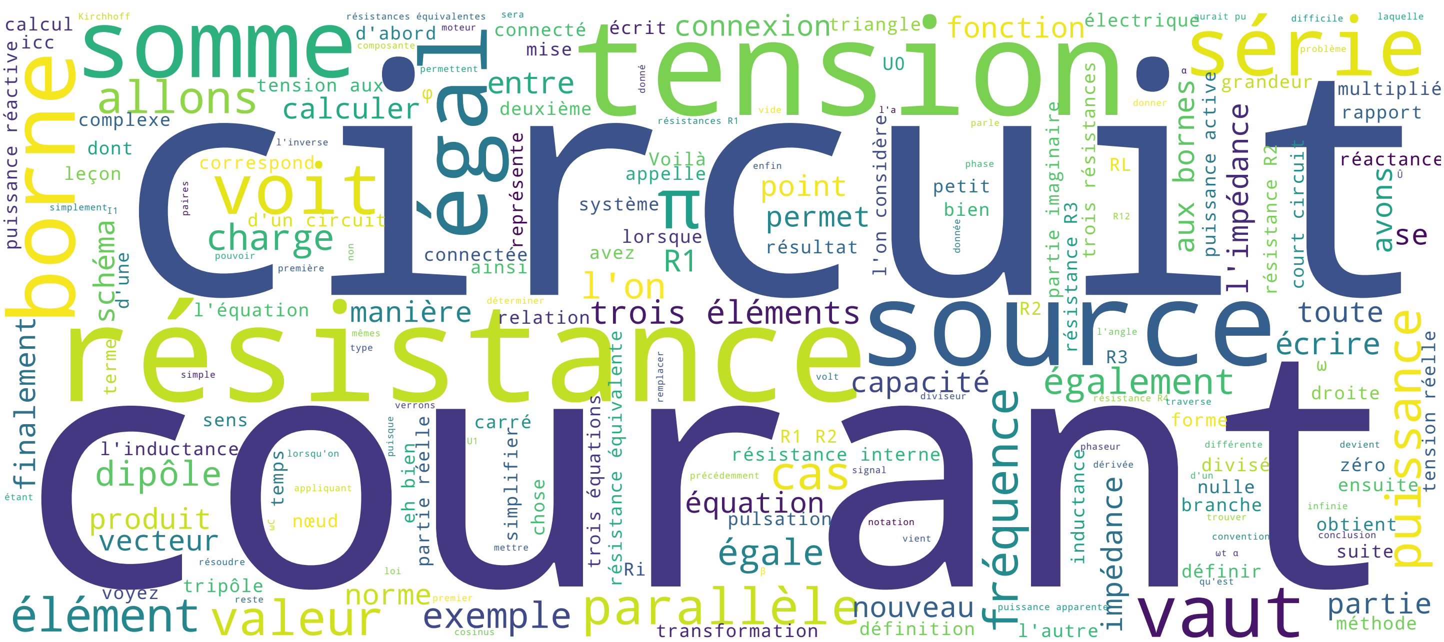
TRANSFORMATION Π-T

LEÇON 10

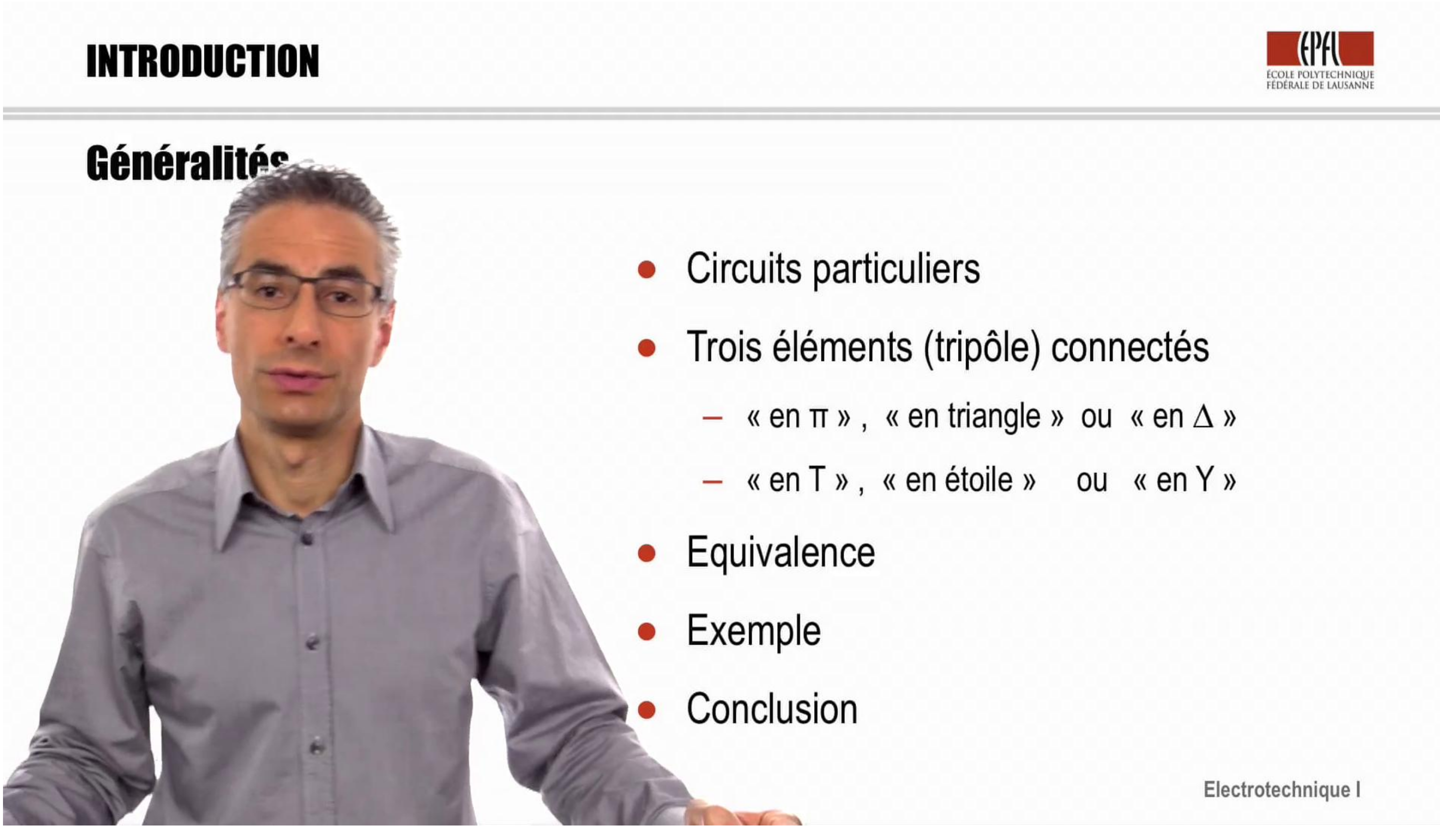
Électrotechnique I
Yves PERRIARD & Paolo GERMANO
Laboratoire d'Actionneurs Intégrés



Search MOOC

Video

EPFL



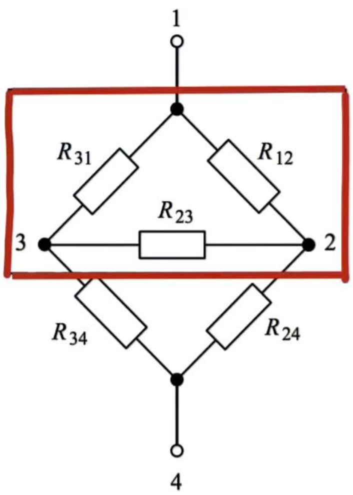
Bonjour. Lors de cette leçon nous allons présenter une méthode qui permet de traiter des tripôles. On considérera des circuits partiels composés de trois éléments. Nous verrons tout d'abord des circuits particuliers dont les éléments sont difficiles à combiner ou simplifier deux à deux. On considérera ensuite trois éléments qui pourront être connectés soit en ce qu'on appelle « en pi » ou alors connectés « en T ». Ensuite, nous verrons l'équivalence entre ces deux types de montage pour pouvoir passer de l'un à l'autre aisément et pouvoir ensuite simplifier le reste du circuit. Nous traiterons un exemple et ensuite une conclusion.

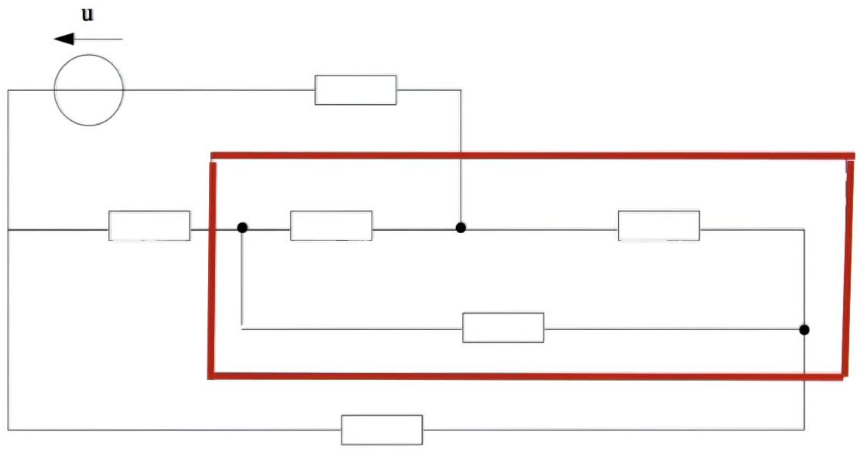
Notes

Summary

0m 04s

Exemples de circuits difficiles à simplifier





Electrotechnique I

Si l'on considère ces deux exemples de circuit, on voit qu'ils sont difficiles à simplifier. Pourquoi ? Parce que si l'on considère ce premier circuit, on voit que les éléments ne sont ni en série pour R31 et R32. Pourquoi ? Parce qu'il y a un courant supplémentaire qui vient ici, et donc ils sont difficilement simplifiable. Idéalement, pour ce circuit-là, qui présente à peu près la même topologie. Nous allons donc voir une méthode pour pouvoir transformer ces circuits afin de les simplifier ultérieurement. On peut évidemment résoudre ces circuits en appliquant les lois de Kirchhoff aux nœuds et aux mailles, mais nous allons voir une méthode bien plus simple.

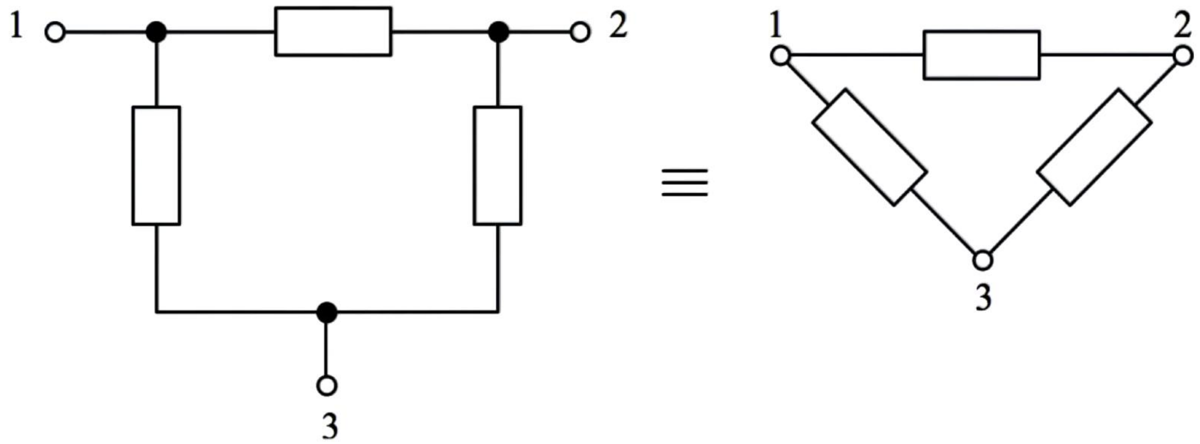
Notes

Summary

0m 52s

TRANSFORMATION Π-T

Tripôles « en π » (ou « en triangle », « en Δ » ou « *Delta connection* »)



Electrotechnique I

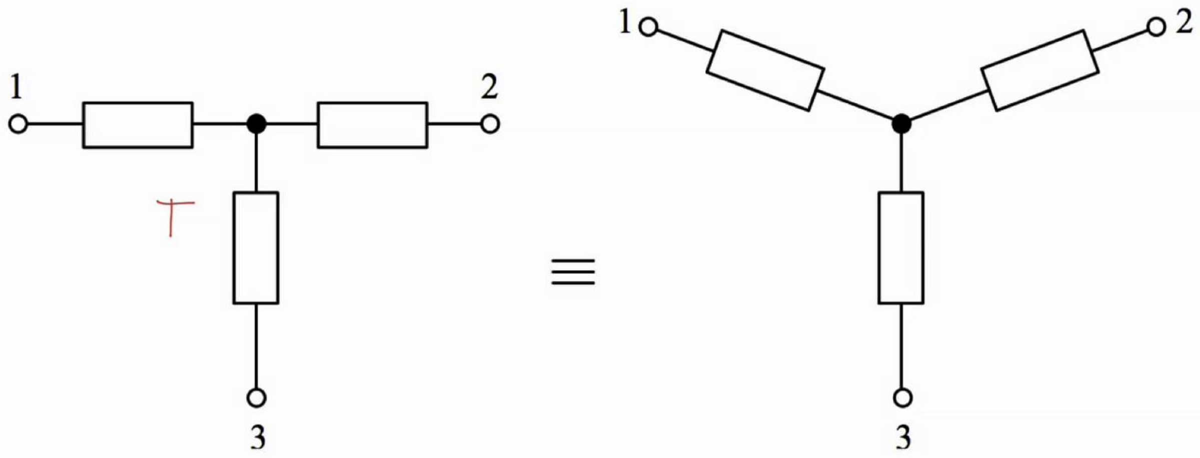
Trois éléments peuvent être connectés entre eux de deux manières. Première manière, c'est une collection « en π » telle qu'elle est représentée sur la première figure. On comprend cette notation parce que le circuit ressemble à un π majuscule. Si l'on représente cette même connexion, dessinée un petit peu différemment, on voit qu'elle ressemble ici à un triangle, et c'est pour cela qu'on parle aussi de connexion « en triangle ». On utilise également cette notation ici, le delta grec Δ ou dans la littérature anglaise, on parlera de delta connection.

Notes

Summary

1m 40s

Tripôles « en T » (ou « en étoile », « en Y » ou « *Star connection* »)



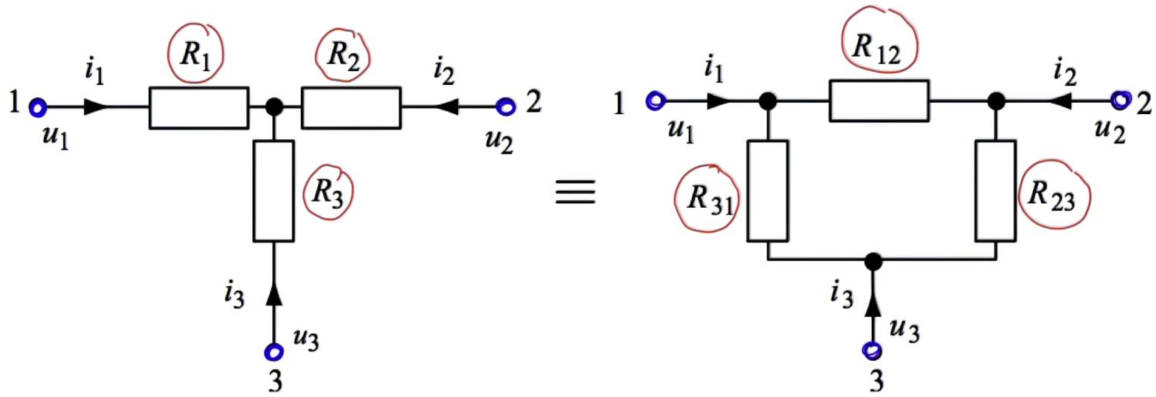
La deuxième méthode de connecter trois éléments est la connexion « en T ». Sur ce schéma, on comprend bien pourquoi on l'appelle comme ceci, parce qu'elle ressemble à une connexion à la lettre T. On parle également de « connexion en étoile » ou « en Y ». Sur ce schéma-là, on voit que le même schéma équivalent ressemble à une forme de Y. En anglais, on parle de star connection.

Notes

Summary

2m 19s

Équivalence de tripôles « en T » et « en π »



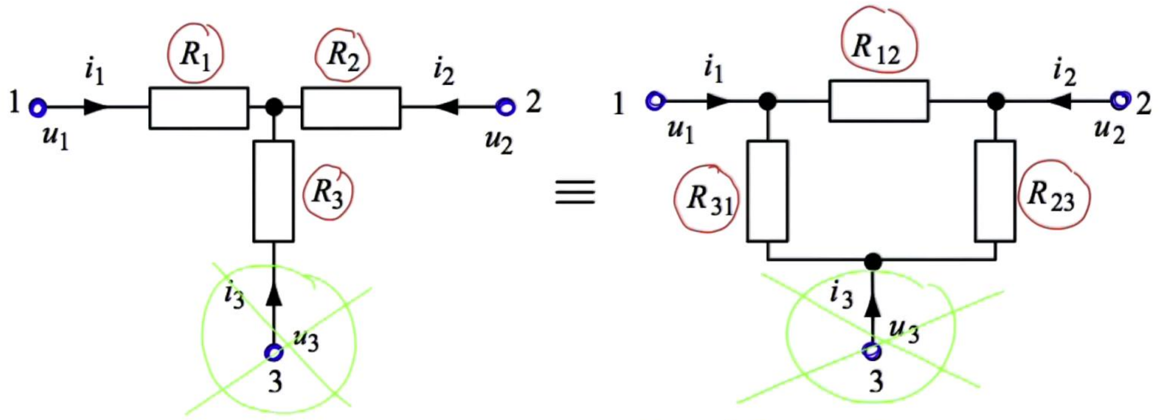
Sur ce schéma, on représente les deux connexions : soit « en T », soit « en π ». On voit que ce sont des tripôles avec un premier pôle ici, un deuxième pôle, et un troisième pôle. Sur la deuxième représentation, on retrouve ces mêmes pôles. Entre ces tripôles, on connecte les trois éléments, les trois résistances ici en l'occurrence. En T, on a une résistance R1 qui est connectée à la borne 1; une résistance R2 qui est connectée à la borne 2; et la résistance R3 qui est connectée à la borne 3. En triangle ou en π, on a de nouveau trois éléments : R1-2, qui est connecté entre la borne 1 et la borne 2, et ainsi de suite, la résistance 2-3 qui est connectée entre les bornes 2 et 3 et la résistance 31, qui est connectée entre la borne 3 et la borne 1. Ce qu'on aimerait faire ici, c'est trouver une équivalence entre les résistances R1, R2, R3 et les résistances R12, R23, R31 pour que les deux circuits soient identiques. Pour ce faire, nous allons procéder de la façon suivante : on considère dans un premier temps que cette borne 3 n'existe pas, et on va écrire l'équation des résistances vues entre les bornes 1 et 2, pour qu'elles soient équivalentes.

Notes

Summary

2m 48s

Équivalence de tripôles « en T » et « en π »



$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{31})}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Electrotechnique I

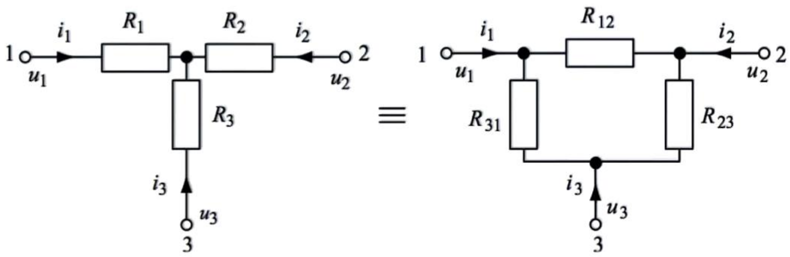
On peut donc écrire que, ici, la résistance équivalente, elles sont en série, vu qu'on a supprimé la borne numéro 3. R1 + R2 doit être égal à cette résistance équivalente dans la connexion en π, entre les bornes 1 et 2. Et on voit qu'on a ces deux résistances qui sont en série, cette borne étant annulée, cette résistance équivalente étant en parallèle avec la résistance R12. Donc on peut écrire que la résistance équivalente c'est : le produit de cette résistance sur la somme des deux divisé par la somme de cette résistance sur la somme de celle-là. On écrit donc que R12 multiplié par R23 + R31 divisé par la somme des trois résistances doit être égal à R1 + R2.

Notes

Summary

4m 13s

TRANSFORMATION Π-T



$$R_1 + R_2 = \frac{R_{12}(R_{23}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$R_2 + R_3 = \frac{R_{23}(R_{12}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$R_3 + R_1 = \frac{R_{31}(R_{12}+R_{23})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{aligned}}$$

Electrotechnique I

On répète, ici, le résultat obtenu pour la première équation et si l'on procède de manière identique pour les paires de bornes 2 et 3, et 3 et 1, on obtient deux équations supplémentaires. On ne fait pas le développement mais la méthode est la même. Deux équations supplémentaires, qui donnent un système de trois équations indépendantes à trois inconnues, dont on tire aisément les relations d'équivalence permettant de remplacer un circuit en π par un circuit en T. Il suffit de faire la somme de ces trois équations. Donc prenons une demie de l'équation 1, moins l'équation 2 plus l'équation 3. Tout calcul fait, on tombe sur ce système de trois équations qui permet de passer d'un circuit à l'autre. La résistance liée à la borne 1 du circuit en T est le produit des deux résistances reliées à la borne 1 du circuit en π donc R12 et R31 ici divisé par la somme des trois résistances. Et ainsi de suite pour les résistances R2 et R3.

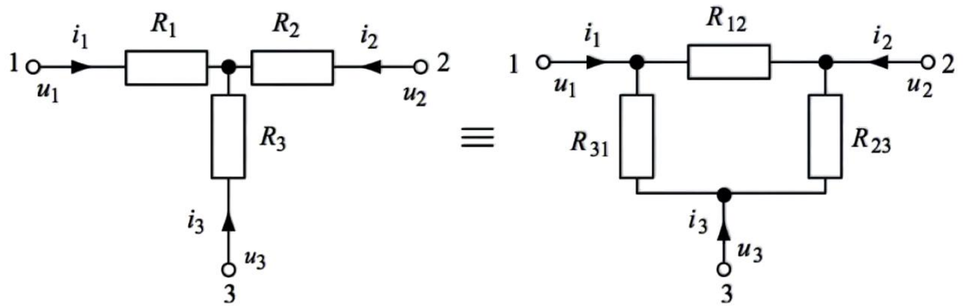
Notes

Summary

5m 15s

TRANSFORMATION Π-T

Équivalence de tripôles « en T » et « en π » - Opération inverse



$$\boxed{\begin{aligned} R_{12} &= R_1 + R_2 + R_1\,R_2/R_3 \\ R_{23} &= R_2 + R_3 + R_2\,R_3/R_1 \\ R_{31} &= R_3 + R_1 + R_3\,R_1/R_2 \end{aligned}} \quad = \frac{R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 \cdot R_2}{R_3}$$

Electrotechnique I

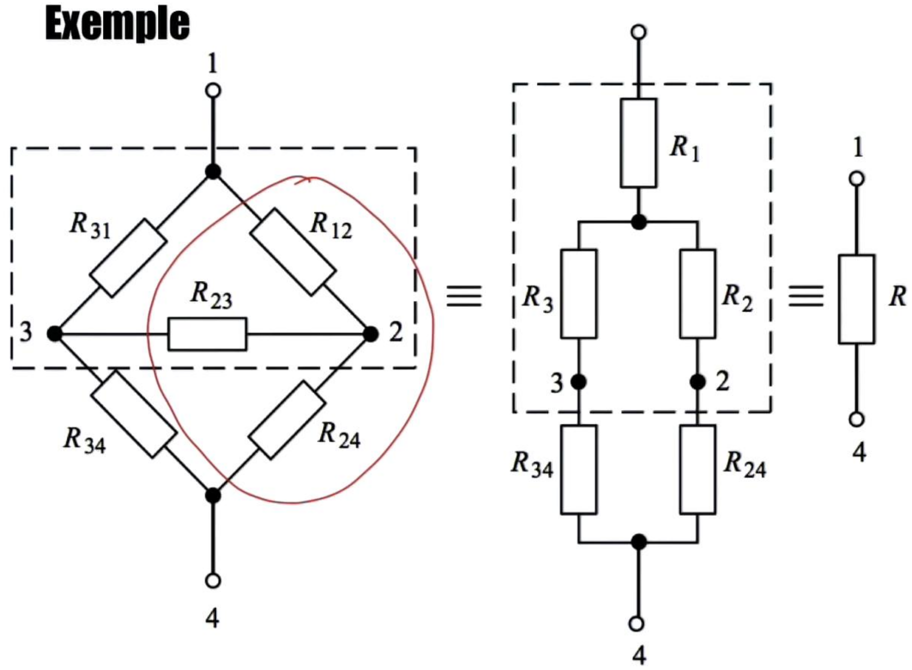
En effectuant un calcul semblable entre les paires de bornes lorsque la troisième n'est pas connectée, on obtient les relations d'équivalence qui permettent de remplacer les éléments d'un circuit en T par un circuit en π. Ces équations-là écrites d'une manière un peu différentes donnent le rapport de T double produit de deux résistances prises deux à deux R1 x R3 + R2 x R3 + R1 x R2 divisé par la résistance R3.

Notes

Summary

6m 35s

Exemple



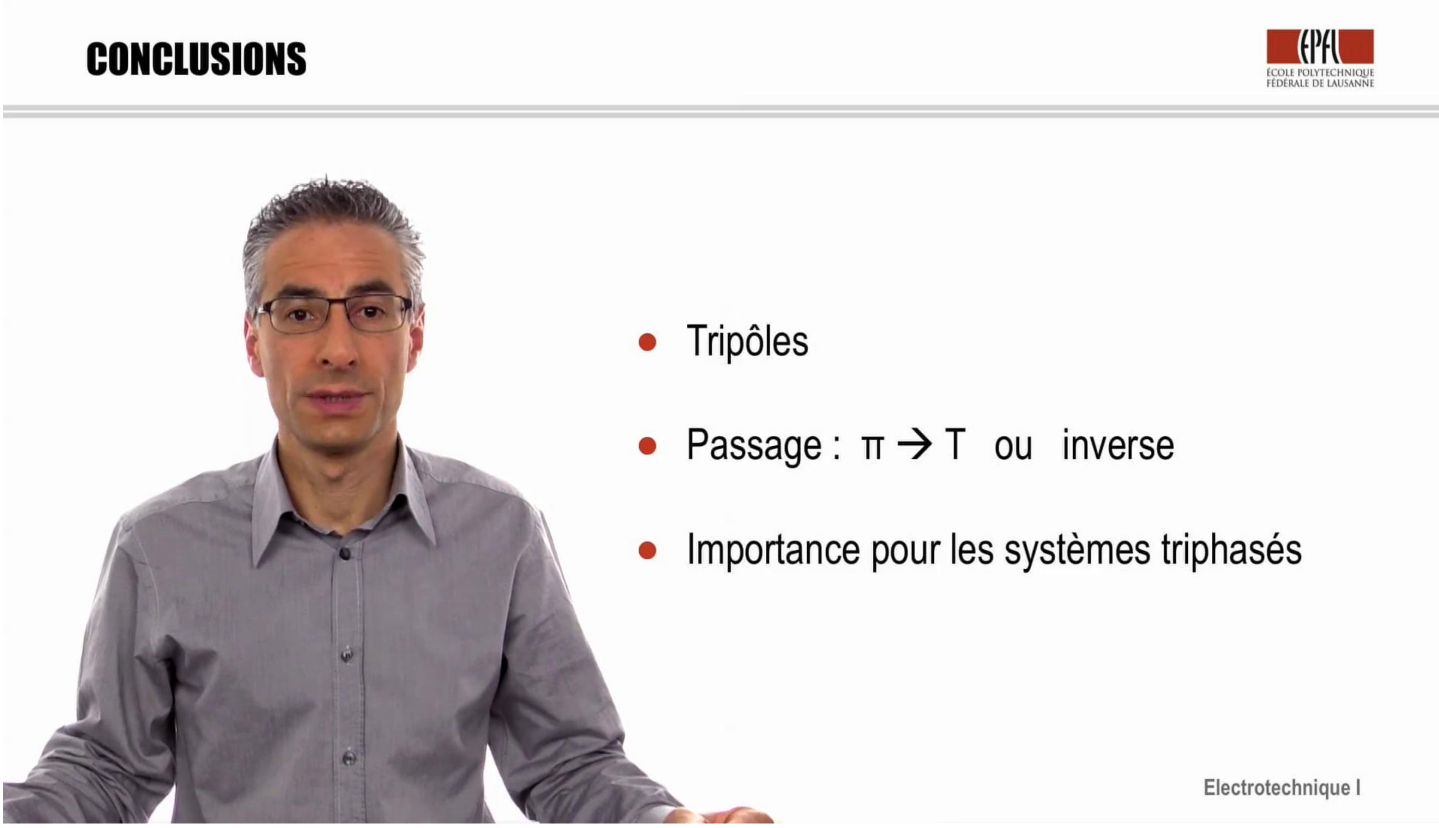
$$R = R_1 + \frac{(R_2 + R_{24})(R_3 + R_{34})}{R_2 + R_{24} + R_3 + R_{34}}$$

Reprenons l'exemple que nous avons mentionné au tout début de la leçon. Si l'on considère ce circuit, avec ce tripôle composé de trois résistances, eh bien on peut le remplacer avantageusement par ce circuit-là équivalent dont on peut calculer la valeur des résistances R1, R2 et R3, en appliquant les équations qu'on a développées c'est-à-dire la transformation de T en π. Il devient alors aisé de calculer les résistances équivalentes parce que la résistance R3 et la résistance R4 sont en série, La résistance R2 et la résistance R4 également, qui sont elles-mêmes en parallèle et qu'on peut mettre en série avec R1. On obtient donc le résultat pour la résistance équivalente de tout le circuit qui vaut R = R1 + ces deux résistances équivalentes mises en parallèle, donc leur produit sur leur somme. Le produit de ces deux résistances en série donne R2 + R24 multiplié par R3 + R34 divisé par la somme de ces deux résistances équivalentes c'est-à-dire R2 + R4 + R3 + R34. Ceci est le résultat final. Notons encore qu'on aurait pu aborder le problème d'une façon différente en considérant cette fois-ci ces trois éléments, ici, qui sont trois résistances connectées en T dont on aurait pu faire la transformation en π et simplifier également le circuit de façon aisé. On ne fera pas le calcul ici.

Notes

Summary

7m 17s



Voilà, nous avons considéré le cas de tripôles et de trois éléments qui sont connectés soit en π, soit en T à ses trois bornes. Nous avons vu l'équivalence qui permet le passage d'une connexion en π à une connexion en T. Ceci dans le but de simplifier le circuit et de pouvoir continuer à le réduire. On verra que la méthode revêt toute son importance pour le cas des systèmes triphasés que nous aborderons au deuxième semestre.

Notes

Summary

9m 28s