ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

CIRCUITS EN RÉGIME SINUSOÏDAL

RÉGIME PERMANENT SINUSOÏDAL

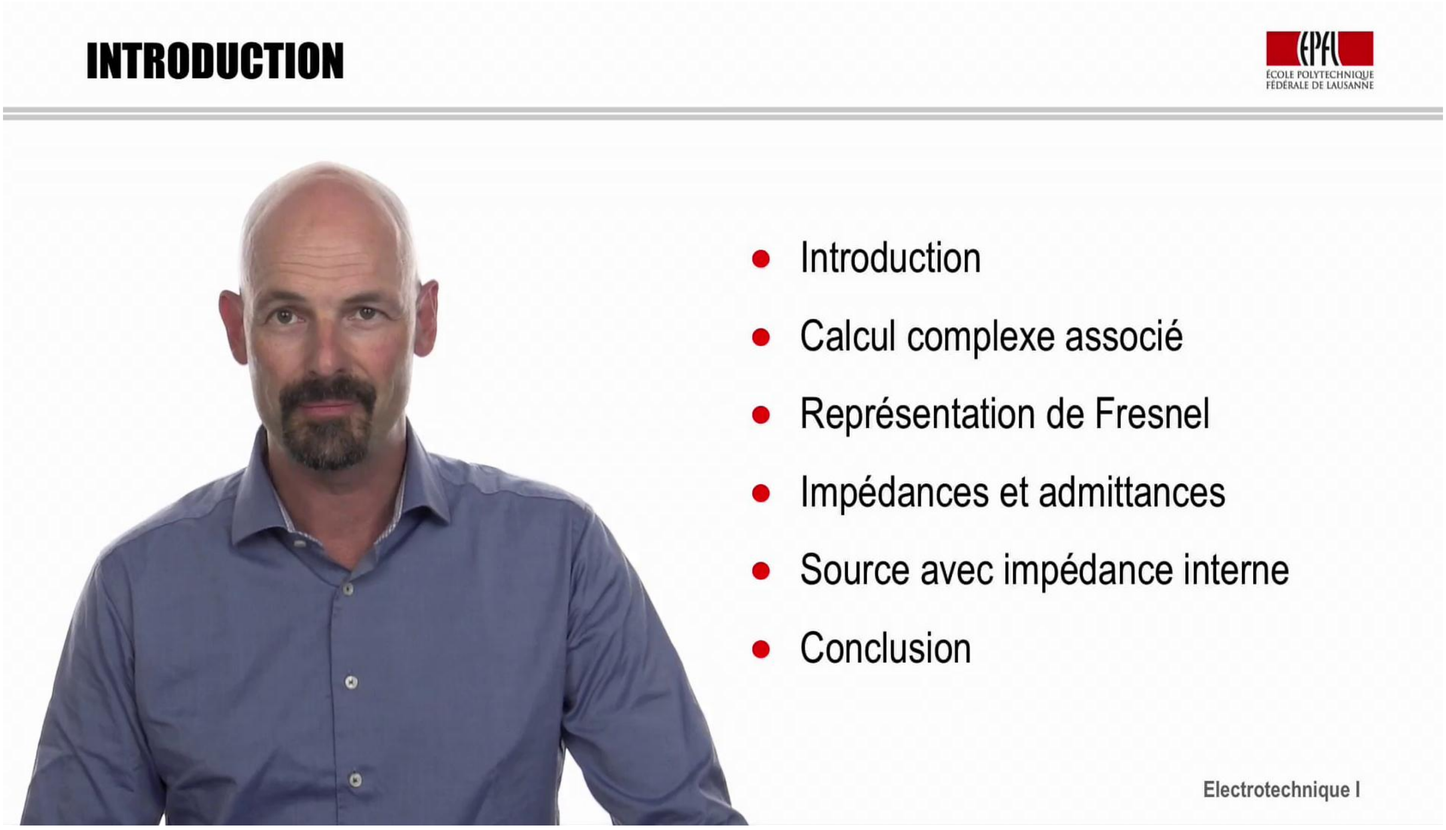
LEÇON 14

Électrotechnique I
Yves PERRIARD & Paolo GERMANO
Laboratoire d'Actionneurs Intégrés

Search MOOC

Video

EPFL

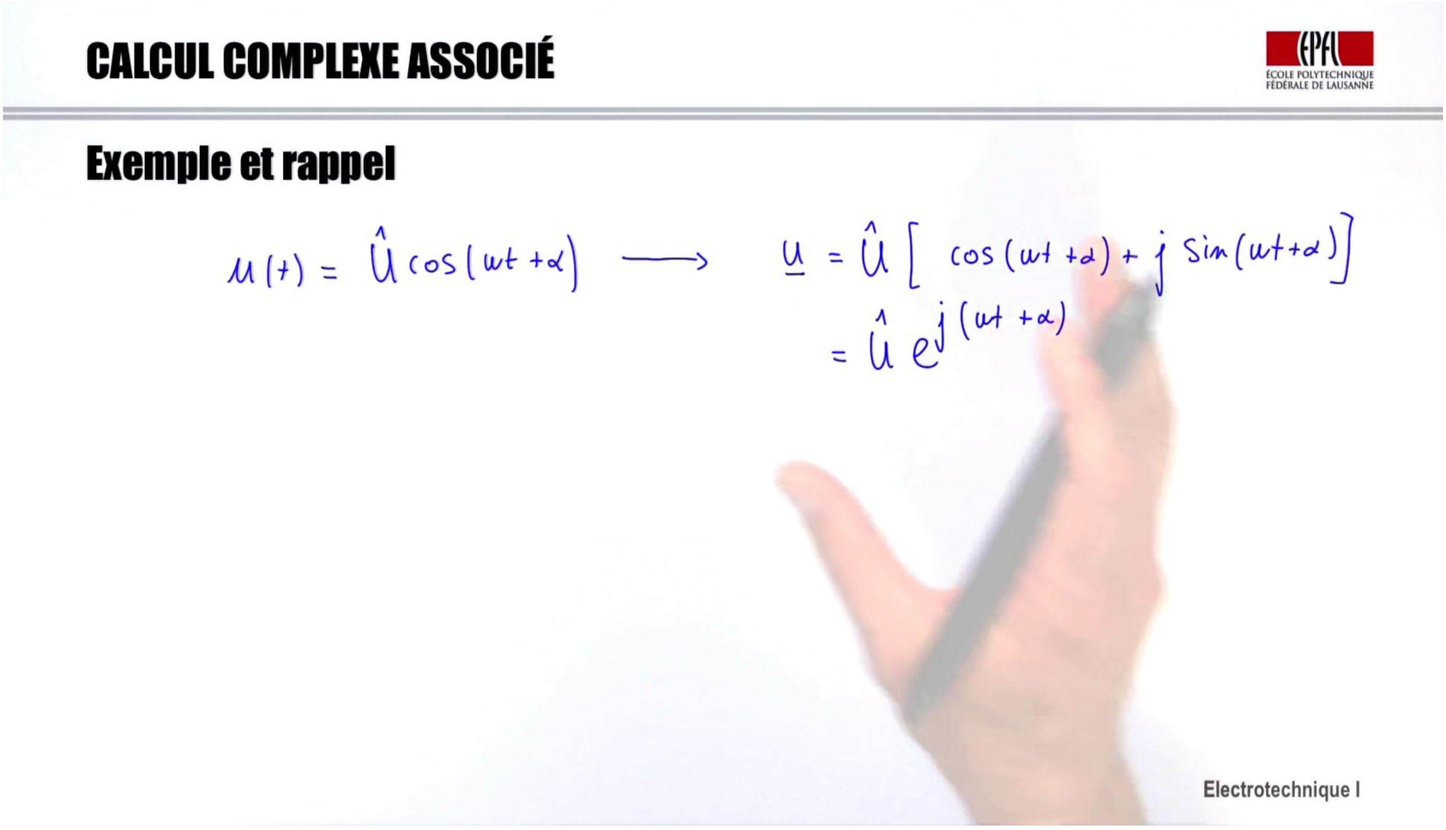


Bonjour et bienvenue à cette leçon consacrée à la deuxième partie du régime sinusoïdal monophasé. Durant cette leçon, nous allons tout d'abord reprendre un exemple nous permettant de mieux comprendre le passage en calcul complexe pour, paradoxalement, simplifier les calculs vus lors de la première leçon, puis nous allons découvrir ce qu'est l'admittance et l'impédance et également la représentation de Fresnel qui nous permet de visualiser en somme ces valeurs de l'électrotechnique, telles que la tension et le courant, dans un plan complexe, c'est-à-dire par des vecteurs.

Notes

Summary

0m 04s



Tout d'abord, un petit exemple et un rappel pour vous dire ce que nous avions vu lors de cette première partie consacrée au régime sinusoïdal monophasé. Nous avions vu alors qu'une fonction du temps, telle que la tension aux bornes de n'importe quel élément en électrotechnique, qui s'écrit ainsi... et qui représente en temps réel la valeur de la tension en tout temps aux bornes d'un élément; nous allons pouvoir transformer cette grandeur en une nouvelle grandeur complètement conceptuelle que l'on va indiquer par le u, le souligné voulant dire que nous nous trouvons en présence d'un vecteur, d'un élément dans le plan complexe, qui alors prend la forme suivante : Tout d'abord une partie réelle et une partie imaginaire. Ceci peut d'ailleurs aussi s'écrire sous une autre forme selon Euler. Ainsi, on peut travailler dans ce plan dit complexe, avec des parties réelles et des parties imaginaires. Cet élément souligné représente donc la tension du monde réel et lorsque nous avons fini les calculs dans le monde complexe, on peut alors revenir dans le monde réel en prenant la partie réelle de cet élément souligné, de cette tension complexe.

Notes

Summary

0m 41s

CALCUL COMPLEXE ASSOCIÉ

Exemple et rappel

$$u(t) = \hat{U}\cos(\omega t + \alpha) \longrightarrow \underline{u} = \hat{U}\left[\cos(\omega t + \alpha) + j\sin(\omega t + \alpha)\right]$$

$$= \hat{U}\, e^{j(\omega t + \alpha)}$$

$$\xleftarrow{\;Re[\underline{u}]\;}$$

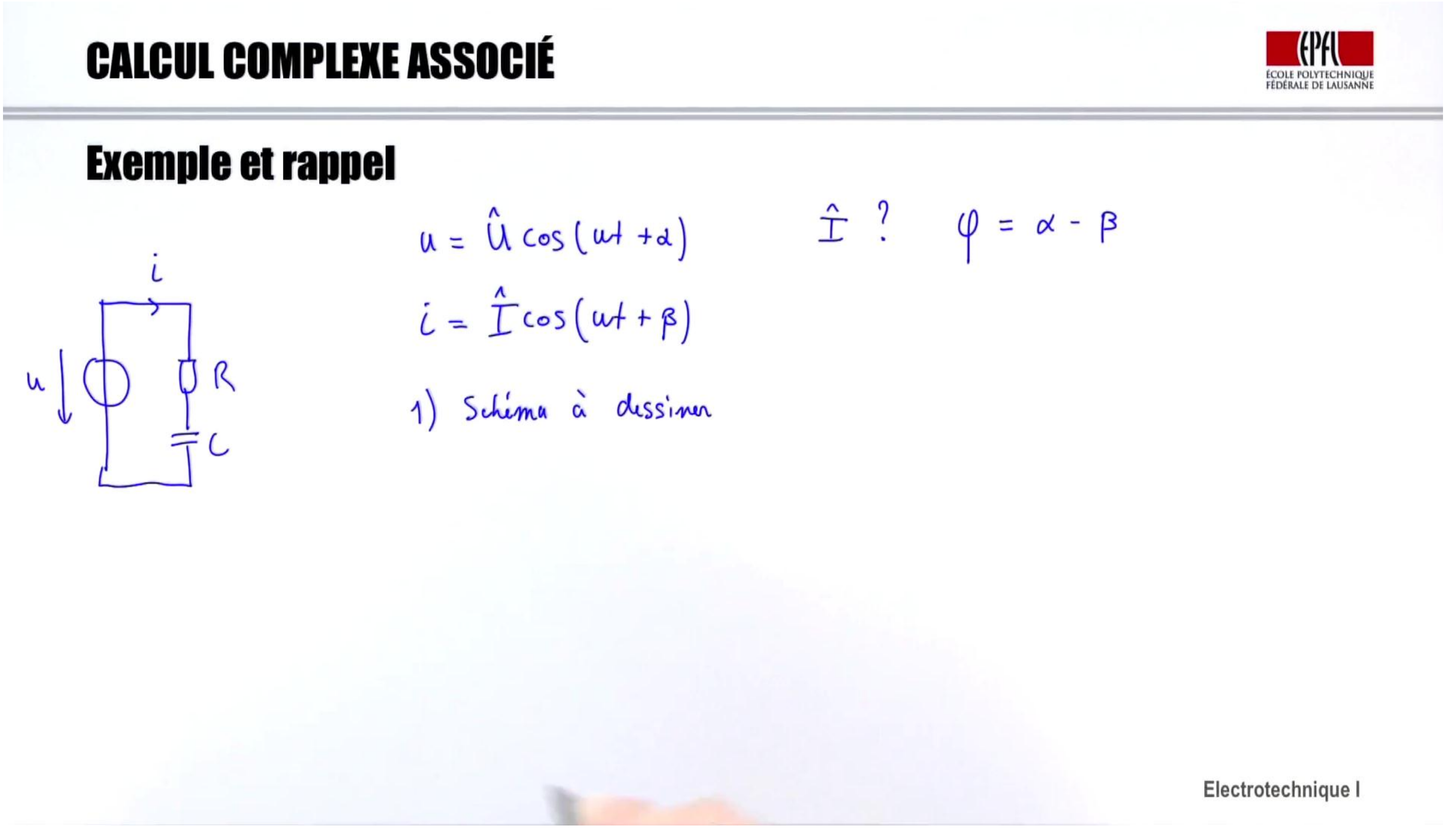
Electrotechnique I

En prenant la partie réelle, on retombe alors ici sur le Û cos (ωt + α) qui correspond bien à la valeur réelle de cette tension recherchée. On peut bien sûr, ici c'est une proposition de prendre le cosinus, si l'on est plus à l'aise avec le sinus, on peut tout faire avec des grandeurs sinusoïdales et alors le passage entre le monde complexe et le monde réel se fera, non pas en prenant la partie réelle, mais la partie imaginaire de ce nombre complexe.

Notes

Summary

2m 24s

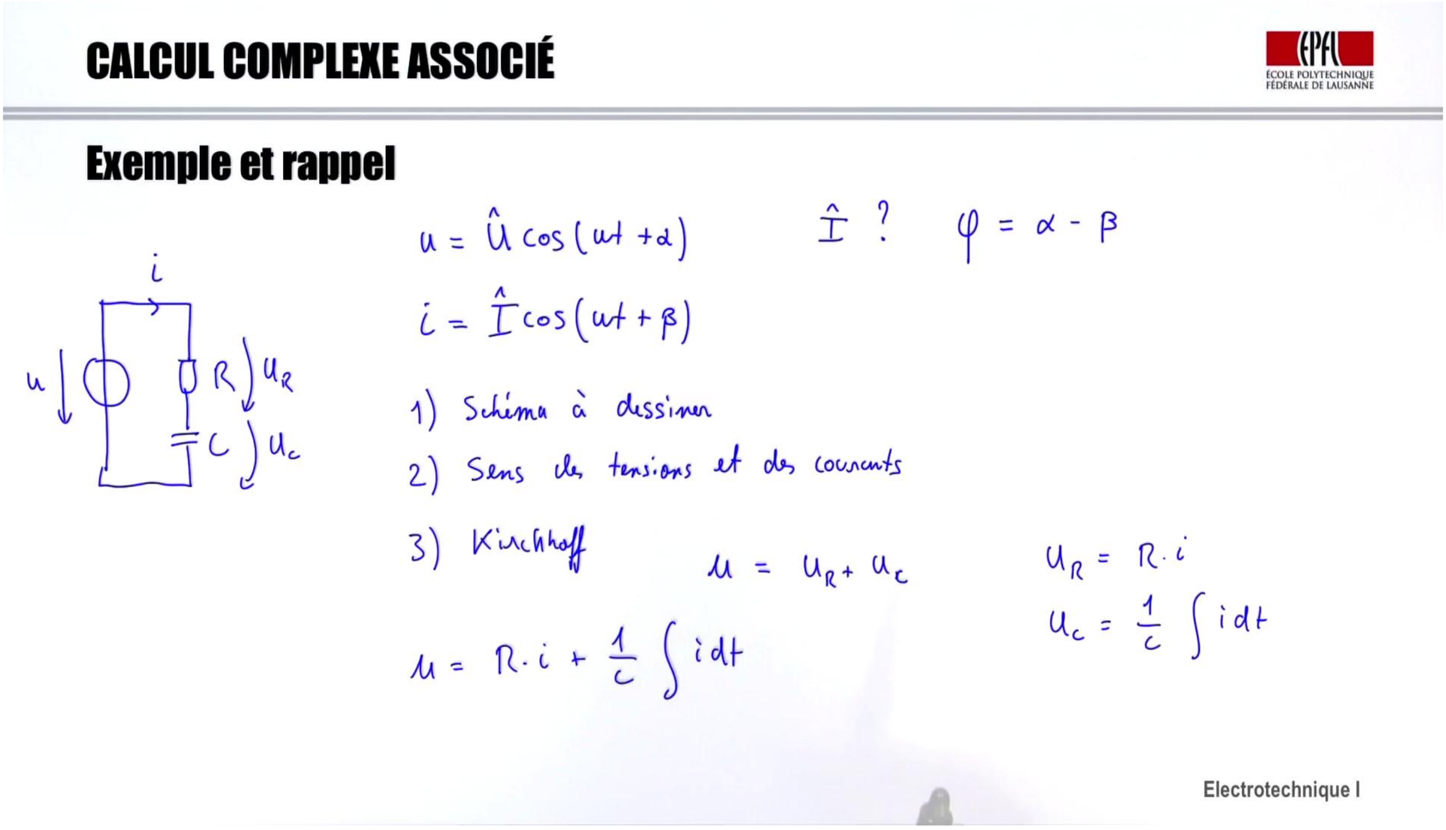


Je vous propose un petit exercice tout simple pour maintenant donner la méthodologie de travail et les différentes approches pour utiliser le calcul complexe lors de la résolution d'un circuit simple comme ici avec un circuit RC. On a donc une tension u qui va avoir la forme suivante : aux bornes de notre R et notre C et donc un courant va s'établir dans ce circuit, ce courant va également être de forme sinusoïdale, ou cosinusoïdale, avec simplement un autre déphasage et nous recherchons ici la valeur du courant qui passe dans ce circuit et nous recherchons l'angle φ, c'est-à-dire le déphasage entre α et β. Comment faire ? Dans tout circuit à analyser il y a souvent trois premières actions à réaliser très simples, qui semblent des fois trop simples et qu'on ne fait pas, mais que je vous propose de faire systématiquement pour vous aider à bien comprendre la méthode. Le premier de ces points, c'est de refaire le schéma. Évidemment ici le schéma est très simple, nous n'allons pas le redessiner, mais parfois, le fait de redessiner rend la compréhension du schéma meilleure pour la personne qui le dessine à sa manière, avec les connections au bon endroit, donc c'est souvent une étape que l'on évite, mais je vous conseille de le faire à chaque fois.

Notes

Summary

2m 59s

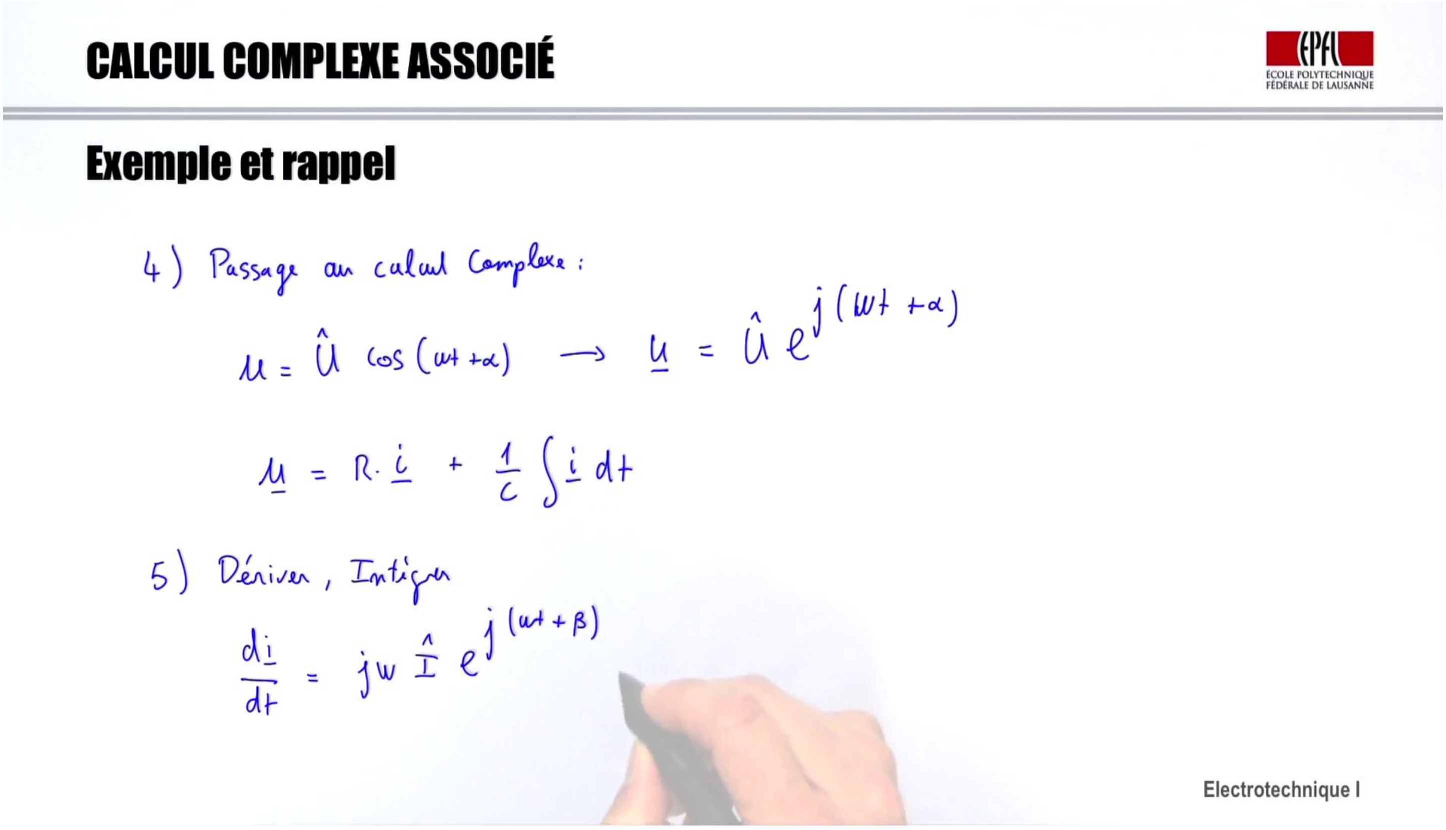


Le deuxième élément important, c'est d'établir le sens des tensions et des courants. Donc ici j'ai déjà la flèche pour u, la flèche pour i, on peut encore dire qu'ici on a une tension aux bornes de R et ici une tension aux bornes de la capacité et enfin on peut appliquer en général Kirchhoff pour nous permettre de mieux comprendre le circuit et d'établir les équations du circuit. Pour cette troisième étape, on peut donc écrire que u aux bornes de notre circuit vaut U aux bornes de la résistance plus U aux bornes de la capacité. On peut même indiquer ce que vaut U de R, ce sera égal à R fois i, et U de C, (1/C) intégrale de i dt. On peut donc, pour résumer ce point trois, écrire que la tension u vaut Ri + (1/C) intégrale de i dt. Comme on le voit, on a une équation différentielle ici. Puisqu'on a une intégrale à l'intérieur, on retombe sur les mêmes problèmes que nous avions rencontrés lors de la première partie de ce thème sur le régime monophasé, avec une équation différentielle et les complications liées à la résolution des équations si on reste dans le mode temporel comme ici.

Notes

Summary

4m 39s

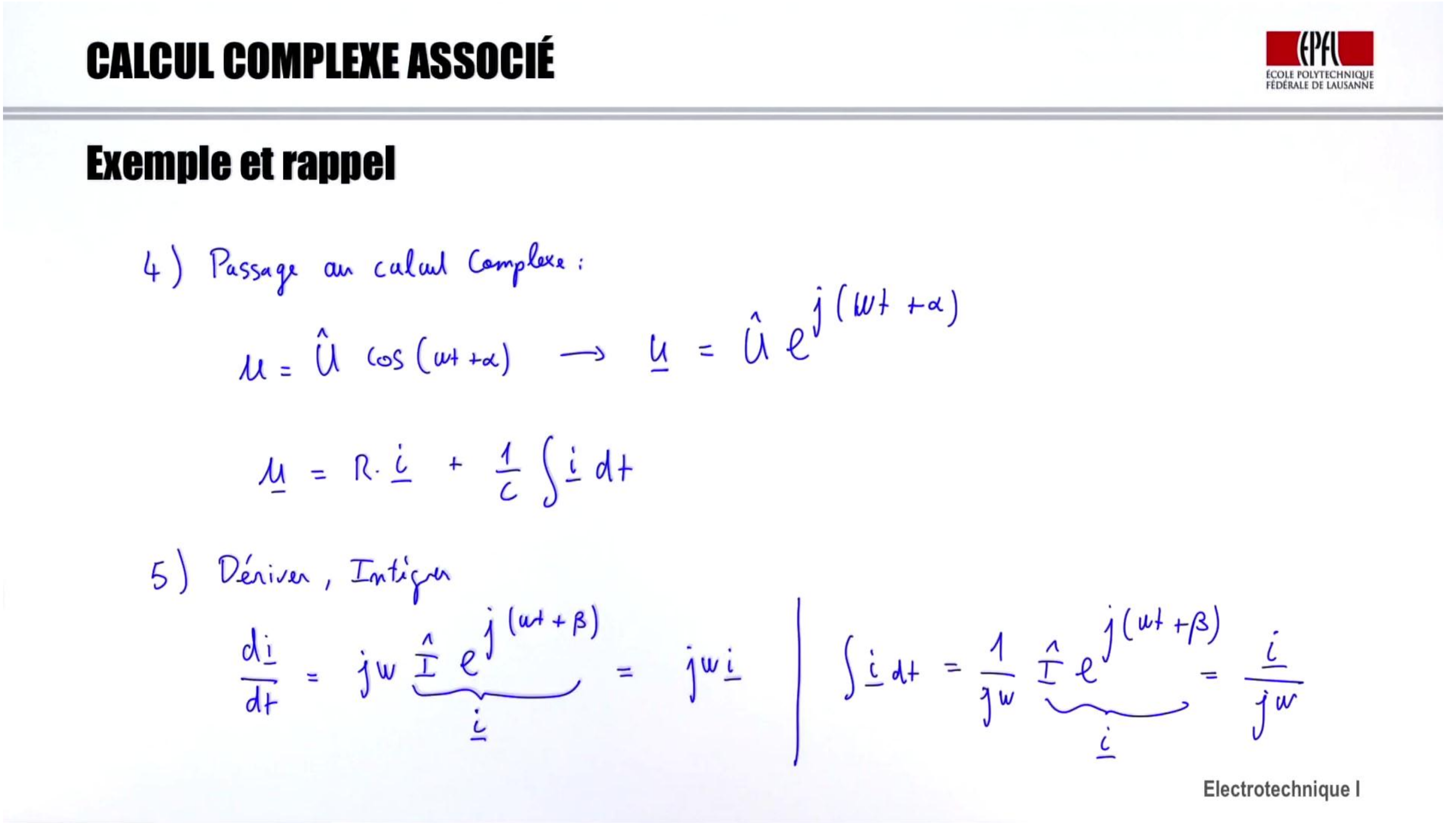


Alors on passe maintenant en complexe, c'est le point numéro quatre, on fait le passage au calcul complexe. Ceci implique quoi ? Je vous rappelle que u qui vaut Û cos (ωt + α) va donc devenir un nouveau u qui est égal à Ûe^j (ωt + α). Toute mon équation trouvée au point trois avec Kirchhoff se transforme alors en trois éléments qui sont maintenant tous complexes. u, tension complexe, est égal à R.i, courant complexe, + (1/C) intégrale de i, complexe, dt. Le point cinq maintenant c'est de dériver ou d'intégrer. C'est cette partie qui est ici, de l'intégrale, ou dans le cas de l'inductance, on aurait une dérivée. Donc travaillons un tout petit peu sur cette dérivée et intégrer pour voir ce qui se passe quand on est dans le monde complexe. Qu'est ce que nous constatons ? Nous constatons que lorsqu'on a une dérivée, par exemple le dérivée d'un nombre complexe comme celui-ci, si on a quelque chose de la forme Îe^j (ωt + β), en dérivant, comme la dérivée d'une exponentielle donne toujours une exponentielle mais avec la dérivée interne, on obtient jω Î e^j (ωt + β) en reprenant l'équation du courant que l'on avait écrite précédemment. On remarque que si ça c'est bien notre i, on a simplement jωi ici.

Notes

Summary

6m 07s

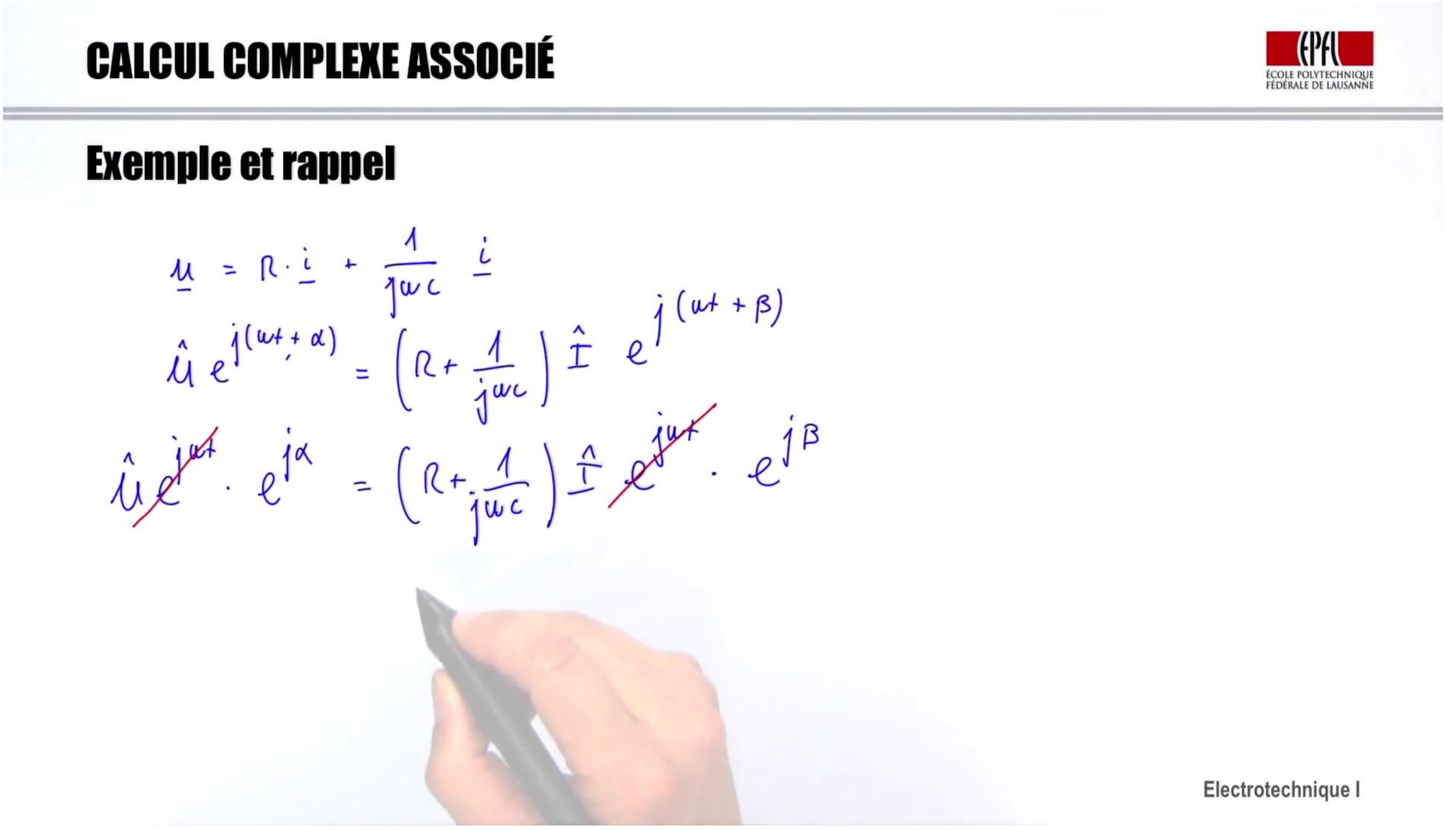


Donc dériver un nombre complexe revient à le multiplier par jω. On peut faire maintenant le parallèle avec l'intégrale. Donc en intégrant maintenant une nombre complexe comme ici intégrale de i dt, on va avoir l'intégrale d'une exponentielle qui est toujours une exponentielle et en tenant compte du calcul intégral on obtient (1/jω) Î e^j (ωt + β) et on constate, de nouveau, que ici, si ceci est de nouveau notre i, intégrer un nombre complexe revient à diviser ce nombre complexe par jω. Et vous voyez pourquoi il devient alors simple de transformer nos équations en complexe, parce que l'intégrale que vous voyez ici, dans l'équation complète de Kirchhoff, cette intégrale se résout extrêmement simplement en divisant i par jω.

Notes

Summary

8m 06s



On a donc notre équation qui devient : u = R.i et on a (1/jωC) i. Et vous voyez comme les choses deviennent simples. On va maintenant remplacer les différents éléments u et i présumés, donc inconnus. Tout d'abord Û e^j (ωt + α) c'est la tension de départ, c'est ce qui est donné, c'est égal à, on met en évidence le i, on a donc [R + (1/jωC)] Î e^j (ωt + β). On va ici séparer les choses pour mieux les comprendre. Dans le e^j (ωt + α), d'ailleurs comme ici dans le β, on a une partie qui dépend du temps et une partie qui est un angle fixe. Quand on a une somme ici, on peut remplacer par e^jωt. e^jα, le reste ne change pas. Et on a la même chose pour le courant, une partie qui varie avec le temps et une partie qui est fixe. Alors on voit qu'il y a ici une partie à gauche et à droite qui est identique, c'est cette partie qui varie avec le temps. On peut donc simplifier cette équation et résoudre en fait une équation qui ne dépend plus du temps. On s'intéresse peut-être aussi un tout petit moment à cette partie R + (1/jωC), que je me permets déjà d'appeler Z, c'est un nombre complexe, on verra par la suite ce qu'il représente.

Notes

Summary

9m 15s

CALCUL COMPLEXE ASSOCIÉ

Exemple et rappel

$$\underline{u} = R \cdot \underline{i} + \frac{1}{j\omega C}\,\underline{i}$$

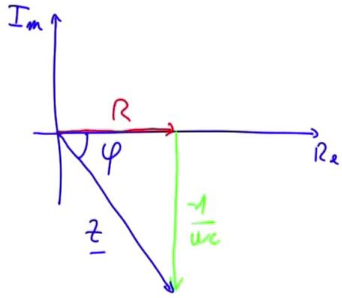
$$\hat{U} e^{j(\omega t + \alpha)} = \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right) \hat{I}\, e^{j(\omega t + \beta)}$$

$$\hat{U} \cancel{e^{j\omega t}} \cdot e^{j\alpha} = \underbrace{\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)}_{\underline{Z}} \hat{I}\, \cancel{e^{j\omega t}} \cdot e^{j\beta}$$

$$\varphi = \text{Arctg}\left(\frac{-1}{R\omega C}\right)$$

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\frac{1}{j\omega C} \cdot \frac{j}{j} = \frac{j}{-\omega C}$$



Electrotechnique I

Et si on dessine dans le plan complexe cet élément, donc ici imaginaire et réel, on voit qu'on a une partie réelle, c'est R, la résistance qui est ici, et on a une partie imaginaire, (1/jωC). Peut-être pour préciser les choses, quand on a 1/jωC, on peut multiplier par j et j en haut et en bas et on obtient j/ωC et j fois j fait -1, donc -j/ωC c'est quelque chose de négatif, on va donc avoir ici une partie qui dépend de ωC mais qui va être négative et donc au final, on a ici ce vecteur que je vais appeler pour le moment Z, représenté ici. L'angle qui est ici appelé phi, φ. Phi est donc l'arc tangente de cette partie imaginaire sur la partie réelle, donc -1/RωC. Et la norme de Z, c'est la partie réelle au carré plus la partie imaginaire au carré racine, √R^2 + (1/ωC)^2. Voilà, on a tous les éléments maintenant pour résoudre et trouver ce que nous cherchons, c'est-à-dire l'angle de déphasage entre tension et courant, et la valeur de ce courant qui circule dans le circuit.

Notes

Summary

11m 09s

Exemple et rappel

6) Résoudre et identifier :

$$\underbrace{\hat{U}\cos\alpha + j\,\hat{U}\sin\alpha}_{\hat{U}e^{j\alpha}} = Z e^{j\varphi}\cdot \hat{I} e^{j\beta}$$

7) Solutions complexe et réelle :

$$\underline{i} = \hat{I} e^{j(\omega t+\beta)} = \frac{\hat{U}}{Z} e^{j(\omega t+\alpha-\varphi)}$$

$$i = R_e\{\underline{i}\} = \frac{\hat{U}}{Z}\cos(\omega t+\alpha-\varphi)$$

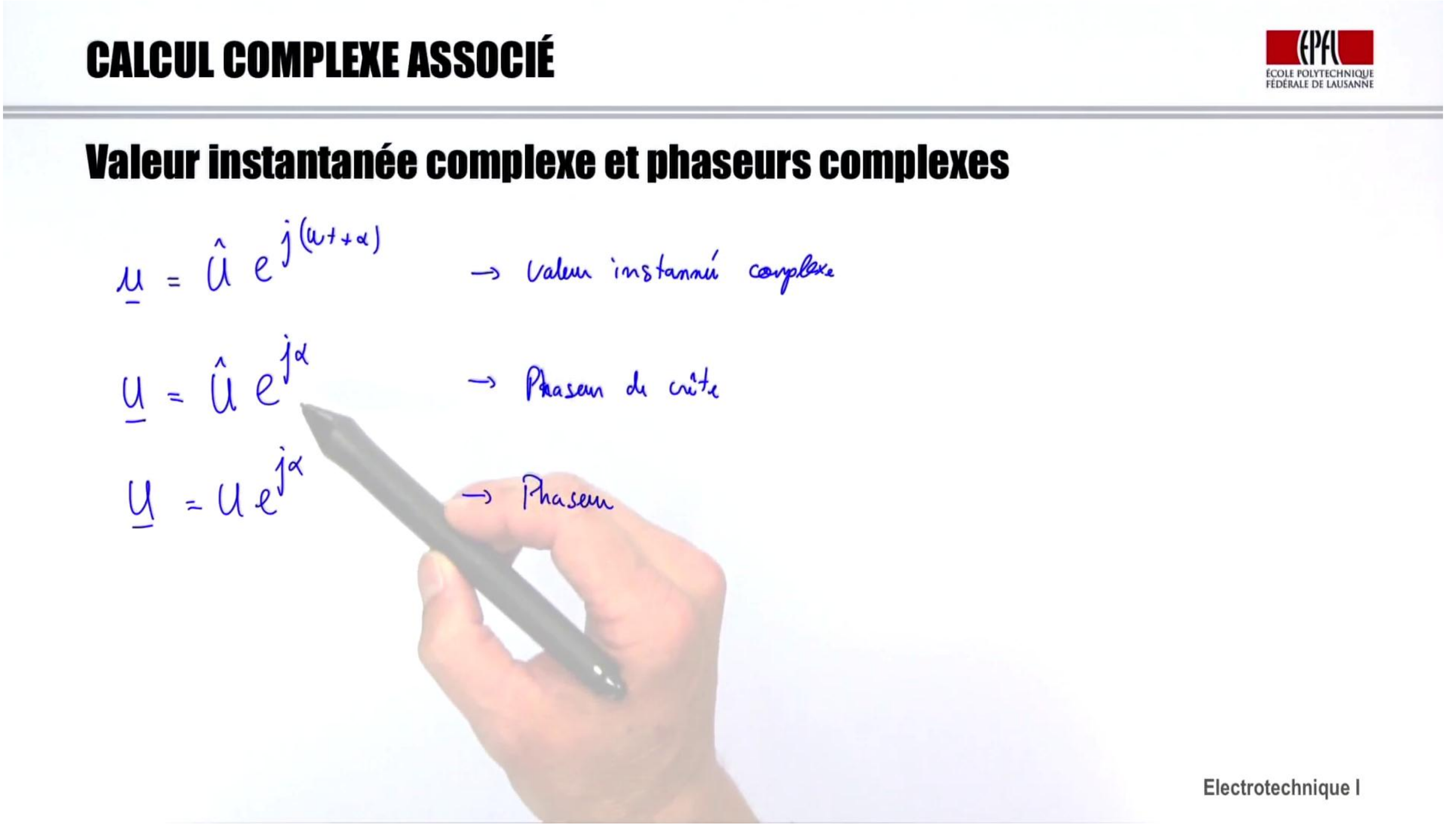
Electrotechnique I

On arrive donc à la partie six de notre méthodologie, c'est-à-dire résoudre et identifier. On a donc notre Û cos α + j Û sin α d'un côté, qui est égal à notre Z e^jφ, je l'écris ce Z que je viens de vous indiquer comme ceci, multiplié par le vecteur Î e^jβ. Donc ceci, c'est ce que nous avons aussi écrit Û e^jα. Donc voilà cette équation et on peut donc maintenant très simplement déterminer la solution tout d'abord complexe, puis la solution réelle. Alors la solution complexe et réelle. Tout d'abord complexe. Nous cherchons le i ici, donc ce petit i qui vaut Î e^j (ωt + β) est égal à (Û/Z) e^j (ωt + α - φ). La solution maintenant finale que l'on recherche c'est bien sûr le i réel, ce i là. Nous savons que pour trouver le i réel nous devons prendre la partie réelle de mon i complexe et donc on va obtenir : (Û/Z) cos (ωt + α - φ). C'est la réponse définitive à ce problème et vous avez ici les différentes étapes, que vous passerez bien sûr plus vite une fois que vous serez habitués, et qui vous permettent de résoudre très simplement finalement un problème électrotechnique avec R, L ou C, ou les trois combinés à la fois.

Notes

Summary

12m 54s



Voyons maintenant par définition ce qu'est la valeur instantanée complexe et ce que sont les phaseurs complexes. Alors nous l'avons vu précédemment dans notre petit exemple, un u Û e^j (ωt + α), c'est par définition la valeur instantanée complexe. Instantanée parce qu'elle dépend du temps. On a vu d'ailleurs que ce n'est pas très important puisqu'on arrive à éliminer cette composante temporelle. On va donc inventer un nouvel élément qu'on va appeler un phaseur et qui lui ne dépend plus du temps. Ce phaseur on va le noter par un U majuscule. Alors il existe deux phaseurs : le phaseur de crête, avec la valeur de crête comme module de ce vecteur, ou alors tout simplement, le phaseur en prenant la valeur efficace de cette grandeur. Nous allons donc travailler avec ces trois grandeurs, essentiellement les deux dernières, voire même que la dernière, les phaseurs. On l'a vu tout à l'heure, ce vecteur valeur instantanée complexe est un vecteur qui va tourner dans le plan complexe à cause du ωt. Il va tourner à quelle vitesse ? Eh bien, c'est le ω qui détermine à quelle vitesse tourne ce vecteur. Ensuite, on a décidé d'éliminer le e^jωt des deux côtés des équations, puisque l'on a quelque chose qui ne dépend pas du temps.

Notes

Summary

15m 07s

CALCUL COMPLEXE ASSOCIÉ

Valeur instantanée complexe et phaseurs complexes

$\underline{u} = \hat{U} e^{j(\omega t + \alpha)}$ → Valeur instantanée complexe

$\underline{\hat{U}} = \hat{U} e^{j\alpha}$ → Phaseur de crête

$\underline{U} = U e^{j\alpha}$ → Phaseur

Electrotechnique I

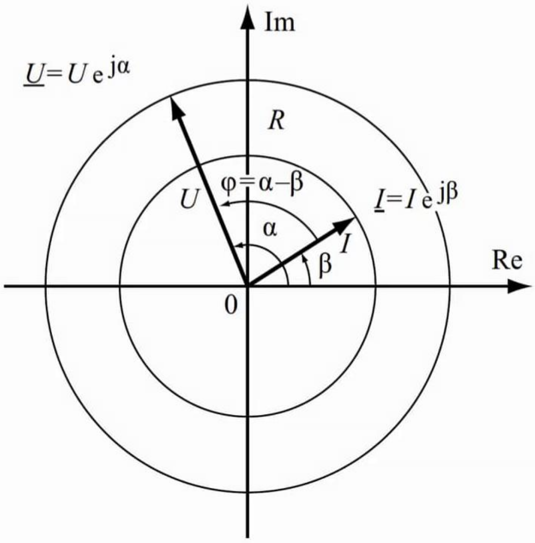
En faisant ça, c'est comme si on avait photographié un instant t et on regarde uniquement l'angle que fait alors maintenant la tension dans le plan complexe. Et de même, on a arrêté le courant et ce qui nous intéresse c'est la différence d'angle entre cette tension ou entre ce courant, qui nous permet alors de déterminer différents éléments que nous cherchons et que nous voulons connaître dans le circuit.

Notes

Summary

16m 43s

Diagramme des phaseurs



Electrotechnique I

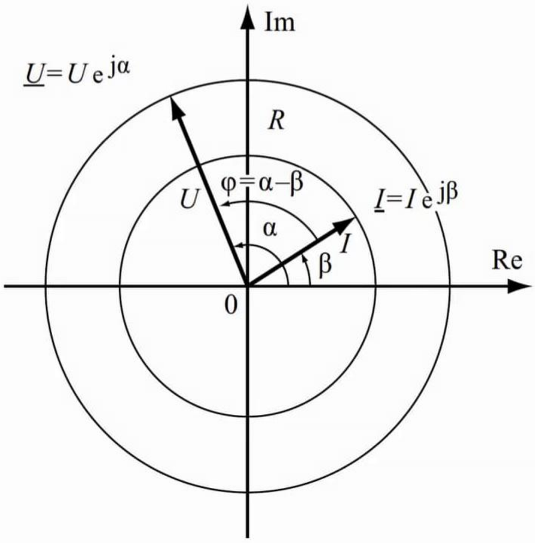
Voilà ce que nous pouvons montrer dans le plan complexe. Ce phaseur ici de courant, vous en avez deux qui sont notés là. On a donc fait cette fameuse photographie ou cet instantané. Notre tension et notre courant ne dépendent plus du temps, on n'a plus besoin du ωt + α ou du ωt + β, on a juste α ou juste β, et donc on a un instantané, un vecteur a un instant donné, le même que pour U, avec un angle β, que l'on retrouve ici, un autre angle, α, ici. Donc on a tension et courant et ce que l'on constate c'est cette différence d'angle entre tension et courant, c'est ce que nous recherchons en général, qui va dépendre des éléments R, L, C dans le circuit et qui valent α - β, donc φ égal α - β, on a cette différence d'angle. Maintenant, on peut avoir non seulement une tension mais peut-être plusieurs tensions, on a d'ailleurs fait tout à l'heure une somme de tensions. Alors il faut faire très attention par rapport à ce que nous avons vu dans le régime, je dirais, permanent où les tensions et les courants sont constants, on peut faire des sommes arithmétiques des tensions et des courants. Lorsque nous travaillons avec des phaseurs, lorsque nous travaillons avec le calcul complexe, nous travaillons avec des vecteurs.

Notes

Summary

17m 07s

Diagramme des phaseurs



Electrotechnique I

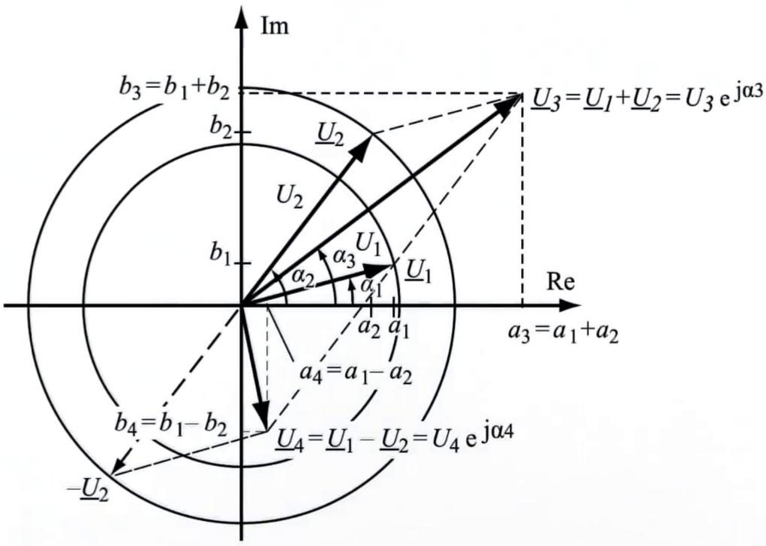
La somme de deux vecteurs n'est pas juste une addition arithmétique. Donc, si ce vecteur U représente, admettons, 50 volts, et qu'on ait un autre U à un autre moment, 50 volts plus 50 volts ne font pas forcément 100 volts quand on les additionne, à moins que les deux vecteurs soient colinéaires.

Notes

Summary

18m 34s

Diagramme des phaseurs



Electrotechnique I

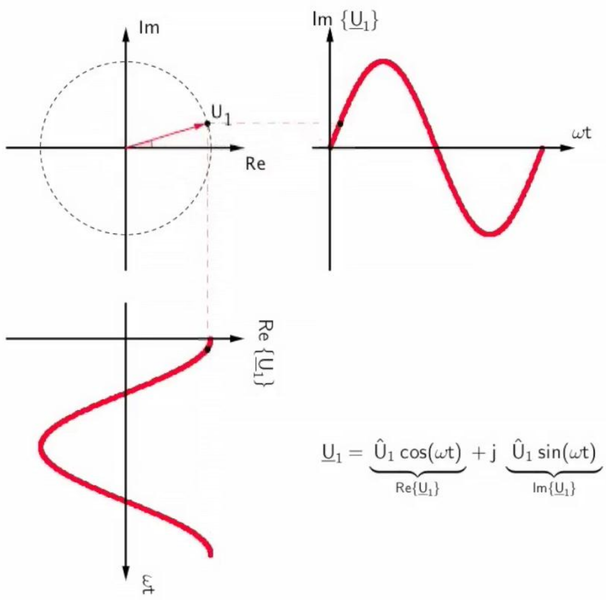
Voici un exemple où vous voyez différentes tensions qu'on a, par exemple ici, additionnées, U1 et U2 qui vont donner U3. Donc, vous avez le premier U1 qui est ici avec un certain angle, un U2 qui se trouve ici avec un autre angle. Et vous voyez que quand on fait U1 + U2, on fait une somme vectorielle pour arriver à un U3 qui n'est pas égal à la somme de U2 et de U1 mais qu'il faut calculer par les éléments géométriques. On verra par la suite que c'est assez simple dans le cas où on est orthogonal parce que finalement c'est les relations bien connues de Pythagore, mais comme ici ce n'est pas orthogonal, on doit calculer très précisément en complexe, la somme de U1 et de U2, ce qui créé un petit travail supplémentaire, mais à ne pas oublier à faire très attention.

Notes

Summary

18m 55s

REPRÉSENTATION DE FRESNEL



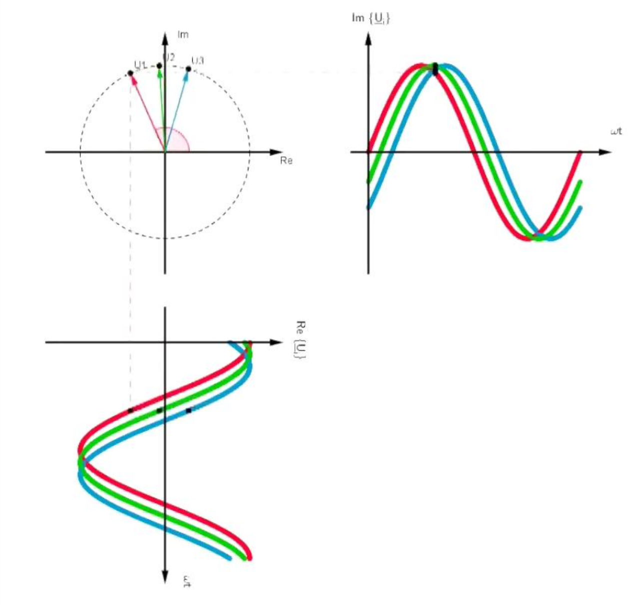
Electrotechnique I

Alors vous voyez ici sur cette image, ou cette petite animation, à droite la partie imaginaire du vecteur de la tension et à gauche en bas, la partie réelle de cette même tension, et en haut à gauche, eh bien, ce vecteur qui change en fonction du temps. On a donc, et vous avez l'équation en bas à droite, cette représentation vectorielle de la tension, Û1 cos ωt + jÛ1 sin ωt. Donc, à droite en haut, le sinus, à gauche en bas, le cosinus. Et puis on peut choisir l'une ou l'autre des représentations. Ce qui va nous intéresser c'est maintenant toujours de parler en fait d'un cosinus, c'est la partie en bas à gauche, mais qui va s'écrire pour nous dans le plan complexe par un vecteur, un vecteur qui tourne comme vous le voyez ici en haut. On peut bien sûr décider de l'arrêter, c'est ce que l'on fait lorsque l'on parle de phaseur ensuite. Maintenant on va voir une deuxième vidéo qui va nous permettre de voir ce qui se passe lorsque je mets un autre signal.

Notes

Summary

19m 46s



Electrotechnique I

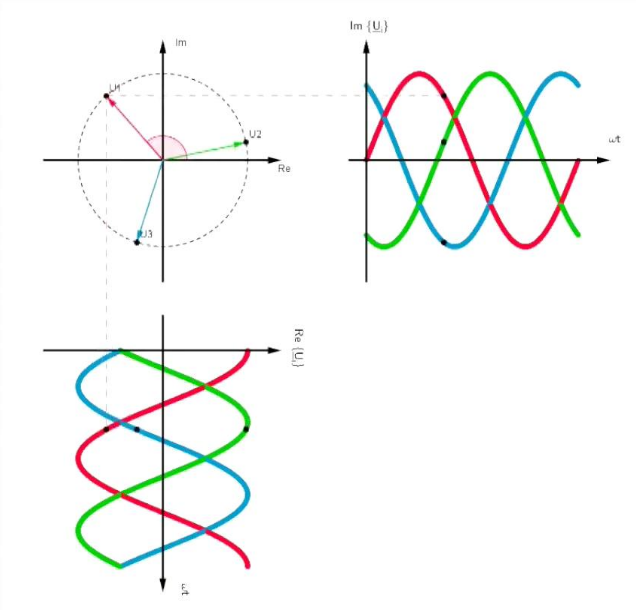
Alors sur cette vidéo, on a mis maintenant trois tensions qui sont légèrement déphasées les unes des autres. Vous voyez dans le monde réel, c'est-à-dire toujours le dessin en bas à gauche, ce sont les cosinus, trois cosinus légèrement déphasés de 20 degrés. Ce que ça donne dans le monde complexe c'est trois vecteurs qui tournent, U1, U2, U3, à la même vitesse mais légèrement décalés et qui se suivent les uns les autres. Si l'on préfère la représentation sinus, c'est-à-dire la partie imaginaire, alors on prend la représentation en haut à droite et alors on va toujours travailler avec la partie imaginaire du vecteur.

Notes

Summary

20m 50s

REPRÉSENTATION DE FRESNEL



Electrotechnique I

Alors sur cette dernière vidéo je vous montre ici trois vecteurs déphasés les uns des autres de 120 degrés. Pourquoi ? Eh bien, parce que le régime sinusoïdal monophasé va se poursuivre après dans le triphasé pour nous permettre de transmettre l'énergie. Et donc, on va avoir ce type de signaux extrêmement connus et fréquents puisque c'est l'alimentation de la majorité des pays dans le monde d'utiliser un réseau et un régime triphasé symétrique. Vous voyez alors les trois vecteurs, U1, U2, U3, qui tournent à la même vitesse de manière symétrique et dont la somme est toujours nulle. On appelle cette représentation de sinus, cosinus et de vecteurs, la représentation de Fresnel et c'est donc de ceci que nous parlerons lorsque l'on veut dire également dans le plan complexe, on peut parler de représentation de Fresnel.

Notes

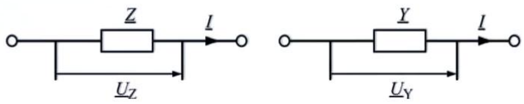
Summary

21m 28s

IMPÉDANCES ET ADMITTANCES

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Définitions



$$\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{\hat{\underline{U}}}{\hat{\underline{I}}}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}}$$

Electrotechnique I

Nous allons voir maintenant ce que sont l'impédance et l'admittance; impédance et admittance fondements de l'électrotechnique qui nous permettent de modéliser les différents éléments R, L, C et également qui nous conduisent à l'équation fameuse de la loi d'Ohm mais ici en complexe comme nous l'avons déjà vu lorsque nous parlions de courant et de tension constants. Ce Z souligné, par définition l'impédance donc, vaut la tension instantanée sur le courant instantané, mais ce qui également fantastique, c'est que c'est également le phaseur de la tension sur le phaseur du courant, ou alors le phaseur de crête de la tension sur le phaseur de crête du courant. Ces trois relations sont strictement identiques. De la même manière, on définit une admittance qu'on va définir comme l'inverse de l'impédance et qui a également certaines propriétés particulières qui peuvent être utilisées parfois plus facilement que l'impédance, c'est la raison pour laquelle on veut aussi ici la définir.

Notes

Summary

22m 22s

IMPÉDANCES ET ADMITTANCES

Propriétés

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U e^{j\alpha}}{I e^{j\beta}} = \frac{U}{I} e^{j(\alpha-\beta)} = \frac{U}{I} e^{j\varphi}$$

$$Z = \frac{U}{I}$$

$$\varphi = \alpha - \beta$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi} = Y e^{-j\varphi}$$

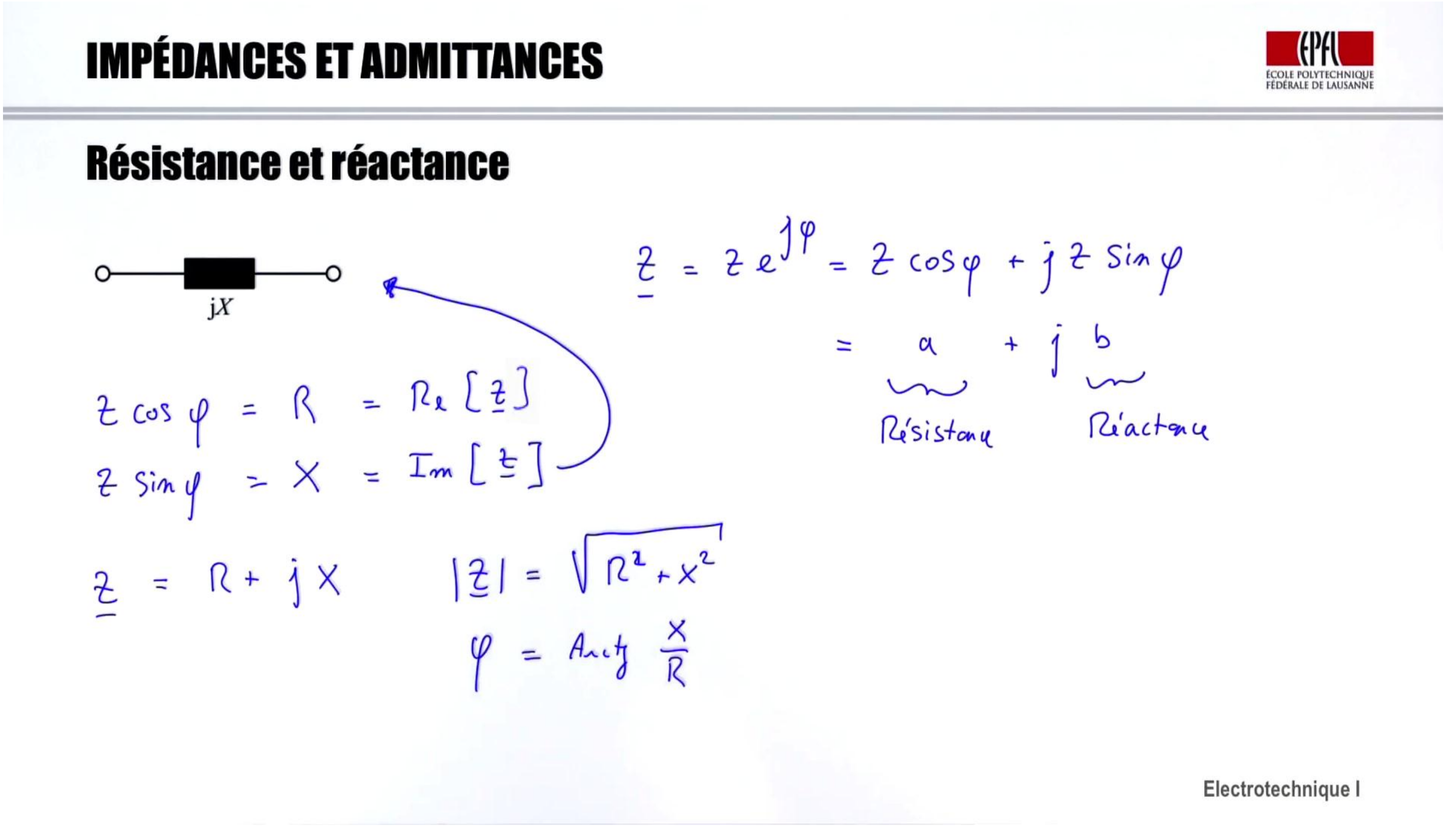
Electrotechnique I

Les propriétés de cette impédance sont les suivantes : tout d'abord, lorsque l'on écrit notre Z, qui vaut le phaseur de la tension sur le phaseur du courant, on a donc U e^jα pour le phaseur de la tension, I e^jβ pour le phaseur du courant et on a, par la propriété mathématique ici des exponentielles, une nouvelle exponentielle qui vaut α - β. Et on définit ça comme étant l'angle phi, φ. Phi est donc égal à α - β comme on l'a déjà vu précédemment. Par identification, on a donc que la norme de ce vecteur Z qui est ici, vaut simplement U sur I. On est même pas surpris puisque c'est la loi d'Ohm déjà connue et que cet angle φ c'est α - β. On peut écrire de la même manière pour l'admittance cette fois-ci, puisque c'est l'inverse de Z, que c'est un courant sur une tension et que ça vaut (1/Z) e^-jφ ou alors Y e^-jφ.

Notes

Summary

23m 26s

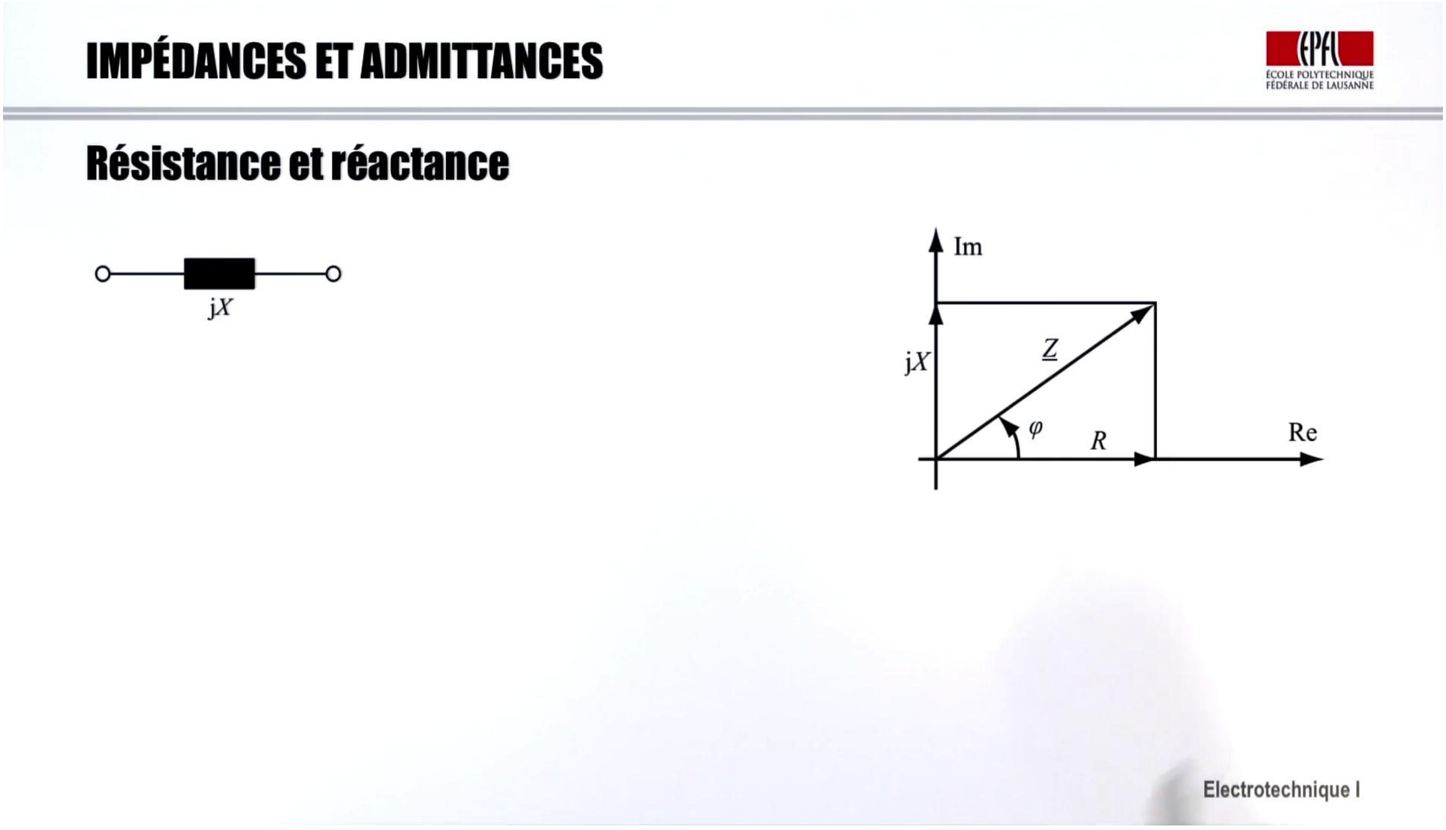


Voyons maintenant ce qui se passe à l'intérieur même de ce Z. On dit que cette impédance Z vaut Z e^jφ donc Z cos φ + j Z sin φ. C'est donc un nombre complexe mais on peut aussi l'écrire, on le voit ici, a + j b. On a donc une partie réelle, c'est ce Z cos φ, une partie imaginaire, c'est ce Z sin φ. On va appeler cette partie a, la résistance, et on va appeler la partie b, la réactance. Alors la résistance elle est bien connue par tout le monde, donc ce Z cos φ est forcément réel, il n'y a qu'un élément qui puisse représenter cette réalité c'est la résistance R, c'est donc la partie réelle de Z. On a ce Z sin φ qui lui peut représenter soit une capacité, soit une inductance. On va donc lui donner le symbole X et appeler ceci la réactance et cette réactance vaudra la partie imaginaire de l'impédance. On va symboliser ce X, ou cette partie imaginaire, par, vous avez ça ici sur le symbole, un carré noir qui représente le fait que cet élément-là est imaginaire ou a une composante imaginaire. On a donc, pour finir, notre impédance qui s'écrira toujours de la manière R + jX, avec la norme de ce vecteur qui vaudra √R^2 + X^2 et l'angle φ qui vaudra l'arc tangente de X sur R.

Notes

Summary

24m 50s

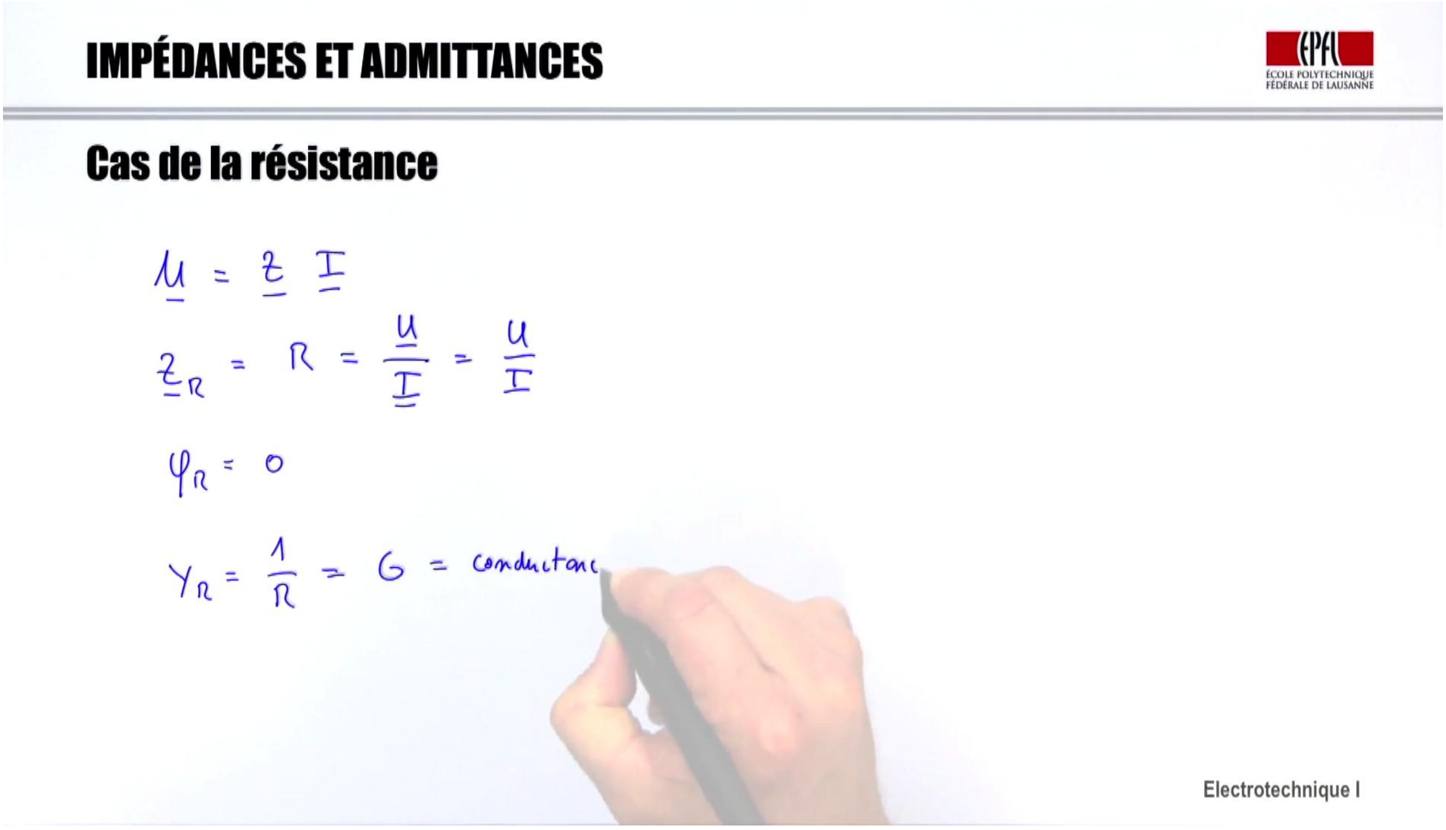


On a ici très clairement cette représentation, donc vous avez l'impédance Z, sa partie réelle R, ici, dessiné, une partie d'une réactance positive, ça veut dire que finalement cette réactance se comporte comme une inductance, puisque je vous rappelle que l'inductance va avoir une partie positive, c'est le jωL. Donc on aura ωL et on aura -1/ωC pour une capacité.

Notes

Summary

27m 02s

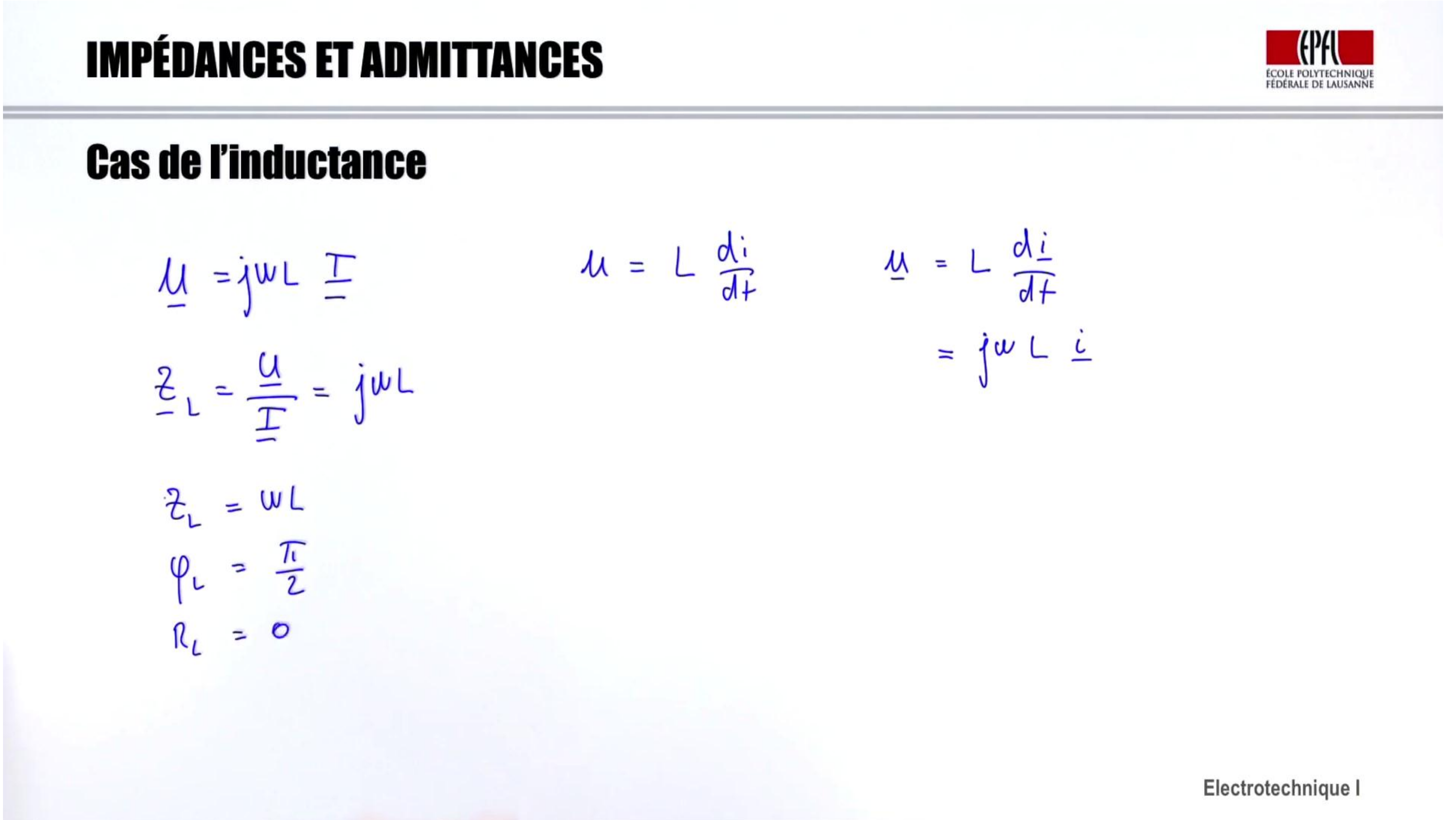


Prenons maintenant cas par cas R, L et C pour déterminer comment ils se comportent en fonction de l'impédance et de l'admittance et ce que va nous donner la loi d'Ohm au final pour chacun de ces éléments. Le premier cas, très simple, la résistance. Admettons donc, et nous le savons, que U = Z I, c'est la loi d'Ohm mais ici écrit dans le cas complexe. Notre impédance pour une résistance, c'est simplement R, et ça vaut donc U sur I, comme écrit précédemment, ou bêtement U sur I. Pourquoi ? Parce U et I sont en phase et que ce phi de la résistance, c'est-à-dire le α - β, le déphasage entre tension et courant, vaut zéro pour la résistance. Et dans le cas de l'admittance, le Y de R qui vaut 1/R, on l'appelle parfois G majuscule, ou conductance.

Notes

Summary

27m 32s



Voici maintenant le cas de l'inductance. Dans le cas de l'inductance, on a une équation U qui lie le courant I avec une relation que nous avons déjà vu et qui vaut jωL. On a donc U = jωL x I. On peut juste peut-être expliquer, pour rappel, que l'équation dans le temps c'est U = L (di/dt). Si on écrit en vecteur, U = L (di /dt). On a vu que c'était simplement le courant fois jω pour faire une dérivée. Donc on a jω et le L qui reste et finalement le petit i. On a donc ce U qui vaut jω L i. Et maintenant si on enlève, ou si ce sont deux vecteurs qui tournent en fonction du temps, de ωt, si on divise par ωt des deux côtés, donc si on fait ce que j'ai appelé avant une photographie, eh bien on retombe sur les phaseurs, c'est l'équation que j'ai écrite ici. Mon impédance ZL vaut U sur I et donc vaut jωL. C'est l'impédance d'une inductance. On a donc ZL, la norme, qui vaut ωL simplement. On a l'angle φL, comme ça vaut arc tangente de ωL/R, ça c'est dans le cas RL, mais juste ici dans le cas de l'inductance on a un j, donc on est parfaitement vertical, cet angle vaut donc π/2. Et pour l'impédance, la résistance vaut zéro.

Notes

Summary

28m 33s

IMPÉDANCES ET ADMITTANCES

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Cas de condensateur

$$i = C\,\frac{du}{dt}$$

$$\underline{i} = j\omega C\,\underline{u}$$

$$\underline{I} = j\omega C\,\underline{U}$$

$$\underline{Z}_c = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{1}{j\omega C} = -j\,\frac{1}{\omega C}$$

$$Z_c = \frac{1}{\omega C}$$

$$X_c = -\frac{1}{\omega C}$$

$$\varphi_c = -\frac{\pi}{2}$$

$$R_c = 0$$

Electrotechnique I

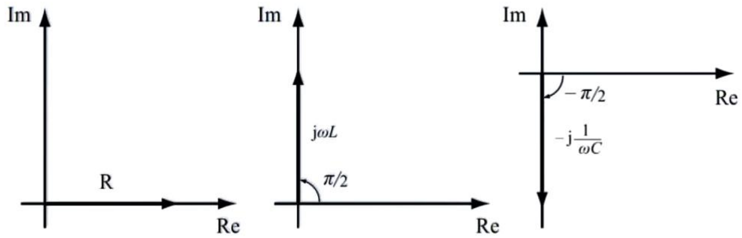
Enfin le cas du condensateur. On a dans le cas temporel i = C (du/dt). On a le i qui vaut alors j ωC x u. Ou alors, I, on est en phaseur maintenant, égal à j ωC x U. Autrement dit, l'impédance Zc, qui vaut, par définition, U/I pour les phaseurs, va valoir 1/jωC, ou alors -j (1/ωC). On peut donc écrire que la norme de Z d'un condensateur c'est 1/ωC, que la réactance du condensateur c'est -1/ωC, que l'angle φc, eh bien, on est négatif, va valoir -π/2, et que de nouveau la résistance de C vaut zéro.

Notes

Summary

30m 21s

Résumé



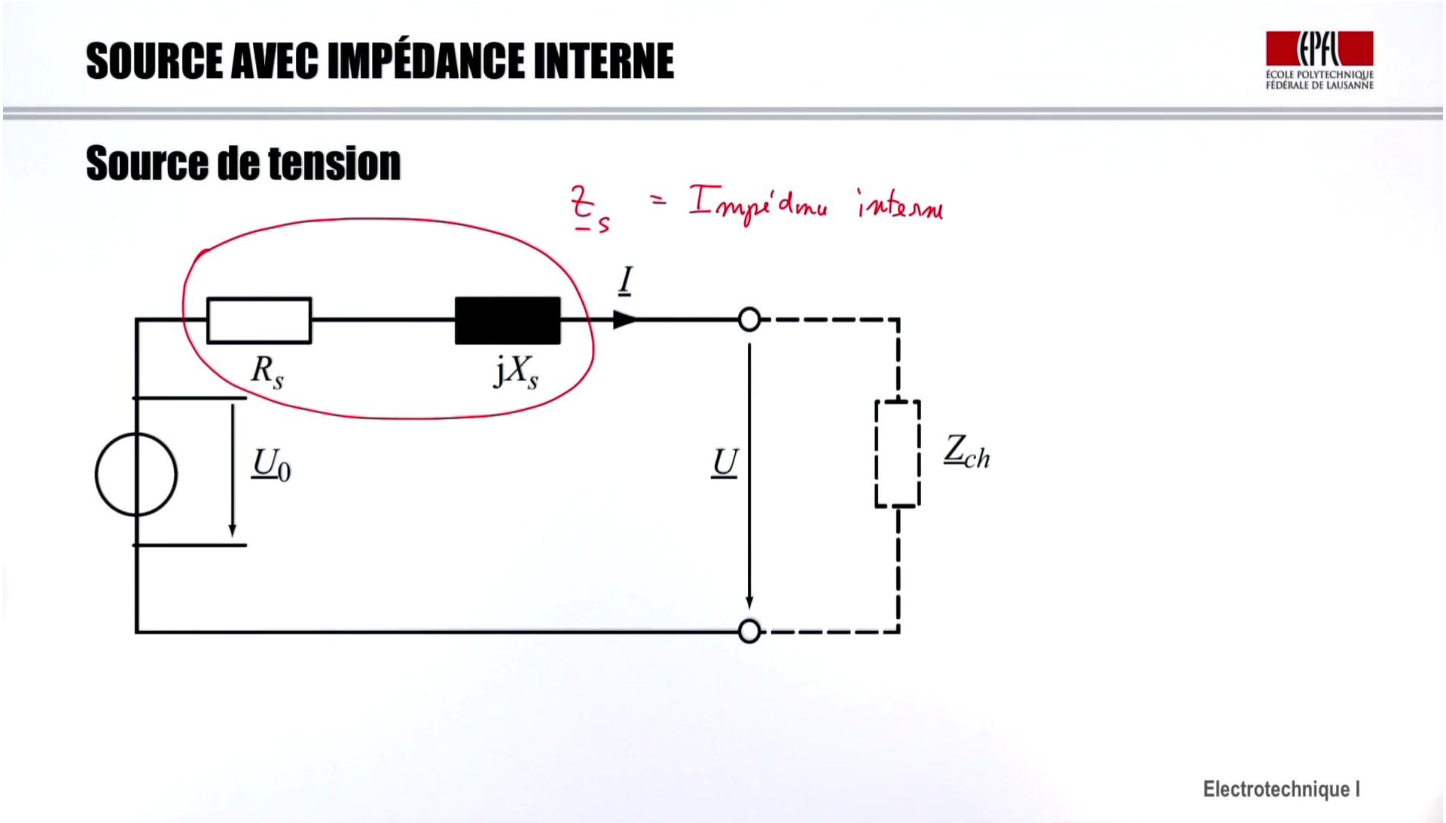
	Re[$\underline{Z}$]	Im[$\underline{Z}$]	Z	φ	$\underline{Z}$
R	R	0	R	0	R
L	0	ωL	ωL	$\pi/2$	$\mathrm{j}\omega L$
C	0	$1/\omega C$	$1/\omega C$	$-\pi/2$	$-\mathrm{j}/\omega\mathrm{C}$

En résumé, on a ici fait le graphique dans le plan complexe des trois impédances R, L et C que nous venons de décrire. Vous avez ici, dans la première colonne de ce tableau, la partie réelle de Z et la partie imaginaire. Autrement dit, la résistance et la réactance. Ensuite la norme, l'angle et finalement, l'impédance écrite sous la forme complexe. On a donc notre premier vecteur R qui est sur la partie réelle. Si vous prenez le deuxième élément L avec un jωL, on a un vecteur vertical, l'angle vaut π/2. Et enfin, avec la capacité on a vu que c'était négatif à cause du 1/jωC ou -j (1/ωC). On a une vecteur parfaitement vertical mais négatif donc -π/2 pour l'angle.

Notes

Summary

31m 27s

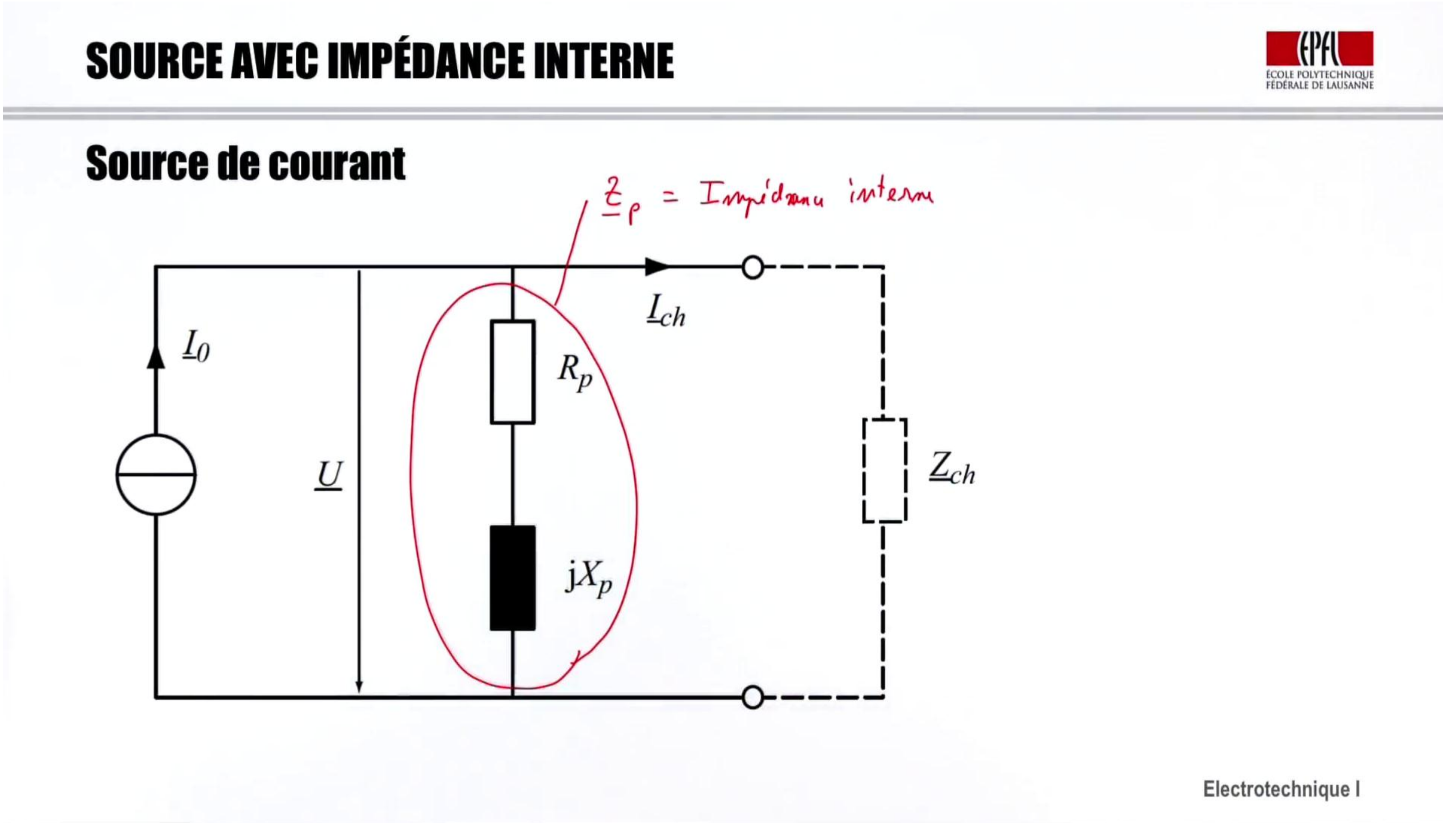


La dernière chose qu'il nous reste à voir ce sont les sources. Lorsque l'on a maintenant une source de tension qui fonctionne en alternatif, en régime monophasé sinusoïdal, il faut nous poser la question de savoir, comme pour le régime permanent ou la tension continue, ce qui se passait. Donc de la même manière que dans le régime continu, une source idéale n'existe pas. Donc on a toujours une source de tension ou une source de courant qui doit être associée à une impédance interne qui est mise en série ou en parallèle. Donc pour la source de tension, on a ici cet élément-là qui est une impédance interne de la source. Ce Zs est l'impédance interne. Elle est mise en série avec la source nous permettant d'avoir, cette fois-ci, une source de tension dite réelle.

Notes

Summary

32m 17s

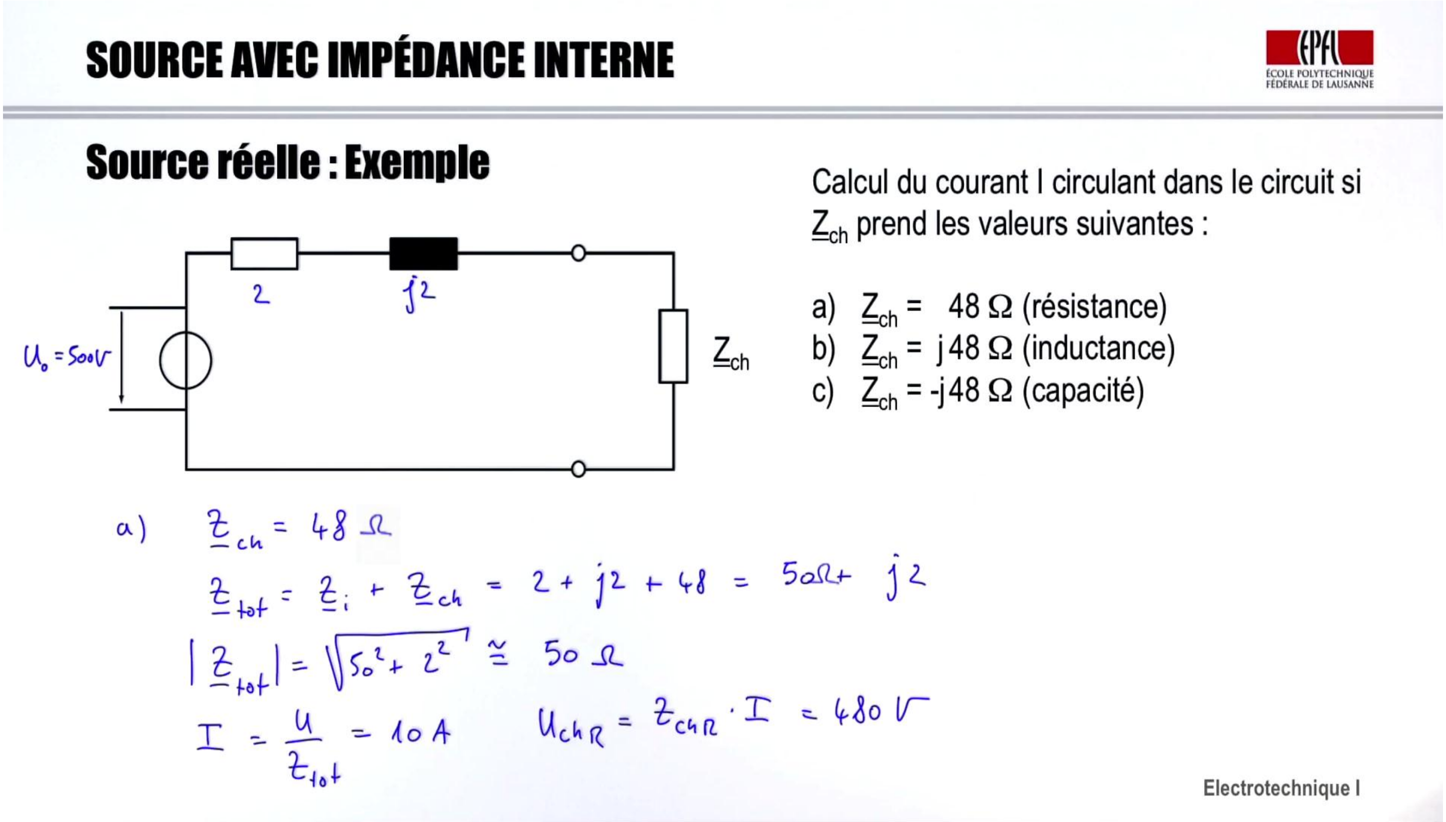


De la même manière pour le courant, on a et on doit mettre pour avoir une source de courant réel, une impédance en parallèle, qui est une impédance, de nouveau dite interne, de la source et qui nous permettra de définir cette source de courant réelle et non plus idéale comme avant. Donc ce Zp est ici également l'impédance interne.

Notes

Summary

33m 14s

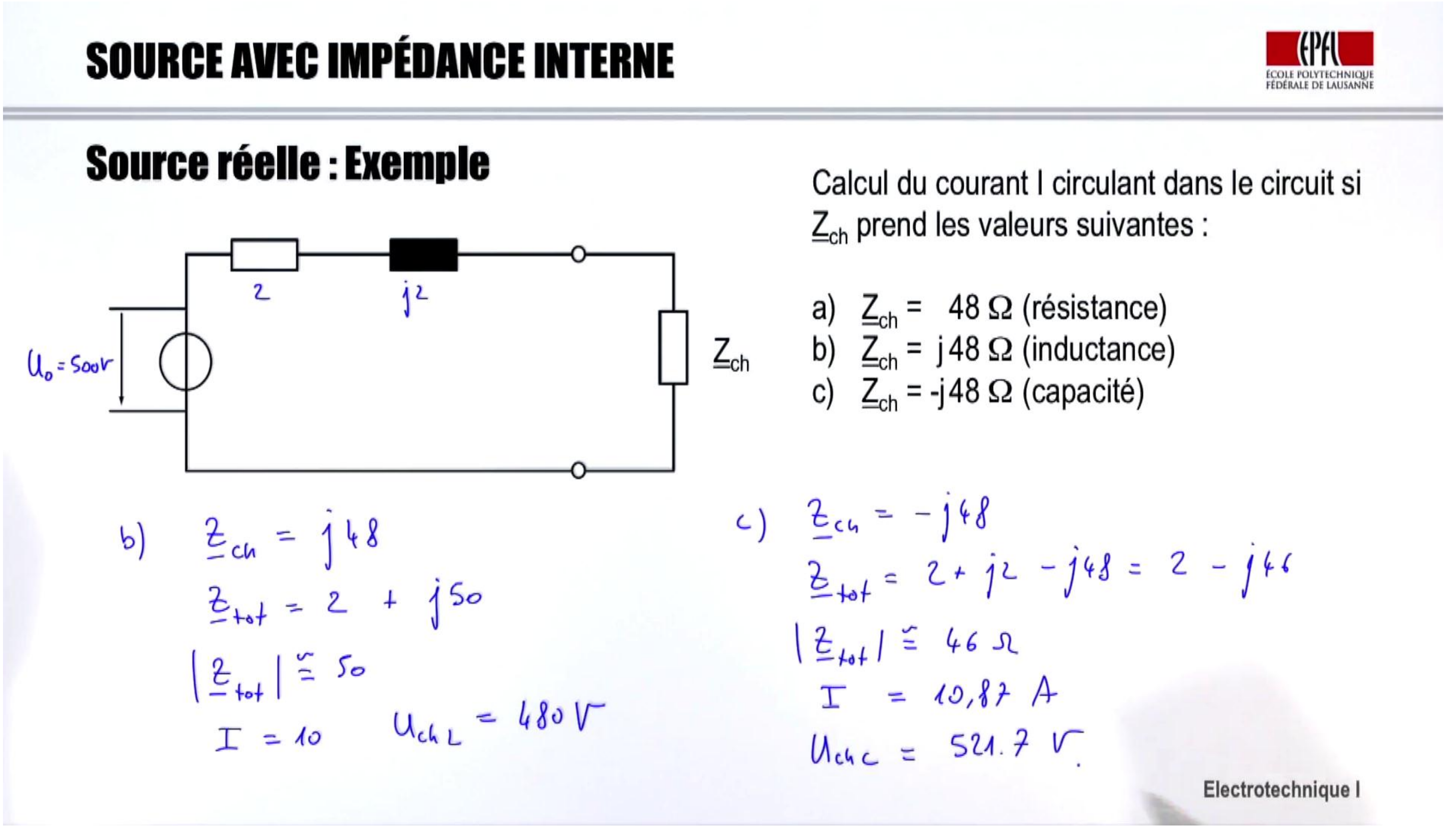


Pour terminer, je vous propose ce petit exemple pour illustrer ce que nous venons de voir avec les sources et les calculs d'impédance. On a ici une tension de 500 volts, une résistance de 2 ohms et une réactance de 2 ohms également, que je note ici j2, et puis notre charge Zch qui va pouvoir prendre trois valeurs différentes, soit une résistance de 48 ohms, soit une inductance de 48 ohms, soit une capacité de 48 ohms et vous voyez chaque fois que l'impédance est différente. Alors, le premier cas, le cas de la résistance toute seul. On a donc Zch qui vaut juste 48. Que vaut l'impédance totale ? Eh bien ici ces trois impédances sont en série, on va donc additionner l'impédance interne plus mon impédance de charge donc 2 + j2 + 48, attention à ne pas additionner les pommes et les oranges, on a une partie réelle, une partie imaginaire. Donc la partie réelle vaut 50 et donc la partie imaginaire vaut toujours 2. Donc mon Z total, ou la norme, qui vaut √(50^2 + 2^2) vaut environ 50 ohms. On peut encore calculer ici le courant. Donc le courant I vaut U/Ztot et vaut 10 ampères. Et alors, aux bornes de la charge de ma résistance, eh bien, c'est Z de la charge résistance fois le courant et on obtient 480 volts.

Notes

Summary

33m 42s

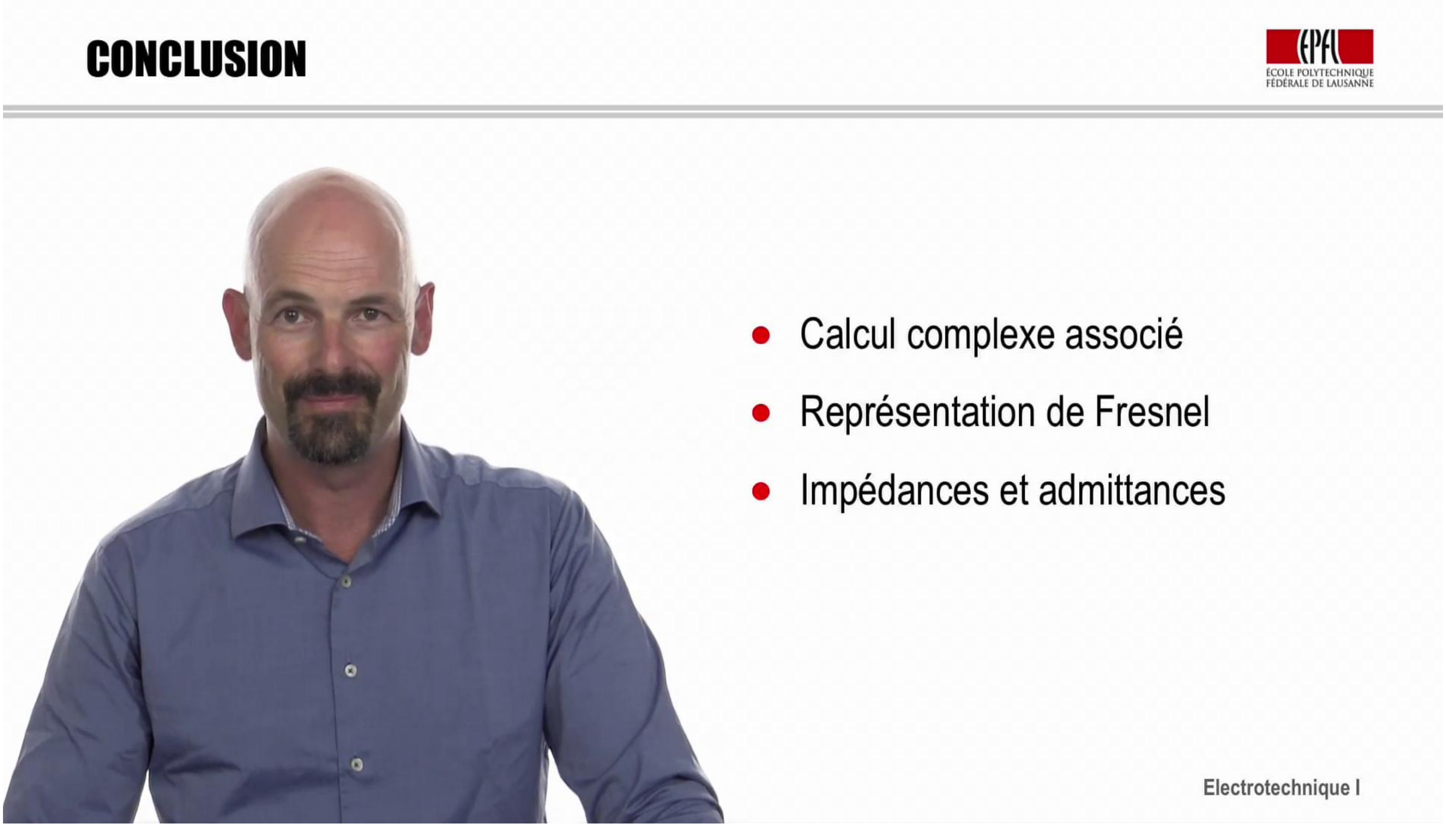


Passons au cas b. Pour le cas b, on a maintenant notre Zch qui vaut j48, c'est différent, notre Z total va donc être additionné de nouveau le tout, mais dans la partie réelle c'est 2 seulement et la partie imaginaire c'est 50. Donc le Z total mais normé, la norme de ce vecteur, racine de nouveau de 2 au carré et 50 au carré, va nous donner également le même chiffre qu'avant, environ 50. Et donc le courant, on trouve les mêmes chiffres. Et puis le U aux bornes de cette inductance vaut aussi 480 volts. Dernier cas, le c, avec cette fois-ci une capacité, un condensateur. Notre Zch vaut -48 ohms, notre Z total va maintenant changer légèrement par rapport à avant, parce que l'on aura 2 + j2 - j48 et on obtient 2 - j46 et notre norme va être différente des deux cas précédents, soit environ 46 ohms, avec un courant alors qui devient alors égal à 10,87 A et une tension aux bornes de cette capacité qui vaut 521,7 volts.

Notes

Summary

35m 37s



En conclusion, on a vu maintenant l'ensemble du chapitre régime sinusoïdal monophasé. Vous avez vu les avantages du passage en calcul complexe, et finalement et paradoxalement la simplification des calculs lorsque l'on écrit les éléments avec des vecteurs ou les différentes grandeurs, telles que tension, courant ou impédance, avec des vecteurs et cette représentation de Fresnel qui nous permet alors de représenter ces vecteurs dans le plan complexe, que ces vecteurs soient fixes ou qu'ils bougent en fonction du temps, nous permettent d'avoir une illustration de ce qui se passe dans le monde complexe, mais qui représente conceptuellement la réalité. Merci.

Notes

Summary

37m 07s