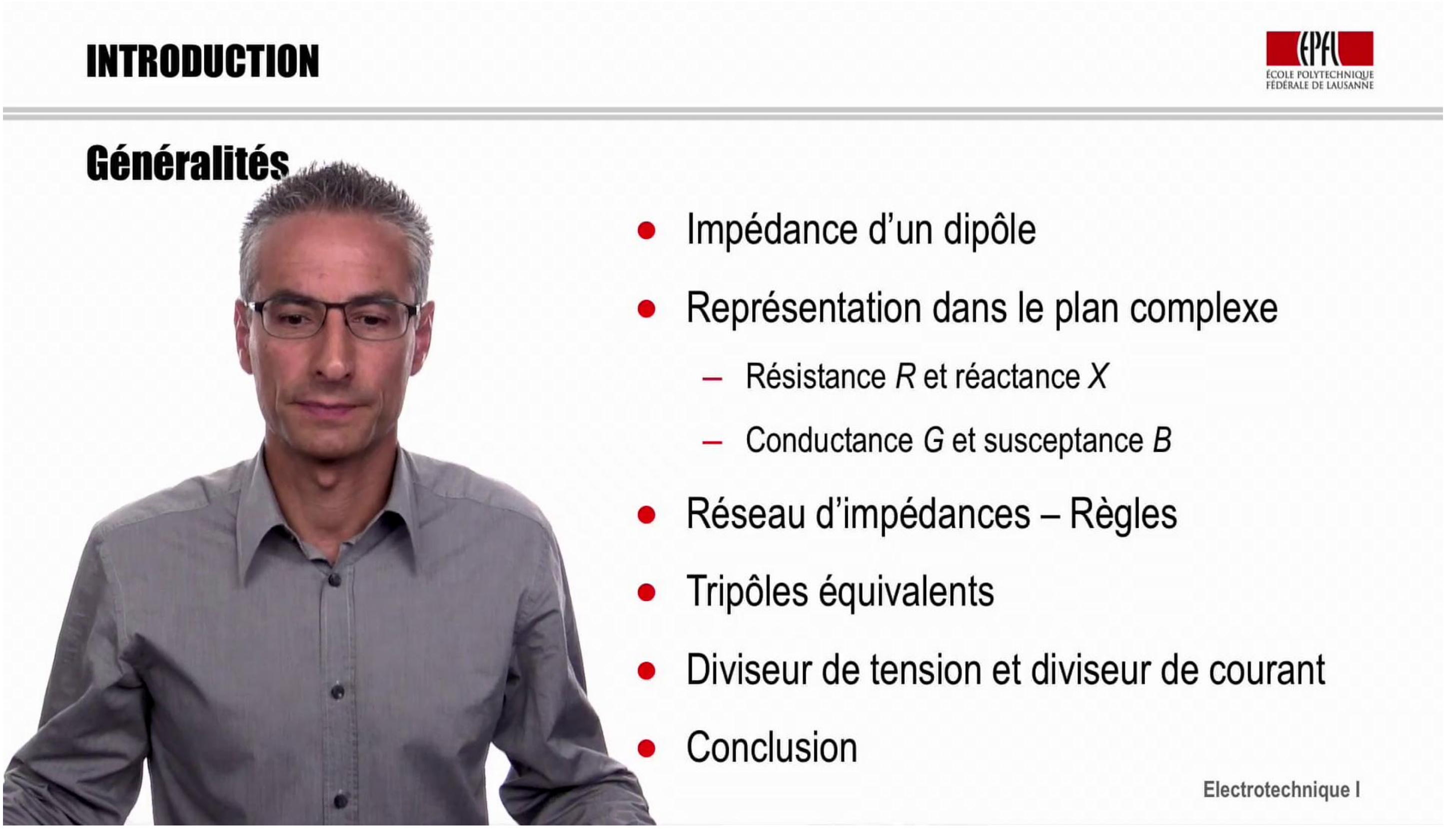
LEÇON 15

Électrotechnique I
Yves PERRIARD & Paolo GERMANO
Laboratoire d'Actionneurs Intégrés



Search MOOC

Video



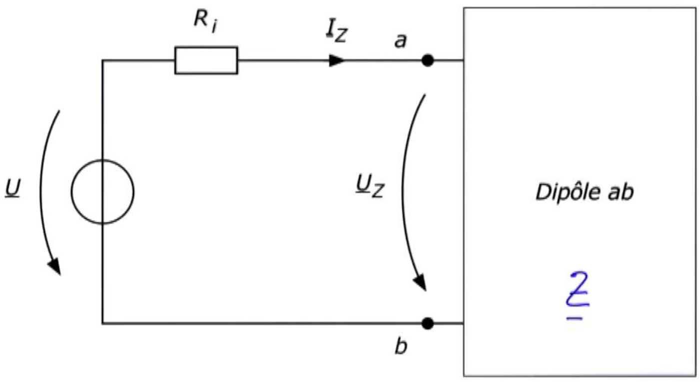
Bonjour ! Aujourd'hui nous allons parler de l'impédance d'un dipôle et de son inverse l'admittance, ainsi que de la manière dont on peut procéder pour les combiner lorsqu'ils sont dans un réseau. Nous allons d'abord rappeler la définition de l'impédance et voir sa représentation dans le plan complexe. Nous allons ensuite voir comment nous pouvons combiner ces impédances, nous allons finalement voir les tripôles équivalents au régime alternatif ainsi que le diviseur de tension et le diviseur de courant, tels que nous avions vus en régime continu, cette fois-ci en régime alternatif.

Notes

Summary

0m 04s

Impédance d'un dipôle



$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

$$R = \mathrm{Re}\{\underline{Z}\} = \mathrm{Re}\left\{\frac{\underline{U}}{\underline{I}}\right\} = \frac{U}{I}\cdot\cos\varphi$$

Résistance

$$X = \mathrm{Im}\{\underline{Z}\} = \frac{U}{I}\cdot\sin\varphi$$

Réactance

$$G = \mathrm{Re}\{\underline{Y}\} = \frac{I}{U}\cdot\cos\varphi$$

Conductance

$$B = \mathrm{Im}\{\underline{Y}\} = -\frac{I}{U}\cdot\sin\varphi$$

Susceptance

Electrotechnique I

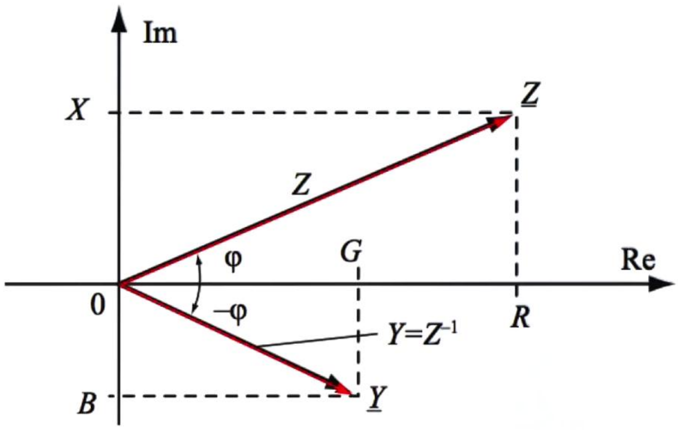
Alors soit un dipôle caractérisé par une impédance complexe, c'est la partie réelle de l'impédance complexe, appelée la résistance R du dipôle. La résistance R est donc la partie réelle de Z. Je vous rappelle que Z, c'est le rapport de la tension sur le courant, et ceci est égal à U sur I, multiplié par cos φ, c'est la résistance. La partie imaginaire de l'impédance complexe est appelée la réactance, notée X, du dipôle. Donc X c'est la partie imaginaire de Z, et c'est égal à U sur I fois sin φ. Considérons maintenant l'inverse de l'impédance, c'est-à-dire l'admittance. La partie réelle de l'admittance est appelée conductance. G est donc la partie réelle de l'inverse de l'impédance, donc l'admittance qu'on note Y, et c'est égal à I sur U, multiplié par cos φ, c'est la conductance. Finalement la partie imaginaire de l'admittance complexe est appelée susceptance, et notée B, c'est donc la partie imaginaire de Y, qui est égal à I sur U fois sin φ, avec un signe moins ici car φ est négatif. Et ceci est la susceptance.

Notes

Summary

0m 42s

Représentation dans le plan complexe



$$\boxed{\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = R + \mathrm{j}X}$$

Avec les équations de transformation :

$$R = Z\cos\varphi \qquad X = Z\sin\varphi$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \qquad \varphi = \arctan\frac{X}{R}$$

$$\boxed{\underline{Y} = Y\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi} = G + \mathrm{j}B}$$

avec les équations de transformation :

$$G = Y\cos\varphi \qquad B = -Y\sin\varphi$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} \qquad \varphi = \arctan\left(-\frac{B}{G}\right)$$

Electrotechnique I

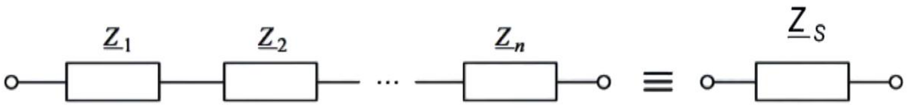
Sur le plan complexe, on peut représenter l'impédance et l'admittance. L'impédance Z est représentée ici. Ces équations de transformation permettent de passer d'une représentation polaire à une représentation cartésienne ou rectangulaire. Sachant que R, la partie réelle, est la projection du vecteur Z sur l'axe réel, la partie imaginaire c'est la projection de ce vecteur sur l'axe imaginaire, et pour le passage dans l'autre sens, la norme du vecteur Z se trouve par Pythagore en calculant le carré de chaque côté du triangle rectangle. Et l'angle se détermine par l'arc tangente de la partie imaginaire sur la partie réelle. Pour l'admittance, qui est l'inverse de l'impédance, de nouveau, on a la représentation polaire avec une norme et un argument, ou la représentation cartésienne, avec la coordonnée réelle et la coordonnée imaginaire. Comme l'admittance Y est l'inverse de l'impédance Z, au niveau de la norme, de la longueur du vecteur, elles seront inverses, c'est-à-dire que si Z a une norme de 1,25, Y aura une norme de 1 sur 1,25, c'est-à-dire 0,8. Au niveau de l'argument, ce sera l'opposé, c'est-à-dire que si φ est positif pour Z il sera négatif pour Y, on le voit ici facilement.

Notes

Summary

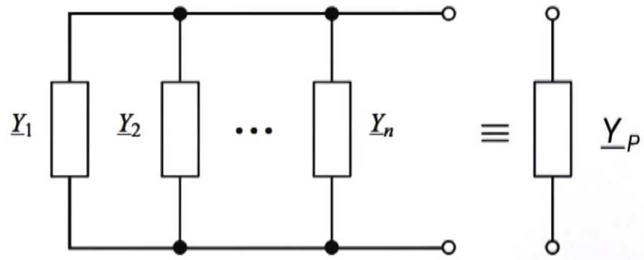
2m 57s

Combinaison d'impédances et d'admittances
Mise en série – Mise en parallèle



$$\underline{Z}_s = \sum_k \underline{Z}_k$$

$$\underline{Y}_s = \frac{1}{\underline{Z}_s} = \frac{1}{\sum_k \underline{Z}_k} = \frac{1}{\sum_k \frac{1}{\underline{Y}_k}}$$



$$\underline{Y}_p = \sum_k \underline{Y}_k$$

$$\underline{Z}_p = \frac{1}{\underline{Y}_p} = \frac{1}{\sum_k \underline{Y}_k} = \frac{1}{\sum_k \frac{1}{\underline{Z}_k}}$$

Electrotechnique I

Nous allons maintenant combiner des impédances en série ou en parallèle. Dans le premier cas, cas série, nous cherchons à connaître l'impédance Z série équivalente, qui est la somme des impédances Z1, Z2, jusqu'à Zn, on trouve que Zs est égal à la somme sur k, d Zk. Par contre pour l'admittance totale équivalente, Ys, c'est l'inverse de Zs, et c'est l'inverse de la somme des impédances, ou alors l'inverse de la somme des inverses, c'est-à-dire 1 divisé par la somme sur K des inverses. En ce qui concerne les admittances, lorsqu'elles sont en parallèle, elles se somment, c'est-à-dire que l'admittance équivalente parallèle, c'est la somme sur K de toutes les admittances K. Donc on voit l'intérêt ici d'utiliser les admittances, parce qu'en parallèle c'est simple, on les additionne. Par contre, pour l'impédance équivalente parallèle, de nouveau, par analogie, on a que c'est l'inverse. C'est-à-dire que Yp est l'inverse de Zp, et c'est également l'inverse de la somme des admittances, ou l'inverse de la somme des inverses.

Notes

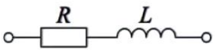
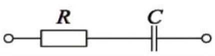
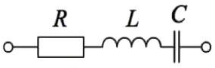
Summary

4m 40s

IMPÉDANCES ET RÉSEAUX D'IMPÉDANCES

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Quelques circuits usuels :

Circuit	Impédance $\underline{Z} = R_z + \mathrm{j}X$	Admittance $\underline{Y} = G_z + \mathrm{j}B$
	$R + \mathrm{j}\omega L$	$\dfrac{1}{R+\mathrm{j}\omega L} = \dfrac{R - \mathrm{j}\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$
	$R + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C} = R - \mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}$	$\dfrac{R\omega^2 C^2 + \mathrm{j}\omega C}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$
	$\mathrm{j}\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right) = \mathrm{j}\dfrac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}$	$\mathrm{j}\dfrac{\omega C}{1 - \omega^2 LC}$
	$R + \mathrm{j}\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)$	$\dfrac{R - \mathrm{j}\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)}{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$

...

Electrotechnique I

Sur le tableau suivant, on a quelques exemples de circuits usuels, pour lesquels on a calculé l'impédance et l'admittance. On voit que pour deux impédances en série, ici une résistance qui est purement résistive, on peut y additionner l'impédance de l'inductance, qui est ωL, pour obtenir le total équivalent de ce dipôle, qui vaut en l'occurrence, R + JωL, ωL étant la partie, la réactance de l'inductance. On peut calculer l'inverse, c'est-à-dire l'admittance de ce circuit, de ce dipôle, et on trouve après quelques calculs, ce résultat-là avec une partie réelle qui est R divisé par le dénominateur, qui est un scalaire, et la partie imaginaire ωL divisé par ce même dénominateur. On a ici d'autres exemples.

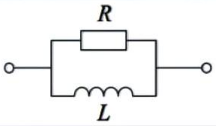
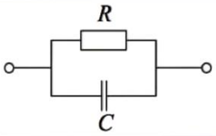
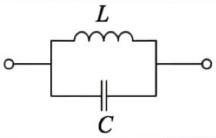
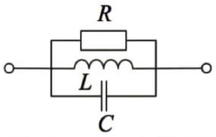
Notes

Summary

6m 30s

IMPÉDANCES ET RÉSEAUX D'IMPÉDANCES

...

Circuit	Impédance $\underline{Z} = R_z + \mathrm{j}X$	Admittance $\underline{Y} = G_z + \mathrm{j}B$
	$\frac{R\omega^2L^2 + \mathrm{j}\omega L R^2}{R^2 + \omega^2 L^2}$	$\frac{1}{R} - \mathrm{j}\frac{1}{\omega L}$
	$\frac{R - \mathrm{j}\omega C R^2}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$	$\frac{1}{R} + \mathrm{j}\omega C$
	$\mathrm{j}\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}$	$\mathrm{j}\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$
	$\frac{R - \mathrm{j}R^2\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)}{1 + R^2\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$	$\frac{1}{R} + \mathrm{j}\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$

Electrotechnique I

Ici, quelques exemples de circuits en parallèle, on voit tout l'intérêt de travailler avec les admittances parce que les admittances en parallèle s'additionnent et on trouve que l'admittance de R, c'est 1 sur R, l'admittance de l'inductance, c'est 1 sur ωL, et puis on peut faire moins 1 sur ωL, et on peut faire la somme très facilement, et après retourner, au niveau de l'impédance, à une notation de cette forme-là. Ici, quelques autres exemples.

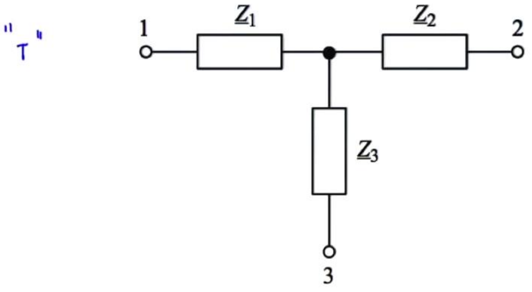
Notes

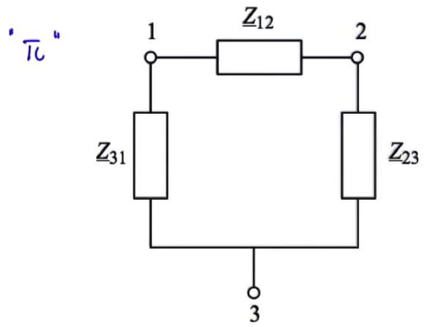
Summary

7m 35s

IMPÉDANCES ET RÉSEAUX D'IMPÉDANCES

Tripôles équivalents





$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_1}{\underline{Z}_3}$$

En régime continu, nous avions vu la transformation πT. Ceci est un circuit en π, celui-ci est un circuit en T, et nous avions calculé une relation pour déterminer, pour faire le passage de l'un à l'autre, c'est-à-dire déterminer les impédances, ou les résistances dans ce cas là, de Z12, Z31 et Z23, en connaissant Z1, Z2, Z3. Ces deux circuits sont parfaitement identiques, ils se comportent de la même façon. Pour faire le passage de l'un à l'autre, en considérant les impédances, on peut faire le même raisonnement qu'on avait fait avec les résistances, mais on va le faire cette fois-ci avec les impédances, on donne directement le résultat, par exemple, si on veut déterminer la valeur de Z1 en fonction des éléments du circuit en π, Z1 vaut Z12 fois Z31, c'est-à-dire l'impédance qui est issue du point 2 et celle issue du point 3, divisée par la somme des trois impédances du circuit en π. Z23 + Z31. On note ici que ces additions et ces multiplications, divisions, doivent se faire avec des nombres complexes. Le passage du circuit T en circuit π se fait en appliquant la relation suivante : on a que Z12, c'est-à-dire l'impédance entre le point 1 et le point 2, est égal à la somme des doubles produits, Z1 fois Z2, plus Z2 fois Z3, plus Z3 fois Z1 divisés par l'impédance du nœud opposé, c'est-à-dire Z3.

Notes

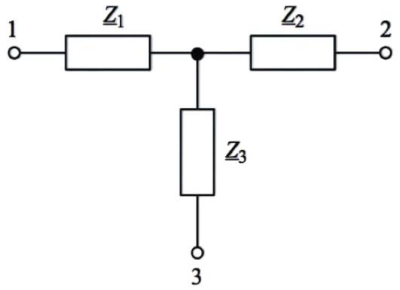
Summary

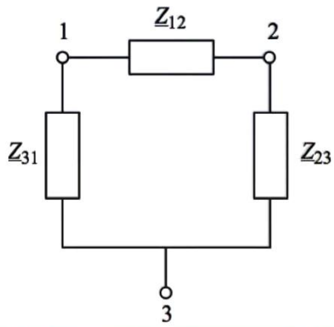
8m 08s

IMPÉDANCES ET RÉSEAUX D'IMPÉDANCES

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Tripôles équivalents





$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}}$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}}$$

$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_2\underline{Z}_3+\underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3}$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{23}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}}$$

$$\underline{Z}_{31} = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_2\underline{Z}_3+\underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}$$

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_2\underline{Z}_3+\underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1}$$

Electrotechnique I

On donne ici toutes les relations pour calculer toutes les impédances, soit du circuit en T, soit du circuit en π.

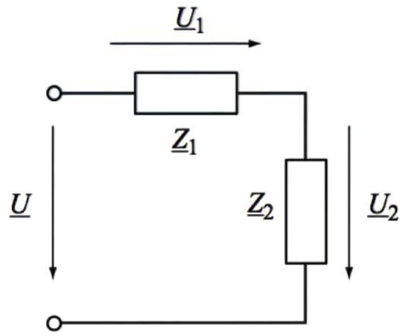
Notes

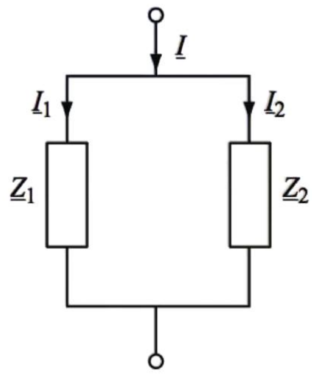
Summary

10m 23s

IMPÉDANCES ET RÉSEAUX D'IMPÉDANCES

Diviseur de tension et diviseur de courant





$$\boxed{\underline{U}_1 = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\underline{U}} \quad \boxed{\underline{U}_2 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\underline{U}} \quad \boxed{\underline{I}_1 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\underline{I}} \quad \boxed{\underline{I}_2 = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}\underline{I}}$$

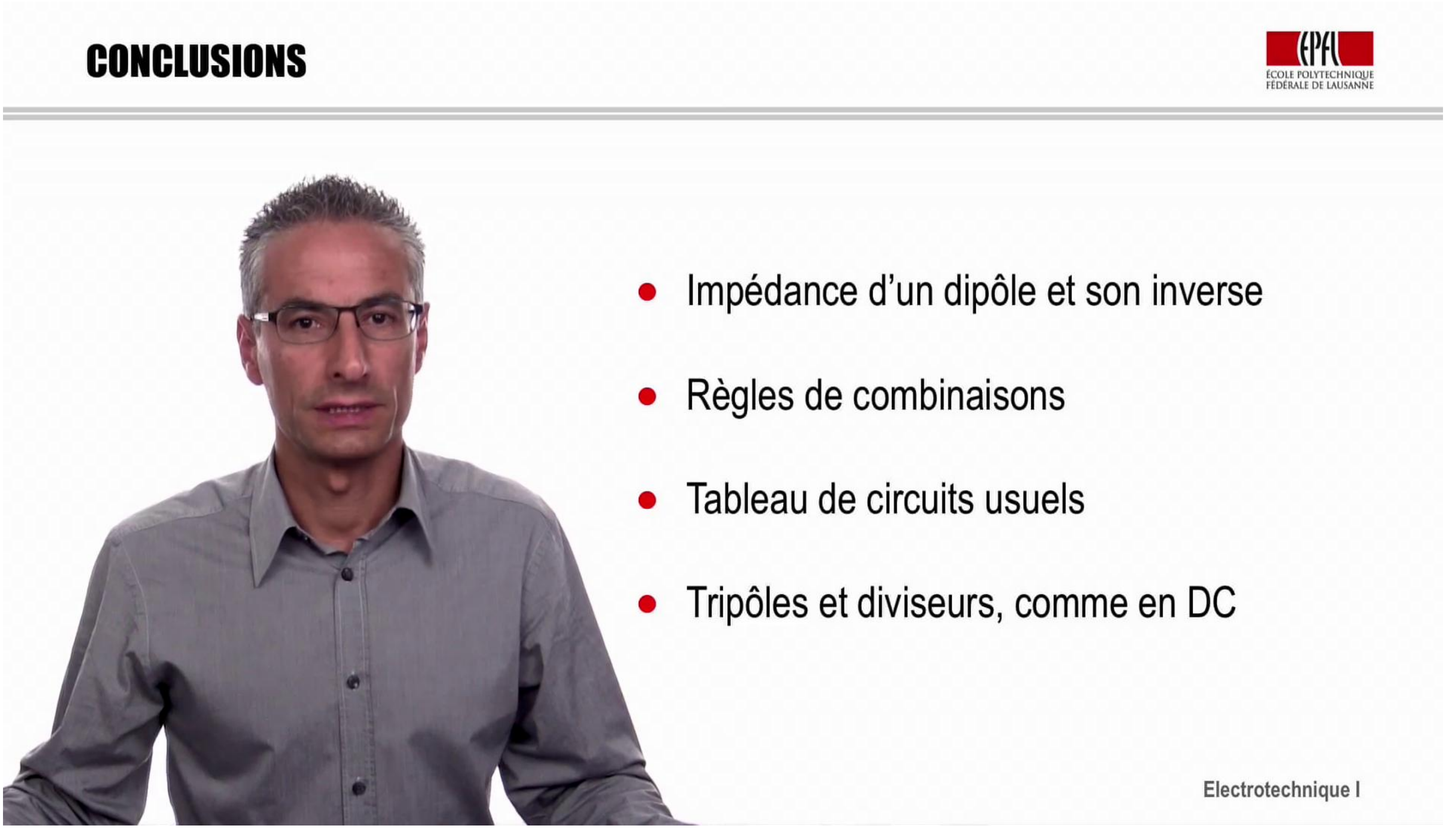
Electrotechnique I

En ce qui concerne le diviseur de tension ou le diviseur de courant, qui sont représentés ici, diviseur de tension, diviseur de courant, nous avions trouvé un résultat avec des résistances, on peut l'extrapoler pour les impédances, tout en sachant qu'il faut utiliser les nombres complexes pour traiter ces impédances, et on que par exemple U1, donc la chute de tension au bord de cette impédance Z1, vaut Z1 divisé par la somme des deux impédances, multiplié par U. Pour le courant, on avait trouvé un résultat qui était de type suivant. Le courant I1 qui passe dans une branche, c'est le quotient de l'impédance Z2, opposé à la branche sur la somme des impédances Z1 + Z2, multiplié par le courant total. On donne également après la relation pour U2 et I2. A nouveau, je vous rappelle que ces grandeurs sont des nombres complexes, et doivent donc être traitées avec les règles du calcul complexe.

Notes

Summary

10m 32s



Voilà, on a défini l'impédance d'un dipôle et de son inverse l'admittance, ainsi que leur représentation graphique dans le plan complexe. On a vu les règles de combinaison de ces éléments dans un réseau, et on a vu aussi qu'il était parfois utile de travailler avec les admittances pour simplifier les calculs. On a vu un tableau de circuits usuels, ce tableau n'est pas exhaustif. Comme en régime continu, on a vu les tripôles équivalents, et les diviseurs de tensions, diviseurs de courants. Pensez toujours à travailler avec des grandeurs complexes. Merci de votre attention.

Notes

Summary

11m 44s