

PUISSANCE MAXIMALE ET ADAPTATION

LEÇON 12

Électrotechnique I

Yves PERRIARD & Paolo GERMANO
Laboratoire d'Actionneurs Intégrés



Généralités



- Source réelle (u_0, R_i) – Charge R_L
- Puissance fournie par la source à la charge
- Valeur maximale de puissance
- Adaptation - Condition
- Rendement
- Conclusion

Electrotechnique I

Bonjour. Aujourd'hui nous allons parler de la puissance transmise par une source de tension réelle à une charge. Premièrement, nous allons définir la source de tension réelle et la charge. Nous allons ensuite calculer la puissance fournie par la source à la charge. Ensuite, nous allons calculer la valeur maximale de puissance en fonction de la valeur de la résistance de charge. Nous allons ensuite déterminer la condition d'adaptation. Et finalement, nous allons calculer le rendement du système et nous finirons par une conclusion.

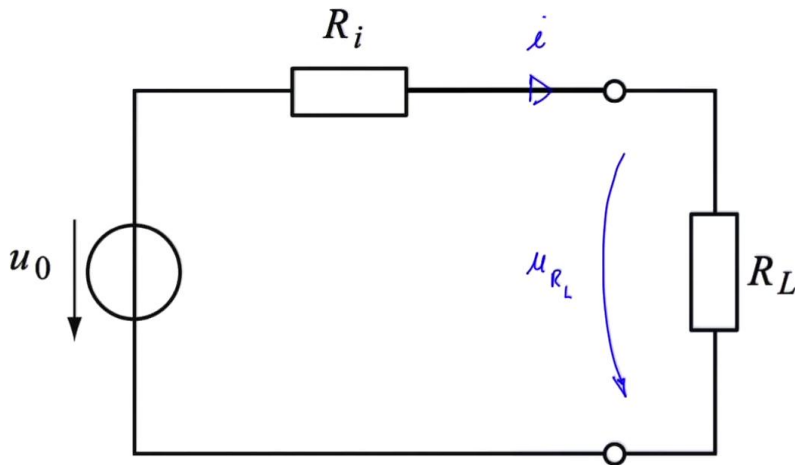
Notes

Summary



0m 04s

Source de tension réelle – Charge – Puissance



$$i = \frac{u_0}{R_i + R_L}$$

$$P_{R_L} = u_{R_L} \cdot i = R_L \cdot i^2$$

Electrotechnique I

Sur ce schéma, on voit sur la partie de gauche, la source de tension idéale et la résistance interne qui constitue les deux, la source de tension réelle et sur la partie de droite, la résistance de charge. Sur ce circuit on peut définir deux grandeurs : le courant qui circule dans le circuit, il n'y a qu'une seule boucle, il n'y a qu'un seul courant, et la tension aux bornes de la résistance de charge qu'on appelle u_{R_L} . Par Kirchhoff on trouve très facilement, du moment que les deux résistances sont en série, le courant qui parcourt le circuit. On a que i c'est égal à u_0 divisé par $R_i + R_L$. Au niveau de la puissance, puissance qui est dissipée dans la résistance R_L , on peut écrire que cette puissance est le produit de la chute de tension aux bornes de la résistance multiplié par le courant, donc c'est u_{R_L} multiplié par le courant et si l'on remplace la chute de tension aux bornes de la résistance par la résistance fois i , u égal R_L , on obtient que la puissance est égale à R_L multiplié par i^2 . En remplaçant la valeur de i par l'expression trouvée ici-dessus, on écrit finalement que la puissance dans la résistance de charge est égale à $(u_0^2 \times R_L) / (R_L + R_i)^2$.

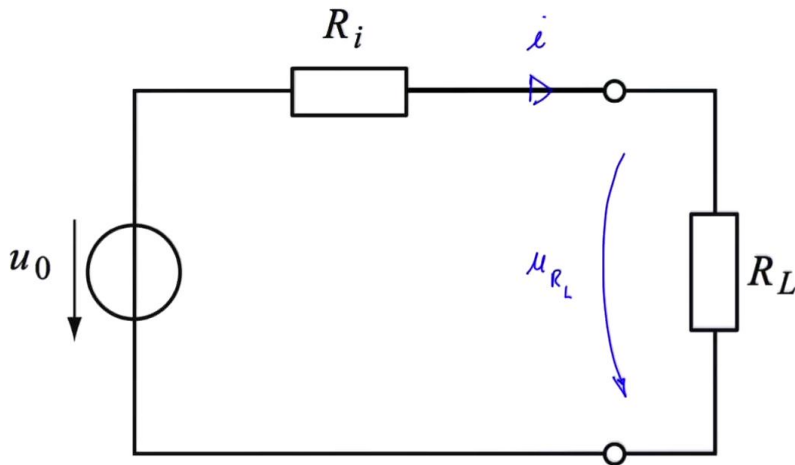
Notes

Summary



0m 36s

Source de tension réelle – Charge – Puissance



$$i = \frac{u_0}{R_i + R_L}$$

$$P_{R_L} = u_{R_L} \cdot i = R_L \cdot i^2$$

$$P_{R_L} = \frac{u_0^2 R_L}{(R_L + R_i)^2}$$

$$\text{Si } R_L = 0 \rightarrow P_{R_L} = 0$$

$$\text{Si } R_L = \infty \rightarrow P_{R_L} = \frac{u_0^2 R_L}{R_L^2} = \frac{u_0^2}{R_L} = 0$$

Electrotechnique I

Voilà un premier résultat. Si on analyse cette fonction, on voit que dans deux cas extrêmes, lorsque la résistance de charge est nulle, alors la puissance dans cette résistance est nulle également. A l'autre extrême, si la résistance de charge est infinie, on a une puissance dans cette charge qui vaut, le terme R_L devenant beaucoup plus grand que R_i on peut supprimer R_i , on a un $(u_0^2 \times R_L)/R_L^2$, c'est égal à u_0^2/R_L et c'est égal également à zéro. Donc on voit que pour deux valeurs extrêmes la puissance est nulle. Et entre deux, forcément, il y a un maximum, c'est ce maximum que l'on va calculer.

Notes

Summary

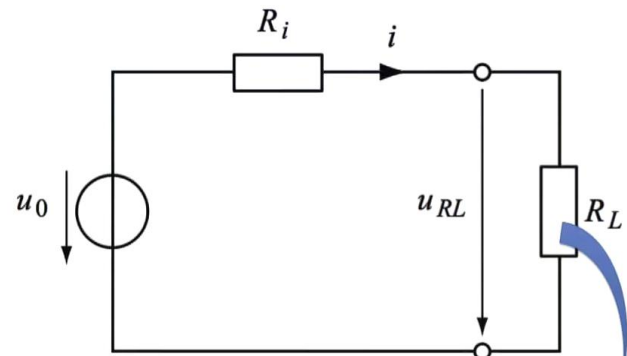


2m 27s

Puissance maximale

$$\begin{aligned}
 \max \rightarrow \frac{dP}{dR_L} &= 0 \\
 &= \frac{f'g - g'f}{g^2} \\
 \frac{dP}{dR_L} &= \frac{(R_L + R_i)^2 - 2(R_L + R_i)R_L}{(R_L + R_i)^4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f &= R_L \cdot u_0^2 \\
 g &= (R_L + R_i)^2 \\
 f' &= u_0^2 \\
 g' &= 2(R_L + R_i)
 \end{aligned}$$



$$P_{RL} = \frac{u_0^2 R_L}{(R_L + R_i)^2} = \frac{f}{g}$$

Electrotechnique I

On répète sur cette diapositive les résultats obtenus tout à l'heure. On a représenté le même schéma et la puissance dissipée dans la résistance de charge est donnée par cette équation-là. Pour obtenir le maximum de cette fonction avec comme variable la résistance de charge R_L , il suffit de dériver cette fonction par rapport à la variable R_L . Donc le maximum est trouvé lorsque la dérivée de la puissance par rapport à la variable R_L est égale à zéro. Pour calculer cette dérivée, on va écrire que cette fonction de puissance est égale à un numérateur qui est une fonction f divisé par un dénominateur de fonction g . f vaut donc $R_L \times u_0^2$, c'est le numérateur. Le dénominateur g vaut $(R_L + R_i)^2$. Et pour calculer cette dérivée, on sait que la dérivée est égale à $(f'g - g'f)/g^2$. On calcule donc maintenant la dérivée de la fonction f , qu'on appelle f' , dérivée par rapport à R_L qui vaut u_0^2 , et la dérivée du dénominateur g' qui vaut $2 \times (R_L + R_i)$. On peut donc remplacer ces fonctions et ces dérivées dans cette équation-là et on obtient pour la fonction dérivée de la puissance par rapport à la variable R_L que c'est égal à... ce numérateur divisé par le dénominateur au carré qui vaut $(R_L + R_i)^4$.

Notes

Summary



3m 33s

Puissance maximale

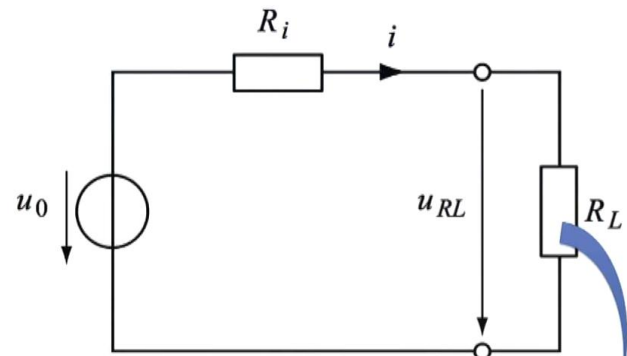
$$\begin{aligned} \max \rightarrow \frac{dP}{dR_L} &= 0 & P &= R_L \cdot u_0^2 \\ & & g &= (R_L + R_i)^2 \\ & & P' &= u_0^2 \\ & & g' &= 2(R_L + R_i) \\ & & &= \frac{P'g - g'P}{g^2} \end{aligned}$$

$$\frac{dP}{dR_L} = \frac{(R_L + R_i)^2 - 2(R_L + R_i)R_L}{(R_L + R_i)^4} = 0$$

$$R_L^2 + 2R_L R_i + R_i^2 - 2R_L R_i - 2R_L^2 = 0$$

$$-R_L^2 + R_i^2 = 0$$

$$\underline{R_L = R_i}$$



$$P_{RL} = \frac{u_0^2 R_L}{(R_L + R_i)^2} = \frac{P}{g}$$

Electrotechnique I

Et on souhaite trouver la valeur nulle de cette dérivée donc il suffit de poser que le numérateur est égal à zéro, qu'on développe et réécrit ici... qu'on peut simplifier sous la forme de $-R_L^2 + R_i^2 = 0$ et on trouve ainsi la condition pour ce qu'on appelle l'adaptation de puissance c'est-à-dire que lorsque R_L est égal à R_i .

Notes

Summary

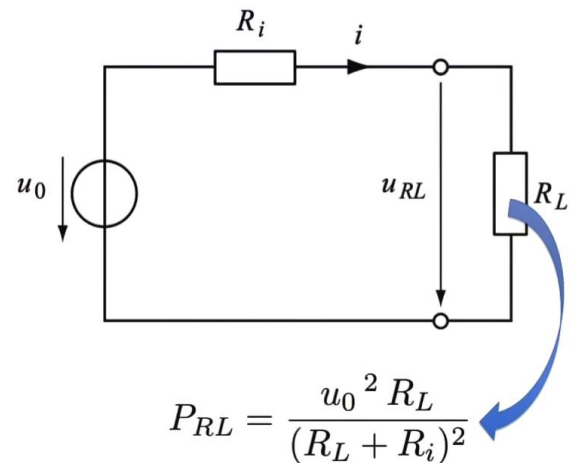


5m 55s

Puissance maximale

Condition : $R_L = R_i$

La condition d'adaptation de puissance est donc réalisée lorsque la valeur de la résistance de charge et celle de la résistance interne de la source sont égales



Electrotechnique I

Alors voilà, on a trouvé la condition d'adaptation de puissance qui est réalisée lorsque la valeur de la résistance de charge est égale à la valeur de la résistance interne. Dans ce cas-là, on dit que la charge est adaptée à la source.

Notes

Summary



6m 40s

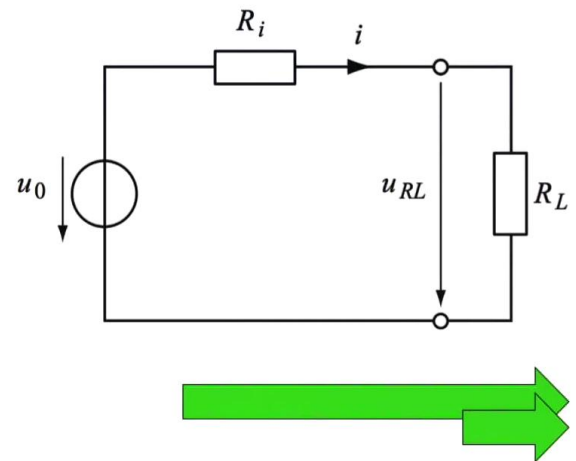
Rendement

$$\eta = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{fournie source}}} = \frac{R_L \cdot i^2}{(R_L + R_i) \cdot i^2}$$

$$\eta = \frac{R_L}{R_L + R_i}$$

À l'adaptation, donc pour $R_L = R_i$, on a :

$$\eta_{\text{adaptation}} = \frac{R_L}{2 R_L} = 0.5 \quad \text{pour } P_{\text{max}}$$



Electrotechnique I

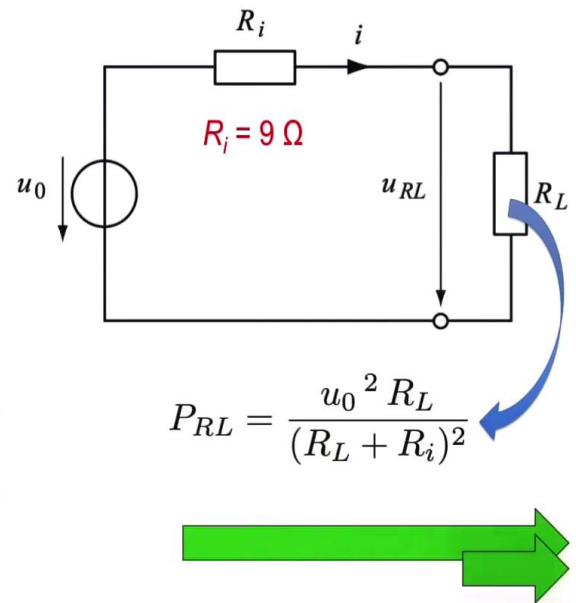
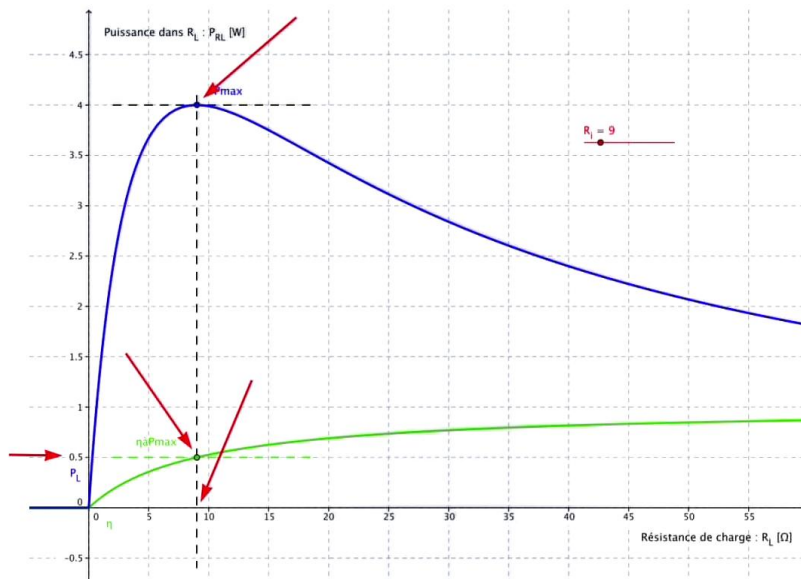
Alors calculons maintenant le rendement du système. Le rendement est défini par le rapport entre la puissance utile, c'est-à-dire la puissance fournie à la résistance de charge, donc ici c'est représenté par cette petite flèche verte, ici, divisée par la puissance totale fournie par la source. Cette puissance totale fournie par la source est représentée ici par la grande flèche verte. Donc la puissance utile dans la résistance de charge c'est $R_L \times i^2$. Et la puissance totale fournie par la source c'est le courant carré fois la somme des deux résistances, c'est-à-dire $(R_L + R_i) \times i^2$. On peut donc réécrire cette formule de façon simplifiée. Donc le rendement est donné par la résistance de charge divisée par la somme des deux résistances, résistance de charge et résistance interne. Regardons ce qui se passe au niveau du rendement à l'adaptation, donc lorsque la résistance de charge est égale à la résistance interne. On a donc que le rendement à l'adaptation est égal à $R_L / (R_L + R_i)$ mais ces deux valeurs étant égales on a que, tout simplement, que le rendement est égal à $R_L / 2 R_L$ si on remplace R_i par R_L qui sont égaux, et donc on a un rendement de 50% pour P_{max} et donc à l'adaptation.

Notes

Summary



Courbe de puissance maximale $P_{RL} = f(R_L)$



$$P_{RL} = \frac{u_0^2 R_L}{(R_L + R_i)^2}$$



Electrotechnique I

Prenons un exemple avec des valeurs numériques. On retrouve ici notre schéma de source de tension réelle avec la résistance de charge, et puis prenons le cas d'une résistance interne qui vaut 9 ohms. On peut calculer la puissance en fonction de R_L . On l'a tracée ici, c'est la courbe bleue. On voit que le maximum, ici, de puissance est bien, pour une valeur R_L , de 9 ohms. On voit, de plus, que pour cette valeur de résistance de charge, le rendement à l'adaptation vaut bien 0,5, donc 50%. Donc sur ce graphique, on comprend bien que la puissance maximale qui peut être transmise à la résistance de charge R_L n'est pas seulement dépendante de R_L mais également fortement dépendante de la résistance interne. On voit qu'il y a une limite de puissance que peut fournir cette source réelle ici. Si on prend une autre valeur avec une résistance interne plus grande, donc en fait une source réelle qui est moins bonne, on voit que la puissance max diminue par cette équation, mais surtout que le maximum, de nouveau, se retrouve à une valeur qui est égale à la valeur, donc une valeur de résistance de charge qui correspond à la valeur de la résistance interne, donc 12,5 ohms, et de nouveau, le rendement à cette valeur vaut 50%.

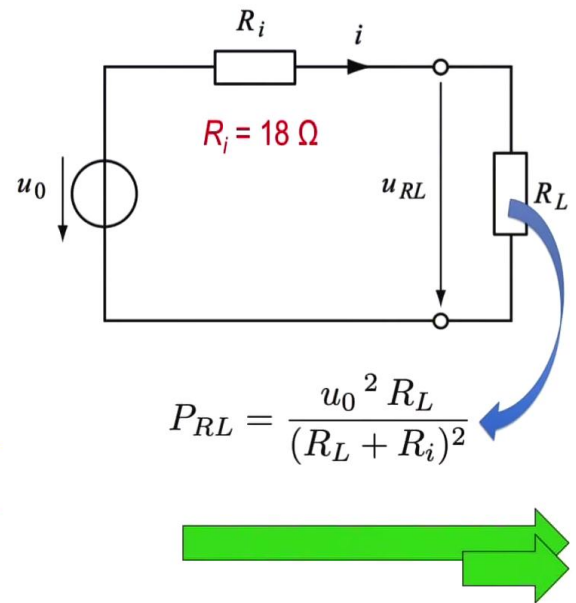
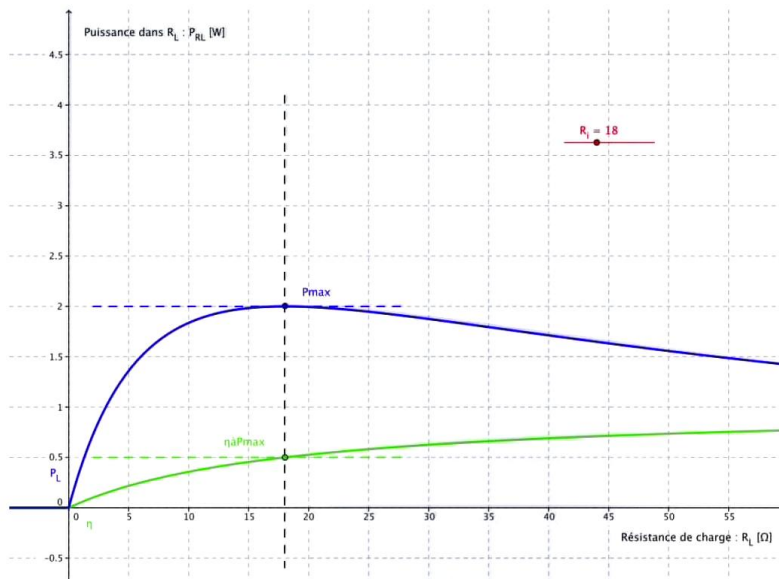
Notes

Summary



9m 10s

Courbe de puissance maximale $P_{RL} = f(R_L)$



Electrotechnique I

Si on prend un troisième cas de résistance interne, donc une source réelle qui est de moins bonne qualité avec une résistance interne plus grande, la puissance max de nouveau plus petite mais on retrouve les mêmes conditions d'adaptation pour la résistance de charge à la valeur de résistance interne et le rendement de 50% à la valeur de la résistance interne. Si on considère une batterie, pour alimenter une voiture automobile par exemple, électrique, cette batterie peut être modélisée en première approche par cette source de tension réelle avec une tension à vide et une résistance interne qui représente en fait la chimie de la batterie, la connectique, les électrodes, etc..., eh bien, plus la batterie est mauvaise moins la puissance, et donc la résistance interne, est grande et moins la puissance transmise à la charge, donc au moteur électrique, peut être grande. Et on voit surtout qu'on ne peut pas transmettre une puissance infinie mais une puissance qui dépend de la résistance interne.

Notes

Summary



10m 54s



- Une source réelle et sa charge sont adaptées l'une à l'autre si R_i et R_L sont égales
- A l'adaptation :
 - la puissance transmise par la source à la charge est maximale
 - le rendement est alors de 50 %

Electrotechnique I

En conclusion, on peut dire deux choses. Premièrement, c'est qu'une source de tension réelle et sa charge sont adaptées en puissance l'une à l'autre si la résistance interne de la source réelle est égale à la résistance de charge. Et deuxième chose, c'est qu'à l'adaptation premièrement, la puissance transmise par la source à la charge est maximale et deuxièmement, le rendement à l'adaptation est de 50%. On le comprend bien parce qu'il y a autant de puissance qui est dissipée dans la résistance interne que dans la résistance de charge vu qu'elles sont égales. Merci de votre attention.

Notes

Summary



12m 05s